Problema Telefon - Descrierea soluției

Autor : student Alex Turdean, Universitatea Tehnică din Cluj

Pentru a rezolva cerința 1 e suficient să considerăm că R poate lua valori doar din mulțimea distanțelor dintre oricare 2 copii.

Pentru a rezolva a 2-a cerință trebuie să observăm că R poate să nu aparțină din mulțimea distanțelor dintre oricare 2 copii. De asemenea, trebuie să îl așezăm pe Dorel astfel încât să spargem o distanță în două bucăți. Mai exact, noi am vrea o distanță X mai mare decât R(raza noastra curentă) pe care să o "spărgem" în 2 bucăți, de lungimi R respectiv X-R. Mereu vom folosi distanța de lungime R dar dacă ne uităm mai atent observăm ca există cazuri în care am dori să folosim și o bucată de lungime X-R așa că vom căuta cea mai mare distanța X cu proprietatea că $X \le 2$ R (pentru a maximiza X-R). Pentru a nu căuta liniar acest X putem menține un pointer în față.

Solutie - 15 puncte

Se observă că pentru o valoare fixată a lui R strategia optimă este să luăm cele mai mari distanțe mai mici sau egale cu R. Astfel, prima dată vom calcula distanțele între oricare 2 copii consecutivi și le vom sorta crescător. Având acest vector sortat, pentru fiecare valoare a lui R în intervalul [1,B] căutăm cea mai mare distanță mai mică sau egală cu R și vom verifica cât de mult ne putem extinde în stânga acestei distanțe (în limita bateriei) pentru a minimiza cât mai mult durata jocului.

Această soluție are complexitate $O(N^{2}*B)$

Soluție - 50 puncte

Pentru a optimiza soluția anterioară observăm că pentru o valoare fixată a lui R este suficientă o singură parcurge a vectorului de distanțe folosind 2 pointeri. Pointerul din dreapta ne spune cea mai mare distanță mai mică sau egală cu R iar pointerul din stânga cat de mult ne putem extinde. De fiecare data cand incrementam pointerul din dreapta vom verifica daca dapasim limita bateriei, caz in care vom incrementa si pointerul din stanga.

Complexitate: O(N*B)

Clasa a IX-a Ziua 2

Soluție - 70 puncte

Optimizand in continuare algoritmul, observam ca nu trebuie sa iteram prin toate valorile pe care le poate lua R. In schimb, vom incepe cu R=1 si vom incrementa R in functie de distanta maxima pe care o consideram la momentul actual(pointerul din dreapta)

Pentru a 2-a cerinta este necesar sa testam toate valorile pe care le poate lua R si nu doar din multimea distantelor.

Complexitate: O(N*log(N)+B)

Solutie - 100 puncte

Continuand solutia anterioara, algoritmul optim nu va lua in considerare pentru R toate valorile din intervalul [1,B] ci doar valorile din multimea {1, 2, 3, 4, 5,, sqrt(B), B, B/2, B/3, B/4, B/5,, B/sqrt(B) }. Astfel reducand cardinalul multimii de valori pentru R de la B la 2*sqrt(B).

Complexitate: O(N*log(N) + sqrt(B))

Soluție alternativă - 100 puncte

O mică optimizare a soluției anterioare constă în observația că nu sunt necesare decât cei mai mari N candidați dintre cei 2 sqrt(B) (în esență, B, B/2, B/3, ..., B/N). Astfel se obține o soluție de complexitate O(N log(N)), independentă de B.