



Dinámica de partículas en flujos turbulentos bidimensionales

Carolina Julieta Martinovich

Tesis de Licenciatura en Ciencias Físicas

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales

Universidad de Buenos Aires

2024

TEMA: Dinámica de partículas en flujos turbulentos
bidimensionales

ALUMNO: Carolina Julieta Martinovich

L.U. N°: 214/18

LUGAR DE TRABAJO: Laboratorio de Turbulencia Geofísica
Departamento de Física, FCEN, UBA

DIRECTOR DEL TRABAJO: Dr. Pablo Cobelli

FECHA DE INICIACION: Marzo de 2023

FECHA DE FINALIZACION: 2024

FECHA DE EXAMEN: Junio 2024

Autora: Carolina Martinovich

Jurado

Director: Pablo Cobelli

Jurado

Profesor de Tesis de Licenciatura

Jurado

Resumen

En este trabajo se estudia la dinámica de un sistema físico que presenta turbulencia bidimensional, a través del análisis del comportamiento de partículas suspendidas en él. Se desarrollaron dos líneas de trabajo, una por variación del tamaño de las partículas dispersadas, y otra por variación de la profundidad del fluido en la región de interés.

Para el primer caso se utilizaron partículas de 20, 50 y 100 μm . No presentan una diferencia significativa en su comportamiento para las cantidades estudiadas, excepto en su tendencia a agruparse en clústeres; las partículas de 100 μm permanecen más distantes entre sí gracias a su inercia. Por otro lado, se implementó una herramienta basada en álgebra de trenzas para el cálculo de la entropía topológica del flujo. Esta sólo converge para trayectorias de partículas de 50 μm . Se encontró una manera de adaptar el método tomando en cuenta el tiempo que tarda el sistema en llegar al desorden. Así, se encontró una tendencia en el valor de la entropía en la cual partículas pequeñas generan una entropía de la trenza más alta que partículas grandes.

Para el segundo caso el estudio se realizó de manera cualitativa, observando la generación espontánea de estructuras macroscópicas. Se midieron alturas de 0.5 a 20 mm. Tanto las trayectorias de partículas como los campos de velocidad y vorticidad, muestran el mismo desarrollo en la dinámica. Para capas de fluido bajas domina la fricción, por lo que los vórtices mantienen la escala del forzado y su ordenamiento. A medida que se sube en altura, la distribución espacial se desordena, y se logran generar vórtices de escalas mayores.

Abstract

This work studies the dynamics of a physical system exhibiting two-dimensional turbulence by analyzing the behavior of particles suspended in it. Two lines of work were developed: one by varying the size of the dispersed particles, and the other by varying the depth of the fluid in the region of interest.

For the first case, particles of 20, 50, and 100 μm were used. They do not show a significant difference in their behavior for the quantities studied, except in their tendency to cluster; the 100 μm particles remain further apart due to their inertia. On the other hand, a braid theory-based tool was implemented for calculating the topological entropy of the flow. This only converges for 50 μm particle trajectories. A way to adapt the method was found by considering the time it takes for the system to reach disorder. Thus, a trend was found in the entropy value where smaller particles generate higher braid entropy than larger particles.

For the second case, the study was conducted qualitatively, observing the spontaneous generation of macroscopic structures. Heights from 0.5 to 20 mm were measured. Both the particle trajectories and the velocity and vorticity fields show the same development in dynamics. For shallow fluid layers, friction dominates, so the vortices maintain the forcing scale and their arrangement. As the height increases, the spatial distribution becomes disordered, and larger-scale vortices can be generated.

Agradecimientos

En primer lugar agradezco a la UBA, en particular a la Facultad de ciencias exactas y naturales. Agradezco haber tenido el privilegio de cursar una carrera de excelencia en la universidad pública.

Gracias a mi director, Pablo Cobelli, no solo de esta tesis sino también de laboratorio 6 y 7, por acompañarme en mis últimos dos años de carrera. Su aporte en mi formación es invaluable; me enseñó cómo hacer ciencia no sólo siendo un excelente docente, sino también a través de su gran dedicación como investigador.

Agradezco a mis compañeros y docentes, por haberme dado una comunidad de la cual sentirme parte. 7 años de carrera no se pueden transitar sola. El esfuerzo se comparte con mis amigos que dedicaron horas, días, meses, a ayudarme a entender de física y de la vida, y a no perder la cabeza estudiando. Quedarán en la memoria los mates en clase y los planes multitudinarios.

No puede faltar aquí mi familia, que me acompañó en todo sentido tanto económica como emocionalmente. Si llegué hasta acá es gracias a su apoyo constante, los quiero hasta el infinito. Perdón por llorar antes de cada final, y gracias por aguantarme.

ÍNDICE GENERAL

1. Motivación	1
1.1. Organización	3
2. Introducción a la teoría de turbulencia	5
2.1. Flujos tridimensionales	5
2.1.1. Flujos laminares y turbulentos	5
2.1.2. Espectro de energía	6
2.1.3. Cascada directa y espectro de Kolmogorov	7
2.1.4. Ecuaciones de Navier-Stokes en el espacio de Fourier	8
2.2. Flujos bidimensionales	9
2.2.1. Modificación a Navier-Stokes: efecto de la fricción	9
2.2.2. Cascada directa y cascada inversa	9
3. Montaje experimental y técnicas de medición	13
3.1. Montajes para turbulencia 2D	13
3.2. Descripción del montaje utilizado	14
3.3. Métodos de medición	16
3.3.1. Particle Image Velocimetry	16
3.3.2. Particle Tracking Velocimetry	19
3.4. Caracterización previa	19
4. Resultados y discusión	23
4.1. Variación de tamaño de partícula	23
4.1.1. Velocidad y aceleración	24
4.1.2. Ordenamiento espacial de partículas	27
4.1.3. Entropía topológica: teoría de trenzas	31
4.2. Variación de altura de capa	37

5. Conclusiones y perspectivas	45
Bibliografía	49

CAPÍTULO 1

MOTIVACIÓN

La turbulencia es un fenómeno en la física de fluidos caracterizado por ser caótico en la variación de sus parámetros. Se puede observar en una gran variedad de sistemas en la naturaleza, subyacente a problemas de gran interés académico e industrial. Por ejemplo, la turbulencia en la atmósfera es la responsable del mezclado que distribuye vertical y horizontalmente sustancias como vapor de agua, humo y energía. Entre ellas, la turbulencia de aire claro (CAT) constituye un fenómeno atmosférico cuyo estudio es de gran interés para aerolíneas comerciales, dado que su detección actualmente se basa en reportes de pilotos y no se puede predecir aún. Otro ejemplo relacionado a la industria es la eficiencia de mezclado de sustancias, dado que la turbulencia es la responsable por los fenómenos de transporte y mezclado de escalas. Poder controlar y predecir todos los aspectos de un flujo turbulento permitiría maximizar la eficiencia en reactores químicos, entre otros. También se observan flujos turbulentos en el campo de la medicina. Por ejemplo, los llamados ruidos de Korotkoff que se usan para medir la presión arterial son el resultado de la generación de flujo turbulento en las vías sanguíneas. Como se suele decir, abarca escalas desde tazas de café hasta el universo.

Dada la diversidad de áreas en las que está presente la turbulencia, no es sorprendente que la comunidad científica se haya interesado en estudiar este fenómeno por siglos. Si bien el estudio de fluidos en general se remonta a las épocas de la antigua Grecia con Arquímedes, el de flujos turbulentos empieza no antes de 1820 con Navier, y recibe ese nombre recién en 1887 con William Thomson [1]. A mediados del siglo pasado A.N. Kolmogorov revolucionó el estudio de la turbulencia con sus publicaciones de 1941-1962 [[2], [3]]. En ellas propuso conceptos como la cascada de energía y la invariancia de escalas, basándose fuertemente en los aportes de Richardson [4] sobre jerarquía de vórtices y disipación por viscosidad. También generó avances al concepto de intermitencia, tema muy estudiado durante el resto del siglo y hasta la actualidad.



Figura 1.1: Representación gráfica de la cascada de energía. Cada parte de un vórtice es un vórtice más pequeño, estadísticamente similar a su 'predesesor'. La energía media que se transfiere entre escalas debe ser la misma siempre. Figura tomada de [5].

Junto con el advenimiento de esta teoría surgieron investigaciones bajo la aproximación bidimensional. Estos sistemas se emplearon en sus inicios mayoritariamente para trabajar sobre procesos geofísicos en la atmósfera [6], ya que requieren menos poder de cálculo. Luego de la conjectura de Kraichnan sobre la cascada inversa de energía y la cascada directa de enstrofia en 1967 [7], quedó en evidencia la diferencia fundamental entre los sistemas turbulentos en dos y tres dimensiones. Desde entonces la turbulencia bidimensional se cementó como rama de estudio en la física de fluidos. A partir de los años 70 con el boom de estudios computacionales se aprovecharon los sistemas bidimensionales como un marco simplificado para algunos problemas de turbulencia como la dispersión, porque permiten alcanzar resoluciones espaciales y temporales mucho mayores a simulaciones comparables en tres dimensiones. Así se descubrieron fenómenos fundamentales como las estructuras coherentes. Los estudios experimentales se beneficiaron ampliamente de las novedosas técnicas de procesamiento de imágenes, presentando conclusiones difíciles de obtener numéricamente [8]. Desde entonces se han desarrollado una multitud de mecanismos a través de los cuales generar y estudiar la turbulencia bidimensional de manera confiable en los laboratorios: rotación, estratificación, campos magnéticos, películas de jabón, etc. Uno de los pioneros a este respecto fue Sommeria, con su experimento de capas electromagnéticas de 1986 [9].

En paralelo al desarrollo de montajes experimentales proliferaron las herramientas de análisis en los más variados enfoques. Las técnicas de visualización de flujo avanzaron rápidamente junto a las cámaras de cada vez mejor resolución y velocidad, aunque ya tenían un buen nivel en los años 80 como bien expuso Van Dyke en su libro 'An Album of Fluid Motion' [10]. Muchas de estas técnicas se basaron en la inyección de partículas trazadoras en el flujo, y la posterior medición de su advección desde la estadística euleriana o lagrangiana. Entre otros, recientemente se han intentado adaptar teorías matemáticas del área de topología para estudiar flujos. Originalmente se planteó como una herramienta para sistemas que presentan mezclado caótico, y cómo esto da lugar a flujos turbulentos a través de la generación de capas. Otra aplicación, propuesta por Thiffeault [11], se basa en el uso de álgebra de trenzas sobre trayectorias de partículas en el flujo, para así calcular cantidades macroscópicas.



Figura 1.2: Estudio topológico del mezclado de flujo. Las filas representan el efecto que tienen distintos protocolos de mezclado en un fluido viscoso, moviendo los puntos siempre en sentido horario (abajo) o alternando giros horarios y antihorarios (arriba). Figura tomada de [12].

1.1. Organización

Esta Tesis está organizada de la siguiente manera: en el Capítulo 2 se proporciona el marco teórico de la Tesis, organizado en dos partes. La primera de ellas explica brevemente los regímenes de turbulencia de manera general en sistemas tridimensionales. La segunda parte presenta las modificaciones que se tienen en cuenta en sistemas bidimensionales. La teoría e implementación de las técnicas de medición *Particle Image Velocimetry* (PIV) y *Particle Tracking Velocimetry* (PTV) ocupan el Capítulo 3. Asimismo, se detalla también allí el montaje experimental utilizado para tomar las mediciones que forman el núcleo de esta Tesis. En el Capítulo 4 se presentan y discuten los resultados obtenidos, junto a la explicación de las herramientas de análisis utilizadas. Finalmente, en el Capítulo 5 detalla las conclusiones del presente trabajo.

CAPÍTULO 2

INTRODUCCIÓN A LA TEORÍA DE TURBULENCIA

2.1. Flujos tridimensionales

2.1.1. Flujos laminares y turbulentos

Las ecuaciones de Navier-Stokes son las que rigen la dinámica de cualquier flujo

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla^2 \mathbf{u} + \mathbf{f} \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0 \rightarrow \nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (\text{para flujos incompresibles}) \quad (2.2)$$

donde \mathbf{u} es el campo de velocidades, ρ es la densidad (para flujos incompresibles se considera constante), p es el campo de presiones, ν es la viscosidad cinemática y \mathbf{f} las fuerzas externas.

Al adimensionalizar estas ecuaciones, utilizando la condición de incompresibilidad y asumiendo que las fuerzas externas son nulas, se pueden reescribir como

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} = -\nabla p + \frac{\nu}{L U} \nabla^2 \mathbf{u} \quad (2.3)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (2.4)$$

donde L es una longitud característica del sistema (con la que se adimensionalizan las derivadas espaciales) y U es una velocidad característica (con la que se adimensionalizan las velocidades). La escala temporal característica se obtiene como $T = L/U$. Esta ecuación depende de un único parámetro adimensional, $Re = \frac{UL}{\nu} \sim \frac{|\mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u}|}{|\nu \nabla^2 \mathbf{u}|}$, llamado *número de Reynolds*.

Se pueden distinguir dos regímenes cualitativamente distintos. Si $Re \ll 1 \rightarrow \nu \gg UL$ do-

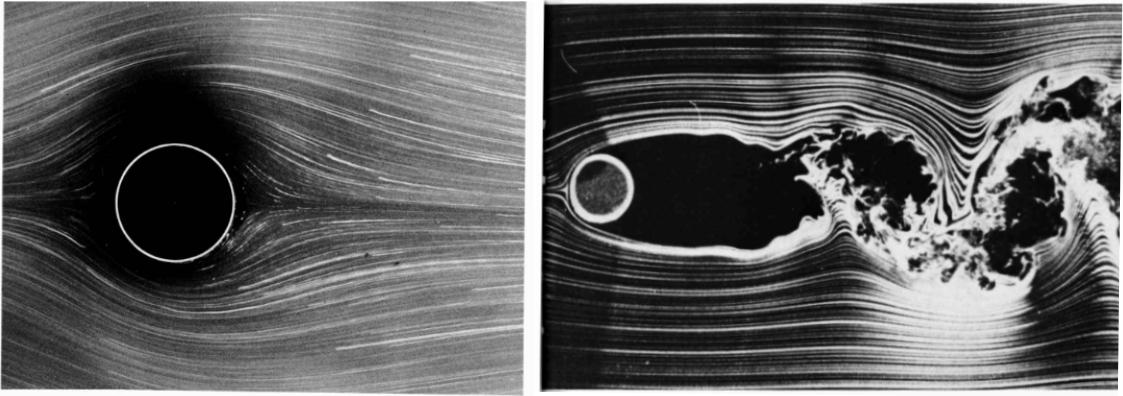


Figura 2.1: Flujo alrededor de un cilindro circular para distintos valores de Reynolds. A la izquierda el flujo es laminar, con $R = 1.54$. A la derecha se observa el régimen turbulento en la capa límite separada, con $R = 10.000$. Figura tomada de [10].

mina la viscosidad en el flujo, y al régimen se lo denomina *laminar* debido a que es un flujo ordenado (que en los casos estratificados se asemeja a una serie de láminas de fluido encimadas). Este régimen se caracteriza por presentar una variación espaciotemporal de \mathbf{u} suave. Para $Re \gg 1$ domina la interacción no lineal entre las estructuras del flujo, y se denomina régimen *turbulento*. A medida que se migra a este régimen las simetrías espaciales y temporales del flujo, originalmente presentes en las ecuaciones de Navier-Stokes, se rompen [13]. En la figura 2.1 se muestra un ejemplo de la evolución del flujo a medida que se aumenta el número de Reynolds para el flujo alrededor de un cilindro circular.

2.1.2. Espectro de energía

Es conveniente y útil describir a la turbulencia usando el flujo de energía entre escalas. Si éste es local, es decir que sucede como una secuencia de transferencias entre vórtices de tamaños similares, se lo llama cascada de energía. El espectro de energía de turbulencia es una cantidad media, y es uno de los objetos centrales de estudio de la teoría de turbulencia. Se escribe de la siguiente manera

$$E^{(3D)}(\mathbf{k}) = \frac{1}{2} \int_{\mathbb{R}^3} \langle \mathbf{u}(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{u}(\mathbf{x} + \mathbf{r}) \rangle e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} \frac{d\mathbf{r}}{(2\pi)^3}.$$

Una vez que la turbulencia se encuentra completamente desarrollada se recuperan algunas simetrías (en un sentido estadístico), y podemos llamar a la turbulencia isótropa y homogénea dado que el estado caótico del fluido no varía su aspecto frente a translaciones o rotaciones. La turbulencia es homogénea cuando el espectro de energía es independiente de \mathbf{x} , e isótropa cuando es independiente de la dirección del vector de onda \mathbf{k} , i.e. $E^{(3D)}(\mathbf{k}) = E^{(3D)}(k)$ con $k = |\mathbf{k}|$ [14]. El superíndice (3D) se refiere al hecho de que $E^{(3D)}$ representa la densidad de energía cinética en el espacio \mathbf{k} tridimensional,

$$\frac{1}{2} \langle u^2 \rangle = \int_{\mathbb{R}^3} E^{(3D)}(\mathbf{k}) d\mathbf{k}.$$

Por otra parte, para espectros isótropos, un espectro 1D contiene la misma información que se obtiene desde $E^{(3D)}$ por integración sobre la esfera unidad en el espacio k 3D. Esto devuelve $E^{(1D)}(k)$ tal que representa la densidad de energía sobre k

$$E^{(1D)}(k) = 4\pi k^2 E^{(3D)}(k),$$

siendo la energía cinética media por unidad de masa igual a

$$\frac{1}{2} \langle u^2 \rangle = \int_0^{+\infty} E^{(1D)}(k) dk.$$

2.1.3. Cascada directa y espectro de Kolmogorov

Richardson propuso que los vórtices obtienen su energía de la ruptura de vórtices más grandes, y que estos a su vez se fragmentan en vórtices más pequeños, y así sucesivamente de manera auto similar. Los vórtices de mayor escala en la llamada cascada de Richardson obtienen su energía de un forzado externo, mientras que los más pequeños se disipan por viscosidad. La tasa total de inyección de energía a escalas grandes es, en promedio, la misma que la tasa de disipación de energía en escalas pequeñas, tal que se forma un estado turbulento estadísticamente estable. Esta cascada se representa mejor en el espacio de Fourier (espacio k), donde la fuente turbulenta se ubica en un k_f chico, y la cascada es en la dirección k positivo hacia la escala de disipación de k_v grande.

Kolmogorov y Obukhov introdujeron la hipótesis de universalidad para el rango inercial, $k_f \ll k \ll k_v$. Esto es la idea de que lejos de la fuente y el sumidero, la turbulencia sólo depende de la tasa de la cascada, y no de detalles del forzado o de la disipación de energía (como la viscosidad). Esto es así porque la cascada de Richardson se asume local, es decir que la transferencia de energía sucede en muchos pasos, entre vórtices de escala similar. La idea de Kolmogorov–Obukhov lleva a un argumento dimensional, donde la tasa de disipación de energía y el número de onda k se asumen como las únicas cantidades dimensionales relevantes en el rango inercial

$$\epsilon \sim \frac{L^2}{T^3} \quad ; \quad E^{(1D)} \sim \frac{L^3}{T^2}.$$

La única combinación de ϵ y k que resulta en la dimensión correcta para $E^{(1D)}$ es

$$E^{(1D)} = C \epsilon^{2/3} k^{-5/3} \tag{2.5}$$

que se conoce como el espectro de Kolmogorov–Obukhov. Este representa uno de los resultados más fuertes en turbulencia, que ha sido respaldado por numerosas confirmaciones experimentales en laboratorios y observaciones de campo. En la figura 2.2 se muestra un resultado experimental para este espectro, obtenido para el túnel de viento S1.

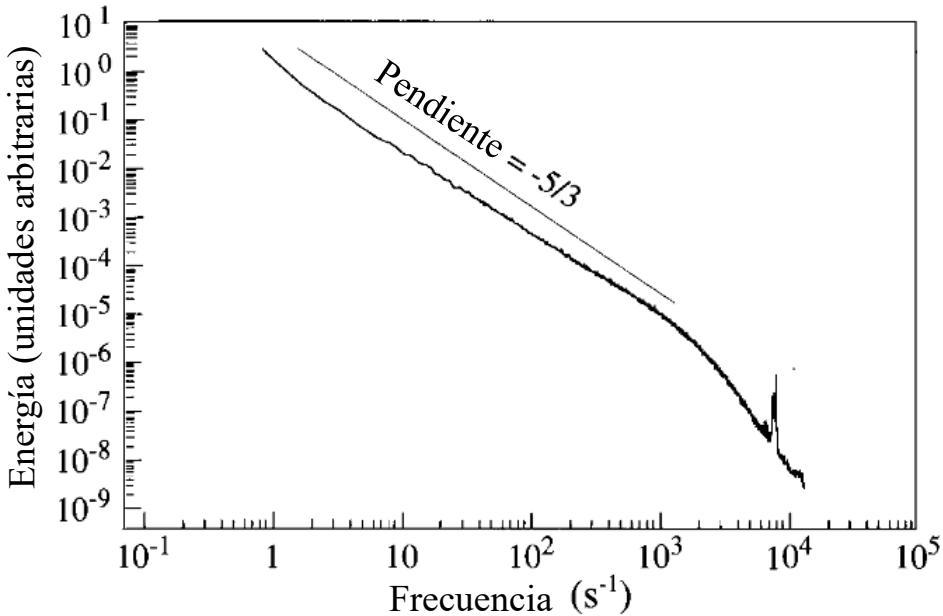


Figura 2.2: Espectro de energía obtenido con datos del túnel de viento S1. La escala es logarítmica en ambos ejes. El horizontal muestra la frecuencia, que se puede re-interpretar como vector de onda usando la hipótesis de Taylor. Una ley de potencias k^{-n} con exponente n cercano a $5/3$ se observa a lo largo de un rango sustancial de décadas de números de onda. Este rango es el rango inercial. Figura sacada de [13].

2.1.4. Ecuaciones de Navier-Stokes en el espacio de Fourier

Asumiendo un espacio 2π -periódico, se transforman los campos de velocidad y presión usando

$$\begin{aligned} \mathbf{v}(\mathbf{x}, t) &= \sum_{\mathbf{k}} \hat{\mathbf{v}}(\mathbf{k}, t) e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}} \\ p(\mathbf{x}, t) &= \sum_{\mathbf{k}} \hat{p}(\mathbf{k}, t) e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}} \end{aligned}$$

en la ecuación de N-S término por término. Multiplicando por $e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}}$ e integrando en volumen, sobreviven los términos con $\mathbf{k} = \mathbf{k}'$. Finalmente,

$$\partial_t \hat{\mathbf{v}}_{\mathbf{k}} = - \sum_{\mathbf{k}=\mathbf{p}+\mathbf{q}} (\hat{\mathbf{v}}_{\mathbf{p}} \cdot i\mathbf{q}) \hat{\mathbf{v}}_{\mathbf{q}} - ik\hat{p}_{\mathbf{k}} - \nu k^2 \hat{\mathbf{v}}_{\mathbf{k}}. \quad (2.6)$$

El primer término es conservativo. Esto nos permite analizar la interacción de triadas de modos, dado que un modo sólo se acopla con otros dos tal que la suma de ellos me da el tercero. Cada triada conserva su energía.

2.2. Flujos bidimensionales

2.2.1. Modificación a Navier-Stokes: efecto de la fricción

En principio, la evolución de un flujo bidimensional está dado por la ecuación de Navier-Stokes 2.1, con \mathbf{u} un campo de velocidades bidimensional incompresible ($\nabla \cdot \mathbf{u} = 0$), ρ la densidad del fluido, ν la viscosidad cinemática, p la presión y \mathbf{f} representando un campo forzante externo.

Sin embargo, los resultados teóricos basados en esta no solían coincidir con lo que se observaba experimentalmente para sistemas quasi-bidimensionales. En 1979, N. F. Bondarenko argumentó que esta incongruencia provenía de la fricción del fluido con el fondo, que afecta lo que ocurre en la superficie ya que la altura h del fluido es pequeña. La condición de contorno en el fondo ($\mathbf{u} = 0$ en $z = 0$) genera un gradiente de velocidades en z que no es tenido en cuenta en la ecuación 2.1. Por esta razón Bondarenko agregó un término de fricción lineal en la velocidad obteniendo:

$$\partial_t \mathbf{u} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla^2 \mathbf{u} - \alpha \mathbf{u} + \frac{1}{\rho} \langle \mathbf{F}_{||} \rangle_z \quad (2.7)$$

donde $\langle \mathbf{F}_{||} \rangle_z$ es la fuerza paralela al plano, integrada a lo largo de la variable z . En la última expresión, α es el llamado coeficiente de fricción (o parámetro alfa de Bondarenko), que toma la forma

$$\alpha = \eta \frac{2\nu}{h^2} \quad (2.8)$$

donde η es un parámetro que se ajusta para que los resultados experimentales coincidan con las predicciones teóricas [15].

2.2.2. Cascada directa y cascada inversa

Para un sistema con $\nu = f = 0$ hay 2 cantidades conservadas, que son la energía y la vorticidad. Partiendo de sus ecuaciones de balance, obtenidas como primeras integrales de las ecuaciones dinámicas,

$$\frac{dE}{dt} = -2\nu\Omega = -\epsilon \quad (2.9)$$

$$\frac{d\Omega}{dt} = -2\nu P = -\xi \quad (2.10)$$

donde $\Omega(k) = k^2 E(k)$ es la vorticidad cuadrática media, se ve que la ecuación 2.10 acota a 2.9 pues Ω siempre decrece. Entonces, en el límite de $\nu \rightarrow 0$ (es decir de Reynolds tendiendo a cero), $\epsilon \rightarrow 0$. Para este límite, la energía no pasa a escalas más chicas y desaparece la cascada directa si se deja de inyectar energía.

Para describir este fenómeno de manera exacta, se parte de N-S en el espacio de Fourier. Sea una interacción entre tríadas para modos $k_1, k_2 = 2k_1, k_3 = 3k_1$ colineales. Por conservación de energía y vorticidad en la tríada, deben cumplirse las siguientes relaciones.

$$\Delta E_1 + \Delta E_2 + \Delta E_3 = 0 \quad (2.11)$$

$$\Delta \Omega_1 + \Delta \Omega_2 + \Delta \Omega_3 = 0 \quad (2.12)$$

Despejando 2.11 en función de ΔE_2 ,

$$\Delta E_1 = \frac{-k_3^2 - k_2^2}{k_3^2 - k_1^2} \Delta E_2 \quad (2.13)$$

$$\Delta E_3 = \frac{-k_2^2 - k_1^2}{k_3^2 - k_1^2} \Delta E_2. \quad (2.14)$$

Como $k_1 < k_2 < k_3$, si el segundo modo pierde energía (es decir $\Delta E_2 < 0$) entonces $E_1, E_3 > 0$.

Luego

$$\frac{\Delta E_1}{\Delta E_3} = \frac{k_3^2 - k_2^2}{k_2^2 - k_1^2} = \frac{5}{3}$$

y $\Delta E_1 > \Delta E_3$. Así, el modo 1 gana más energía que el modo 3, por lo que la energía viaja hacia modos más chicos.

Para ver el flujo de enstropía, partimos de la ecuación 2.12 y planteamos que el segundo modo pierde enstropía ($\Delta \Omega_2 < 0$). Haciendo la cuenta análoga, obtenemos

$$\Delta \Omega_1 = k_1^2 \Delta E_1 = -k_1^2 \frac{k_3^2 - k_2^2}{k_3^2 - k_1^2} \Delta \Omega_2 \quad (2.15)$$

$$\Delta \Omega_3 = k_3^2 \Delta E_3 = \frac{-k_3^2}{k_2^2} \frac{k_2^2 - k_1^2}{k_3^2 - k_1^2} \Delta \Omega_2 \quad (2.16)$$

despejando en función de $\Delta \Omega_2$. Luego,

$$\frac{\Delta \Omega_1}{\Delta \Omega_3} = \frac{5}{27}$$

y por lo tanto $\Delta \Omega_1 < \Delta \Omega_3$. En este caso el modo 1 gana menos enstropía que el modo 3, por lo que esta cantidad viaja hacia modos más grandes.

Suponiendo que k_0 es la escala de inyección, podemos representar ambas cascadas como en la figura 2.3. Las mismas siguen distintas leyes de potencias, y tienen distintas tasas de transferencia entre escalas. Si $k < k_0$ se usa el espectro de Kraichnan-Kolmogorov dado por $E(k) \sim \epsilon^{2/3} k^{-5/3}$, y la tasa de transferencia (constante) es ϵ . Si $k > k_0$ entonces corresponde utilizar el espectro de Batchelor, dado por $E(k) \sim C \xi^2 k^{-3}$, y la tasa es ξ .

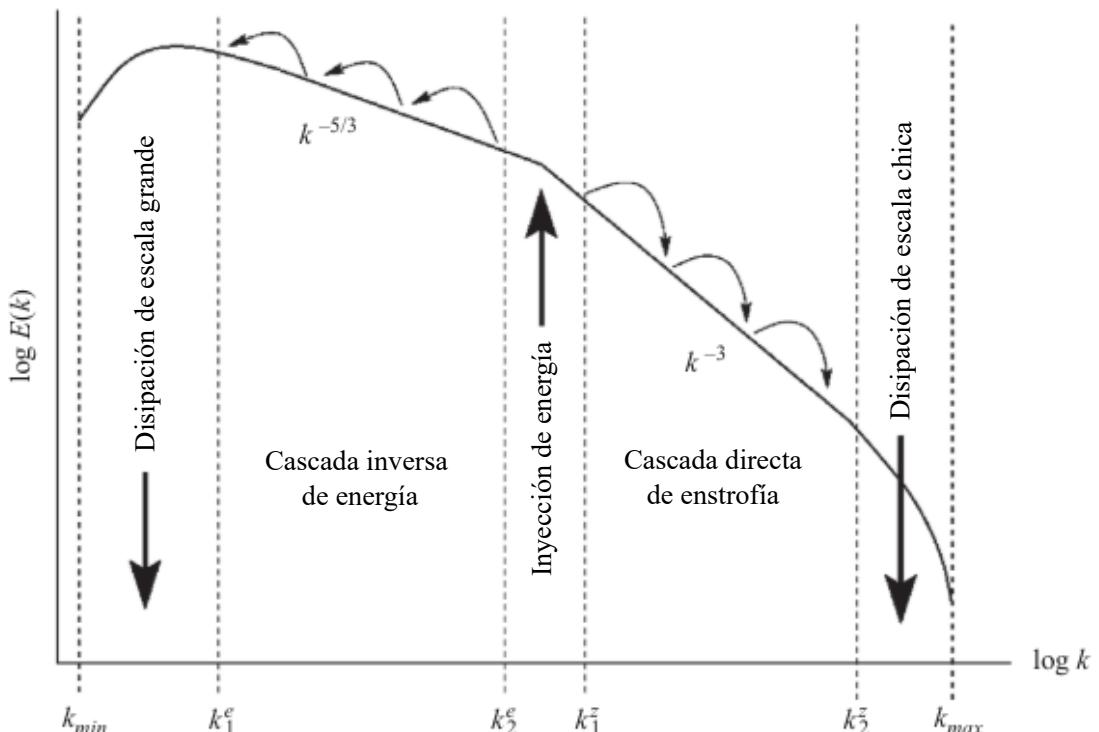


Figura 2.3: Representación de la cascada doble para un sistema bidimensional. Ambos ejes están en escala logarítmica. Se fuerza al sistema en algún k intermedio. La energía se transfiere hacia k -es más pequeños siguiendo una ley de potencias $k^{-5/3}$. La enstofía lo hace hacia k -es más grandes, siguiendo una ley de tipo k^{-3} . Figura tomada de [16].

CAPÍTULO 3

MONTAJE EXPERIMENTAL Y TÉCNICAS DE MEDICIÓN

3.1. Montajes para turbulencia 2D

Existen múltiples formas de generar turbulencia bidimensional de manera controlada en el laboratorio. Las más utilizadas son los canales de películas de jabón y las capas de fluido conductor forzadas electromagnéticamente [17]. En el primer caso, las películas de jabón se colocan horizontal o verticalmente, con una grilla cerca del inicio del flujo que genera las perturbaciones necesarias para estudiar la turbulencia. Un esquema de este montaje se puede ver en la figura 3.1A. Si bien este montaje es muy útil para estudiar fenómenos como la cascada de enstrofía directa, la fragilidad de las películas dificulta el armado del experimento.

El método de capas electromagnéticas (EML por sus siglas en inglés) es una forma efectiva de generar turbulencia bidimensional controlada. Consiste en tener un fluido conductor por el cual se hace circular una corriente, bajo la presencia de un campo magnético generado por un arreglo de imanes. En la figura 3.1B se ilustra una posible configuración de este experimento. La turbulencia se genera en la delgada capa de electrolito ubicada por encima del arreglo de imanes. En esta región, la profundidad del electrolito es baja para garantizar que se está trabajando dentro del rango de validez de una aproximación bidimensional. La fuente de corriente, los electrodos y el electrolito forman un circuito cerrado por el cual circula una corriente eléctrica uniforme en una dirección paralela al plano de turbulencia, por ejemplo en \hat{y} , generando electrólisis. Por otra parte, los imanes, que se colocan alternados en polarización, generan un campo magnético en la dirección perpendicular al plano de turbulencia, es decir en \hat{z} . Como el fluido es conductor, los elementos de fluido se ven afectados tanto por la corriente como por el campo magnético y están sometidos a la fuerza de Lorentz ($\mathbf{F}_{||} = \mathbf{J} \times \mathbf{B}$), que apunta

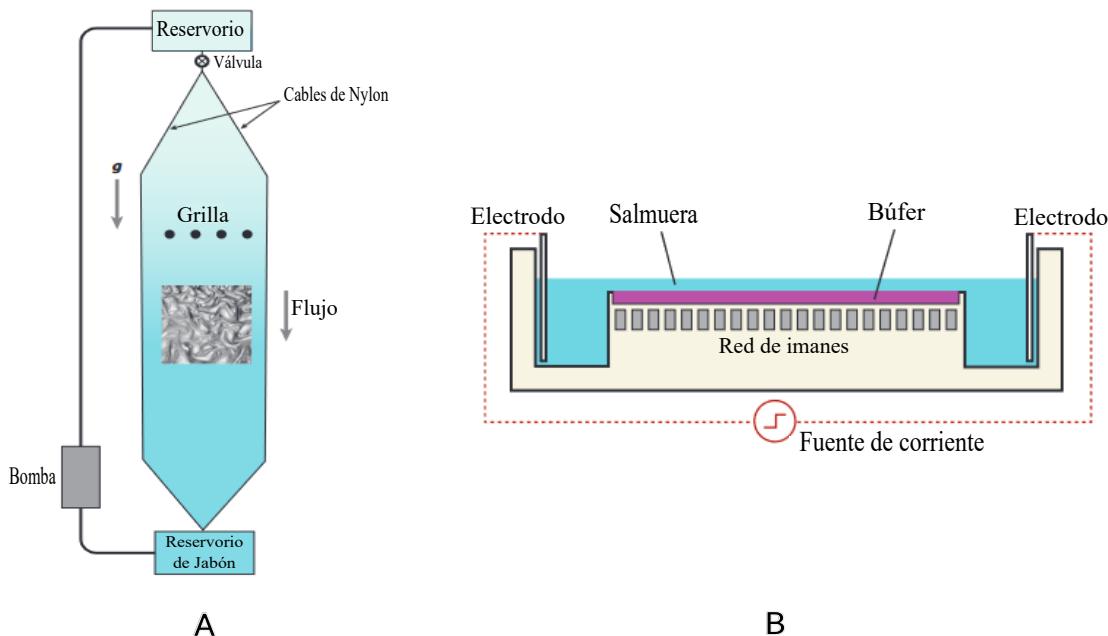


Figura 3.1: A: Ejemplo de montaje de experimento de canal de película de jabón. B: Ejemplo de montaje de experimento de EML.[17]

en la dirección \hat{x} , que es paralela al plano de turbulencia. Como los imanes están alternados en polarización, la fuerza de Lorentz está constantemente cambiando de signo. Esto produce pequeños vórtices del tamaño de los imanes, y se espera poder observar una cascada de energía inversa (vórtices fusionándose formando vórtices más grandes). Por último, como se observa en la figura 3.1B, se suele colocar un búfer entre los imanes y el electrolito, es decir, una placa de amortiguamiento para reducir la fricción entre el fluido y el piso, y así poder minimizar los efectos generados por la condición de contorno allí. Una de las ventajas experimentales de este diseño es que tanto el arreglo de imanes como la corriente pueden tomar diferentes formas, haciendo que el sistema tenga distintas configuraciones para explorar.

3.2. Descripción del montaje utilizado

En lo particular de este trabajo, el montaje utilizado fue diseñado, construido y caracterizado en el marco de las materias ‘Laboratorio 6 y 7’, junto a Iñaki Zalduendo. En la figura 3.2 se observan dos fotografías del montaje usado. La cuba es cuadrada, tiene 405 mm de lado y un alto total de 70 mm. En el centro tiene una región elevada de $(325 \times 405) \text{ mm}^2$ donde el fluido logra menor profundidad. Esa es la región de interés, donde ocurre la turbulencia por ubicarse por sobre los imanes.

Se utilizaron dos electrolitos distintos a lo largo del trabajo. El primero fue agua con sal, o salmuera, en una concentración del 16% m/m. Si bien la solubilidad del cloruro de sodio es de 36% m/m, se trabajó en una concentración menor para evitar que la electrólisis genere cloro gaseoso (tóxico) en cantidades significativas. También se utilizó una solución de nitrato de potasio en agua, nuevamente en concentración 16%. Se trabajó con una fuente de alta potencia RIGOL DP1116A, configurada para entregar 15 V (con un máximo operativo de 2 A)

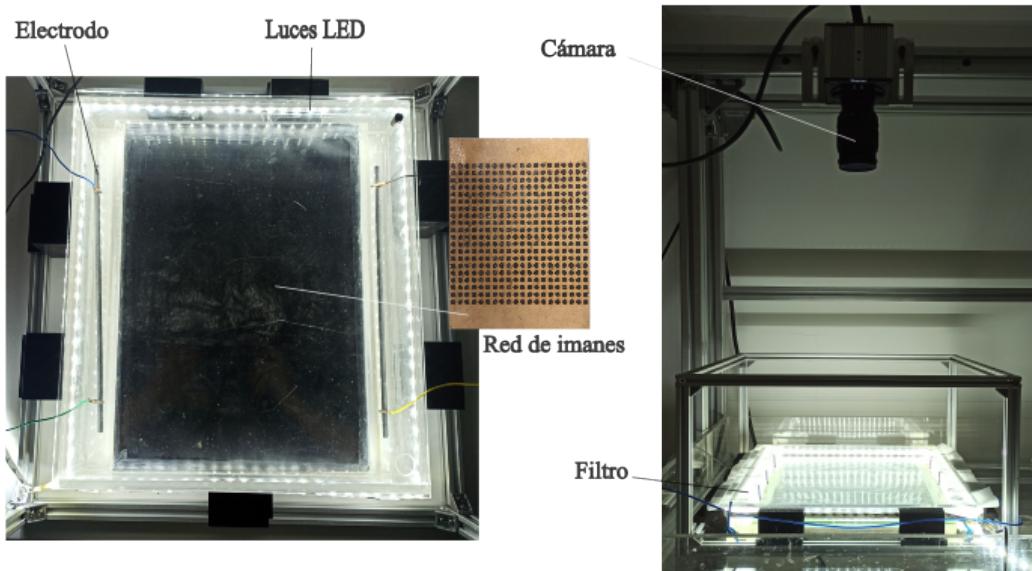


Figura 3.2: Fotografías del montaje experimental. A la izquierda se aprecia una vista desde arriba la cuba sin filtros de algodón y sin partículas de poliamida. Se diferencian la región de interés de los canales laterales donde se encuentran los electrodos. A la derecha se muestra una vista lateral de la cuba acomodada en el bastidor que la centran respecto de la cámara. En este caso están los filtros tapando los electrodos, con sus respectivos ganchos en los canales laterales.

al circuito. En los experimentos la corriente efectiva en el circuito varió entre los 0.5 A y 1.5 A dado que los electrolitos no son conductores perfectos. En este montaje los electrodos son cilindros macizos de grafito, de 6 mm de diámetro. Los imanes son de cerámica, circulares, de 10 mm de diámetro y 3 mm de ancho. Generan un campo magnético de aproximadamente 0.4 T en su superficie y están encastrados en una placa de MDF. Esta placa está recubierta con un plastificado negro para tener un buen contraste con las partículas que se utilizan para visualizar el movimiento en el fluido, que flotan en la superficie del mismo. Además, para este propósito se montó una tira de luces LED en el borde de la cuba. Las partículas utilizadas fueron de poliamida, y de tres tamaños distintos: 20, 50 y 100 μm . Se colocaron filtros de algodón entre los electrodos y la región de interés para evitar que las burbujas emitidas por la electrólisis interfiriesen en la dinámica del fenómeno a estudiar. Los filtros fueron sostenidos por ganchos hechos a medida con una impresora 3D. Por último, se utilizó como búfer una placa de vidrio de 3 mm de espesor para reducir la fricción entre el fluido y el fondo de la región de interés.

Las mediciones realizadas en este experimento consistieron de series de imágenes tomadas con una cámara 1024PCI Photron ultra rápida, con una resolución de $1024 \times 1024 \text{ px}^2$. La velocidad de captura (*frames per second*, o FPS) se configuró en 60 FPS o 125 FPS según el caso, y el tiempo de exposición en su inversa. Los videos tuvieron una duración de aproximadamente 3000 imágenes. En todos los casos el sistema se encendió con varios minutos de antelación a la grabación, para permitir que llegue a su estado estacionario. Una vez obtenidas las series de imágenes, se procesaron empleando dos técnicas de análisis distintas según lo que se pretendía analizar. En primer lugar se usó velocimetría de seguimiento de partículas (PTV por sus siglas en inglés), y luego velocimetría por imágenes de partículas (PIV por sus siglas en inglés),

cuyas descripciones se explican a continuación.

3.3. Métodos de medición

3.3.1. Particle Image Velocimetry

Los fluidos que nos rodean, como el aire o el agua, son homogéneos y transparentes, por lo que su movimiento es difícil de ver. Es solo cuando estos fluidos se marcan, ya sea con humo o tinturas, que la circulación y la estructura del flujo se vuelven visibles. Las técnicas de visualización de flujos son predominantemente cualitativas, aunque existen métodos de punto único (por ejemplo, *Laser Doppler Anemometry*) que proporcionan información cuantitativa del flujo en un dado punto. Sin embargo, estos son en su mayoría métodos invasivos que requieren insertar sondas directamente en el flujo, además de que no logran capturar la organización instantánea del mismo, característica importante de los flujos turbulentos. En los últimos años, con el progreso en la tecnología de cámaras y procesamiento digital, se volvió posible desarrollar métodos que pueden simultáneamente proveer la descripción del campo de flujo espacial instantáneo y un resultado cuantitativo [18]. Entre ellos se destaca *Particle Image Velocimetry* (PIV).

Este método es no invasivo, no requiere perturbar al flujo para medirlo. Se basa en la medición del desplazamiento de partículas trazadoras que son advectadas por el fluido durante intervalos cortos de tiempo. Las partículas deben ser lo suficientemente pequeñas tal que siguen el movimiento del flujo correctamente, sin alterar sus propiedades o características (neutralmente flotantes). Estas son iluminadas por una fina capa de luz generada por una fuente de luz pulsada, y la luz dispersada por las mismas se graba con algún dispositivo de procesamiento de imágenes. En un sistema tridimensional se requiere el uso de dos cámaras para hacer *stereoscopic imaging*, y poder reconstruir las tres componentes de velocidad del flujo. Sin embargo, para un flujo bidimensional como en el que se trabajó es suficiente utilizar un sistema de cámara única, alineada ortogonalmente al plano de luz, para obtener todas las componentes de la velocidad.

Para obtener mediciones robustas, es importante que las partículas trazadoras estén homogéneamente distribuidas en la región de interés. Las imágenes medidas luego se procesan digitalmente haciendo un análisis de correlación cruzada de los patrones de partículas en pequeños subdominios, o regiones de interrogación, entre pares consecutivos de fotos. El corrimiento del patrón, dividido por la magnificación de la imagen y el retraso temporal entre los pulsos de luz del láser, devuelve la velocidad de flujo local. Este proceso se repite para todo el dominio de la imagen, que devuelve la velocidad instantánea en un corte plano del flujo observado. En la figura 3.3 se muestra un resumen del proceso para una ventana de interrogación. PIV puede además parcialmente determinar el tensor gradiente de velocidad instantánea dentro del plano definido por la luz. Esto implica que se puede usar para determinar la componente de la vorticidad instantánea que vive fuera del plano.

Como se mencionó, el análisis de las imágenes consiste en encontrar el desplazamiento del patrón generado por las partículas a través del uso de correlación cruzada espacial $R(s)$

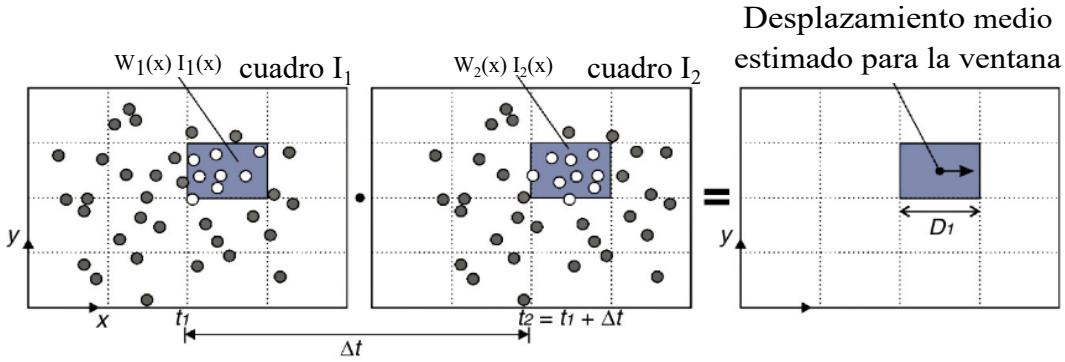


Figura 3.3: Visualización de proceso de cálculo y obtención de campo de velocidades [19]. Para una misma ventana I , en dos tiempo t_1 y t_2 , se calcula el corrimiento del patrón generado por las partículas. Luego se define un único desplazamiento medio para esa celda.

en las ventanas de interrogación $W_1(x)I_1(x)$ y $W_2(x)I_2(x)$:

$$R(s) = \int_A W_1(x)I_1(x)W_2(x+s)I_2(x+s)dx,$$

siendo W_1 y W_2 funciones ventana que definen los dominios de interrogación en las imágenes I_1 e I_2 . Dichas imágenes se separan en su promedio y su parte fluctuante, $I(x) = \langle I \rangle + I'(x)$. Se asume que las partículas están homogéneamente distribuidas tal que $\langle I \rangle$ es constante. Sustituyendo, se reescribe $R(s)$ como

$$R(s) = R_C(s) + R_F(s) + R_D(s)$$

donde R_C es la correlación cruzada espacial de las intensidades medias de las imágenes, R_F es la correlación cruzada de $\langle I_1 \rangle$ y $I'_2(x)$ y viceversa, y R_D la correlación cruzada de las intensidades fluctuantes de las imágenes $I'_1(x)$ e $I'_2(x)$. En la figura 3.4 se muestra la separación en términos de manera práctica. Por construcción, R_C y R_F se pueden eliminar restando la intensidad media de las imágenes a las imágenes interrogadas. El término R_D que sobrevive se puede separar nuevamente en su parte media y su parte fluctuante

$$R_D(s) = \langle R_D(s)|\mathbf{u} \rangle + R'_D(s).$$

Aquí, $\langle R_D(s)|\mathbf{u} \rangle$ suele llamarse pico de correlación de desplazamiento, y $R'_D(s)$ el término de correlación aleatoria. Esta factorización se muestra en la figura 3.5, donde se aprecia que el pico muestra el desplazamiento local de la partícula dentro del dominio de interrogación. Una vez encontrado el desplazamiento local de cada partícula, se toma un promedio por cada celda. Así, se genera un mapa de velocidades instantáneas para toda la región de interés medida.

Hay requerimientos experimentales que hacen a las buenas condiciones para la aplicación de la técnica. Previo a la medición, la fuente de luz debe configurarse adecuadamente. Primeiro, la duración del pulso de iluminación (δt) debe ser corta. Un criterio práctico para elegir el máximo δt es que las partículas no aparezcan como rayas o caminos en el monitor, sino como puntos circulares. Esto se obtiene cuando el desplazamiento de las partículas dentro

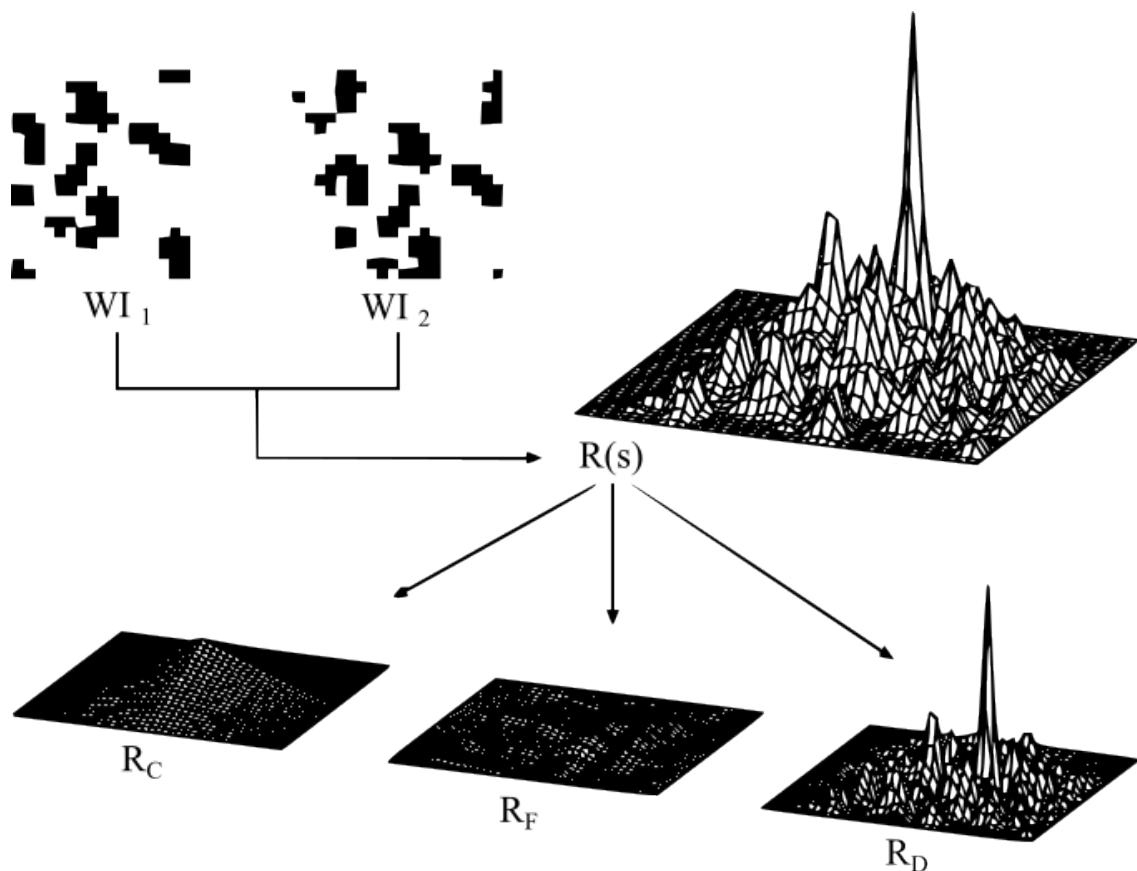


Figura 3.4: Separación en términos medios de la correlación cruzada espacial para detectar el corrimiento de una dada partícula en una ventana [18].

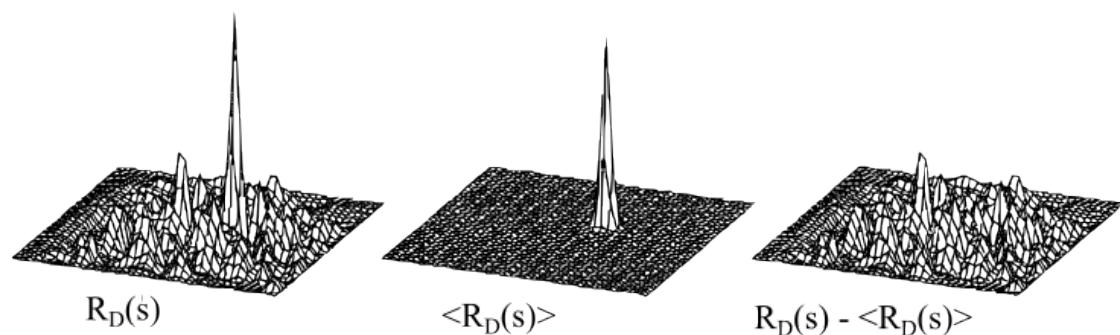


Figura 3.5: Detalle de separación de $R_D(s)$. El pico $\langle R_D(s) \rangle$ muestra el desplazamiento local de la partícula dentro del dominio de interrogación. [18]

de la duración del pulso de luz es significativamente menor al tamaño de la imagen de la partícula en sí. De ser la iluminación continua, entonces el δt se considera como el tiempo de exposición de la cámara. Luego, las partículas iluminadas deben estar distribuidas dentro de una fina capa tal que se puedan grabar en foco, donde su posición en profundidad está dictada por la capa de luz. El tercer requisito es que la intensidad de la luz debe ser tal que al ser dispersada por las partículas, se detecte por la cámara. Es importante que las imágenes se tomen con las partículas bien enfocadas, es decir con máximo contraste, ya que las partículas fuera de foco contribuyen fuertemente al desplazamiento calculado posteriormente.

Para la detección de partículas, como estas generalmente aparecen como puntos brillantes sobre un fondo oscuro, un enfoque común es usar la condición de máximo local por encima de un valor límite de gris seleccionado. Todos los píxeles por encima del corte representan partículas. El número de partículas detectadas depende del valor seleccionado. Si la iluminación no es uniforme, es difícil definir un único valor para toda la imagen, a menos que se use procesamiento de imágenes para normalizarla. Como el número de partículas detectadas tiene esta dependencia siempre habrá una tendencia hacia las partículas más brillantes, que suelen ser las más grandes.

El análisis de interrogación de las imágenes de PIV por medio de la correlación espacial se basa en que las propiedades estadísticas de las imágenes son homogéneas. Esto es, *homogenous seeding*, iluminación y fondo uniformes. Sin embargo, en la práctica estas condiciones pueden no cumplirse fácilmente. Algunos de estos aspectos pueden compensarse posteriormente a la medición con métodos de procesamiento de imágenes como filtros pasa alto o bajo, histogramas, o distintas compresiones de imágenes.

3.3.2. Particle Tracking Velocimetry

Como se explicó en la sección anterior, el movimiento de un fluido se visualiza por el movimiento de partículas trazadoras que se agregan al mismo. Estas partículas constituyen un patrón que puede ser usado para evaluar flujo. Luego, si la densidad de partículas trazadoras es baja, se puede seguir a cada una individualmente por varios cuadros de la grabación y así calcular el desplazamiento desde partículas individuales. Este modo de operar se suele llamar *Particle tracking velocimetry* (PTV) o *Low-density PIV*. A diferencia de PIV, es un método lagrangiano.

3.4. Caracterización previa

Previo al proyecto del presente trabajo, se realizó una caracterización inicial de este experimento donde se buscó verificar el régimen de turbulencia y calcular el alfa de Bondarenko para el sistema [20], entre otros.

En la figura 3.6 se muestra el espectro de energía obtenido a partir una medición, y su posterior análisis a través de PIV. Se ve cómo éste sigue la ley de potencias esperada, $k^{-5/3}$ (marcada con la línea punteada celeste), entre los 0.3 y los 2 Hz, que es por lo tanto el rango inercial. Este análisis demuestra que las mediciones son compatibles con el espectro de Kolmogorov, y por lo tanto se puede afirmar que el sistema genera flujos turbulentos.

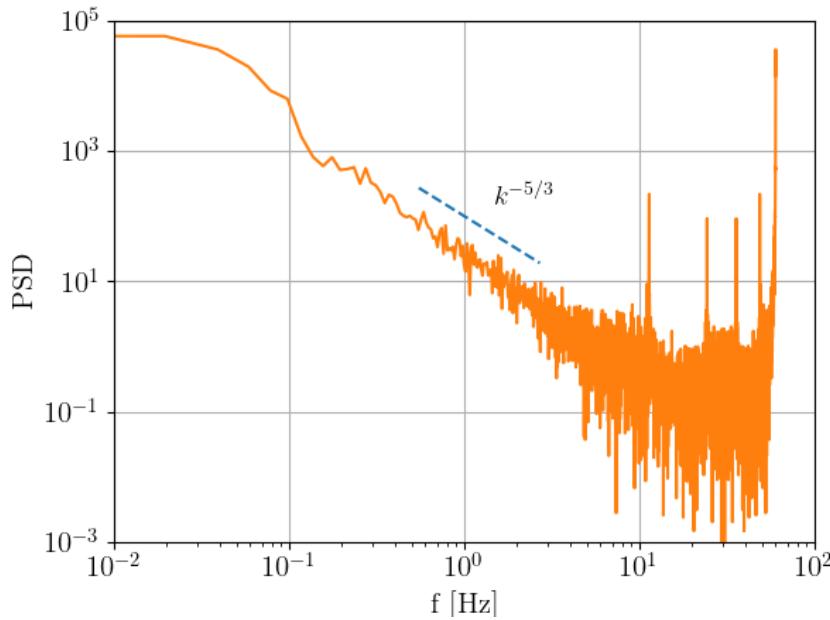


Figura 3.6: El espectro de energía en función de la frecuencia en escala logarítmica. La linea punteada en celeste marca la inclinación correspondiente a un espectro de Kolmogorov ($k^{-5/3}$). Se observa que el espectro es efectivamente de Kolmogorov en el intervalo aproximado (0.3, 2)Hz, que define el rango inercial del sistema.

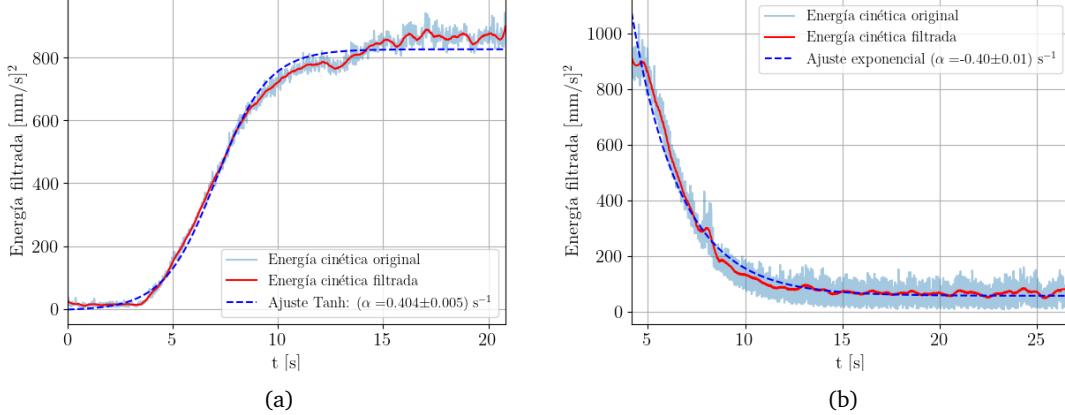


Figura 3.7: Gráficos de energía en función del tiempo. En celeste se muestra la energía cinética de la medición en función del tiempo, en rojo, la energía cinética filtrada y en azul el ajuste correspondiente a los datos. Los parámetros de ajuste devuelven el alfa de Bondarenko. A: proceso de encendido, se ajustó una función tangente hiperbólica. B: proceso de apagado, se ajustó una exponencial decreciente.

Para conseguir el alfa de Bondarenko del sistema se estudió el encendido y el apagado, y se realizaron ajustes para el comportamiento de la energía. Como se explicó en el capítulo anterior, el término que contiene a este parámetro va como $-\alpha u$, y está relacionado con el amortiguamiento del sistema. Por ello, se suele calcular como la tasa de decaimiento sobre una exponencial decreciente para la energía en el flujo. Esto se hizo en el trabajo mencionado, pero también se realizó para el encendido del sistema, donde se observó un comportamiento del tipo tangente hiperbólica como se ve en la figura 3.7a. A pesar de la discrepancia, el

parámetro de ajuste en ambos casos es aproximadamente el mismo en módulo, 0.40. Estos resultados se muestran en la figura 3.7.

Como consecuencia de este análisis también se encontró cuánto tiempo tarda el desarrollo de la dinámica estacionaria del sistema. Refiriéndose nuevamente a la figura, se ve que en aproximadamente 15 segundos la energía se estabiliza, tanto al crecer como al decrecer. Esto puede entonces tomarse como un tiempo característico para el desordenamiento del flujo.

CAPÍTULO 4

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En este capítulo se presentan los resultados de este proyecto. Como pasaremos a exponer, en el marco de esta Tesis de Licenciatura estudiamos el transporte de partículas en un flujo bidimensional turbulento haciendo énfasis en dos aspectos. El primero consistió en estudiar la dinámica del sistema al variar el tamaño de las partículas suspendidas en el flujo. Esto se hizo a través del análisis de las distribuciones de velocidad y aceleración, tanto estadística como espacialmente. También se probó una herramienta de álgebra de trenzas para el cálculo de la entropía topológica del sistema. En segundo lugar, realizamos también un análisis del rango de validez de la aproximación de bidimensionalidad, para lo cual aumentamos gradualmente el espesor de la capa de fluido en la región de interés. Este último estudio se realizó en base al análisis cualitativo de las estructuras macroscópicas del flujo generadas espontáneamente por la autoorganización que establece la cascada turbulenta. En las siguientes secciones se detallan los resultados obtenidos en cada uno de estos dos estudios.

4.1. Variación de tamaño de partícula

Manteniendo todas las otras variables constantes (i.e. altura del electrolito, concentración y tipo de sal en agua, voltaje y corriente) se realizó un estudio de la dinámica de las partículas suspendidas en el flujo al cambiar su tamaño. Se estudiaron tres casos: 20, 50 y $100\mu m$. En todos ellos se utilizó la técnica PTV descripta en el capítulo anterior para obtener la trayectorias de las partículas. Dado que este método favorece la baja densidad de las mismas, se trabajó con imágenes filtradas por binarización con varias (típicamente 4) desviaciones estándar respecto de la media de intensidades. Es decir, se dejan 'encendidos' los píxeles que superan este umbral, mientras que el resto se 'apagan'. Esto permitió regular la cantidad de partículas detectadas por el código de implementación de la técnica [21]. En la figura 4.1 se expone la

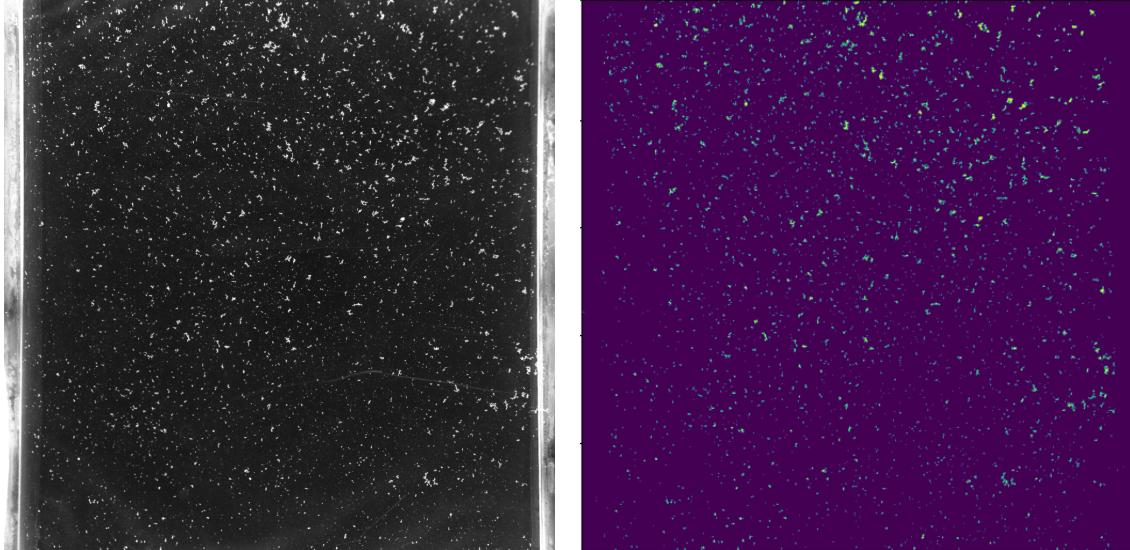


Figura 4.1: Ejemplo de filtrado de un cuadro para una dada medición. A la izquierda se muestra la imagen cruda con todas las partículas que captó la grabación. A la derecha, el mismo cuadro ya procesado y con un umbral de 4 desviaciones estándar respecto de la media.

diferencia entre un cuadro sin procesar, y el mismo filtrado y binarizado.

Una vez obtenidas las trayectorias, fue necesario procesarlas para filtrar trayectorias espurias. Esto se realizó calculando la velocidad instantánea de cada partícula en las direcciones \hat{x} e \hat{y} , y representándolas en un histograma. La figura 4.2C muestra un ejemplo para partículas de $50 \mu\text{m}$. Se conservaron las trayectorias cuya velocidad estaba entre las líneas punteadas, es decir a menos de 11 desviaciones estándar de la media, ya que por fuera los casos caen rápidamente en ordenes de magnitud. Como la trayectoria más larga posible era de 3072 puntos (el largo de la medición), se filtraron las trayectorias cuya longitud era menor a 15 puntos pues brindaban poca información. En las figuras 4.2 A y B se puede ver un antes y un después del filtrado.

Es pertinente aclarar que si bien se reguló la cantidad de partículas que ingresaron al código de PTV con binarización, no todas las mediciones fueron igual de ruidosas y por lo tanto el filtrado de las trayectorias resultó en una distinta cantidad de partículas. Por ejemplo, para partículas de $20 \mu\text{m}$ quedaron 1164 trayectorias en el conjunto de datos, mientras que para las de $100 \mu\text{m}$ quedaron 678.

4.1.1. Velocidad y aceleración

Con esta información se procedió a hacer un análisis general del sistema. Primero se estudiaron las distribuciones de velocidad y aceleración. Esto se realizó pasando los datos de trayectorias al continuo interpolándolos con splines de grado 3, y luego derivando. Se calcularon perturbaciones normalizadas de velocidad y aceleración, es decir datos del tipo

$$\hat{v}_i = \frac{v_i - \langle v_i \rangle}{\sigma_{v_i}} \quad \hat{a}_i = \frac{a_i - \langle a_i \rangle}{\sigma_{a_i}}$$

donde el índice i se refiere a una dada partícula. Al hacer esto, todas las partículas siguen la

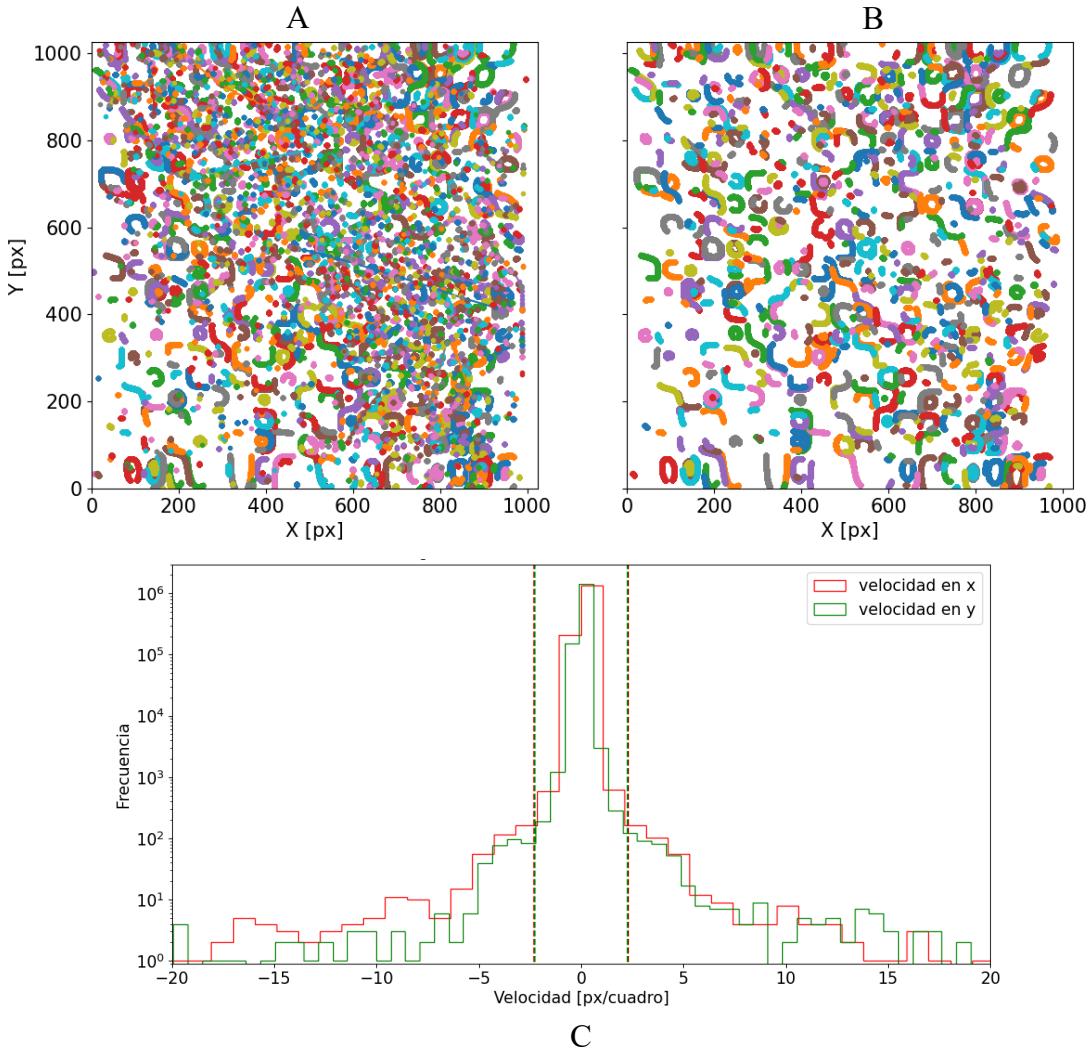


Figura 4.2: A: Trayectorias detectadas por PTV sin filtrar. B: Trayectorias de partículas filtradas por velocidad y longitud. C: Histograma de velocidades en x e y. Las líneas punteadas marcan 11 desviaciones estándar respecto de la media. .

misma distribución y por lo tanto se pueden consolidar los datos para tener mayor estadística. Según la bibliografía, la velocidad debe seguir una distribución normal, mientras que la aceleración se modela con la función $\Pi_s(a_i)$ que depende de la kurtosis κ [22].

$$\Pi_s(a_i) = \frac{e^{3s^2/2}}{4\sqrt{3}} \left[1 - \text{erf} \left(\frac{\ln |a_i \sqrt{3}| + 2s^2}{s\sqrt{2}} \right) \right], \quad (4.1)$$

$$s = \frac{1}{2} \sqrt{\ln \left(\frac{5}{9} \right) \kappa}. \quad (4.2)$$

Aquí i se refiere a una dada partícula, y s al hecho de que κ depende de los datos. En la figura 4.3 se pueden ver representados los tres casos superpuestos, separados en las direcciones \hat{x} e \hat{y} . No se notan diferencias significativas entre casos. Las distribuciones experimentales de velocidad tienen buen acuerdo con las teóricas hasta aproximadamente los 3 desviaciones estándares de distancia desde la media. Como la distribución es gaussiana, sabemos que más del 99 % de los datos se encuentran entre ellos. Las puntas de la distribución que no coinciden

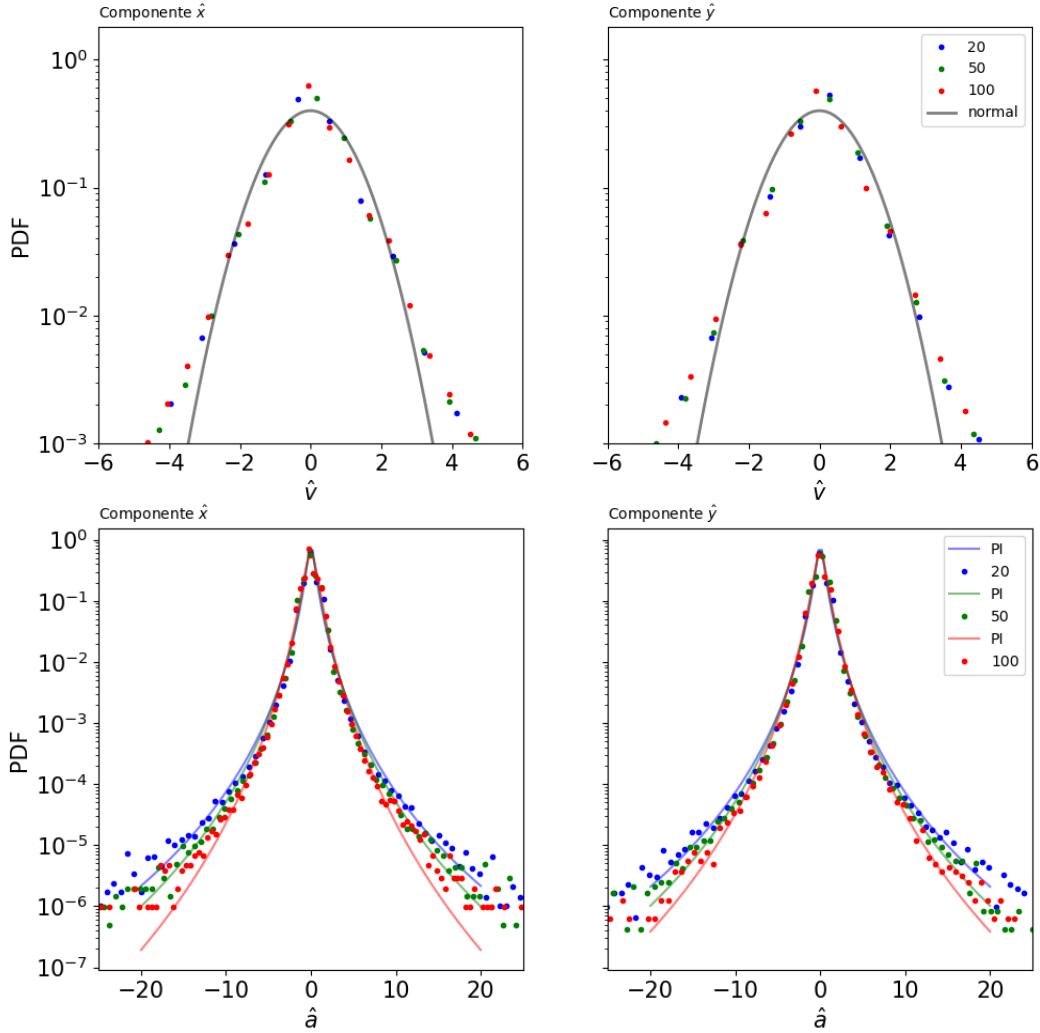


Figura 4.3: Comparación entre funciones de distribución experimentales y teóricas. En la fila superior se muestran las de velocidad, calculadas para las direcciones x e y por separado. En la fila inferior las de aceleración.

con la normal pueden atribuirse a ruido. En el caso de la aceleración se puede apreciar que la función de distribución experimental es compatible con la teórica en todos sus rangos. A partir de los 5 sigmas comienza a difuminarse la curva debido al ruido, pero se sigue observando cierta concordancia. De todas formas, a tal distancia de la media los casos caen en 4 o 5 órdenes de magnitud respecto del pico central.

Luego de examinar la función de distribución de la velocidad, se estudió como ésta varió en el espacio para los diferentes tamaños de partícula. Esto se realizó pasando a un enfoque euleriano del sistema. Para esto, se definió una grilla de celdas cuadradas fijas sobre el plano del orden de un imán, y en ellas se analizaron promedios de perturbación de velocidades y desviaciones a lo largo del tiempo. En otras palabras, en vez de seguir el movimiento de elementos de fluido (o de una partícula) se ve la variación en el tiempo sobre un punto fijo del espacio.

En la figura 4.4 se muestra un ejemplo de los mapas generados para analizar la velocidad media. Estos se generaron con la intención de encontrar un flujo medio si lo hubiese. Si bien

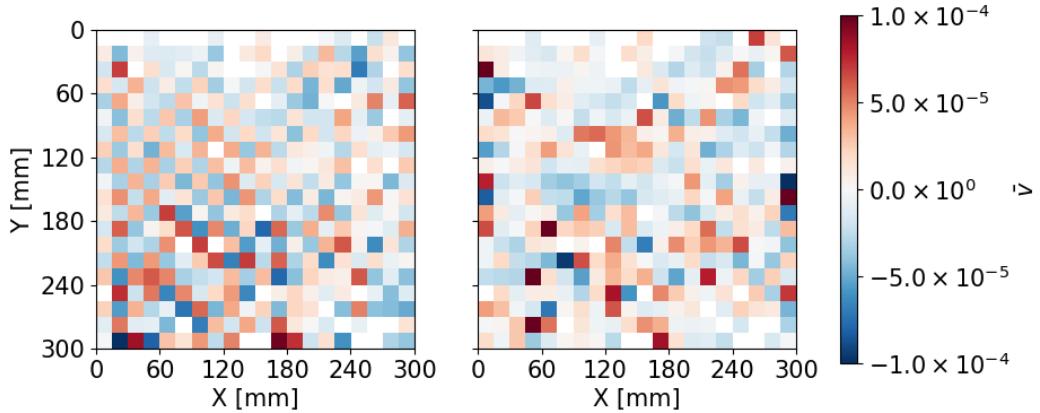


Figura 4.4: Mapa de velocidades medias. Se definieron celdas sobre las cuales se promedió para todos los tiempos. Dado que la distribución es alternada de valores positivos y negativos, no se observa un flujo medio.

no hay un flujo medio fácilmente observable con el experimento encendido, lo esperado era encontrar a lo sumo algún tipo de flujo medio marcado en la dirección \hat{x} , dado que es la dirección definida paralela a la dirección de la corriente eléctrica. Sin embargo, como se ve en la figura, ambas componentes presentan una mezcla arbitraria de valores positivos y negativos. Esto sucedió para todos los casos, lo cual sugiere que el sistema no presenta un flujo medio fuerte, a diferencia de lo que sería un túnel de viento por ejemplo.

Para poder comparar las magnitudes entre casos (y mediciones) distintas, se realizaron mapas mostrando la magnitud σ/\bar{v} que representa una cantidad normalizada de variación de velocidad. Esto es, la desviación estándar dividida por la velocidad media. Se muestra el resultado de todos los casos en la figura 4.5. Como se observa allí, no hay una tendencia clara en la formación de estructuras macroscópicas o de escala media. Es todo desorden del tamaño de las celdas, que cambia de signo e intensidad pseudo aleatoriamente.

4.1.2. Ordenamiento espacial de partículas

Para continuar analizando el sistema en profundidad, se estudió la distribución de las partículas en la superficie del fluido a través del uso de teselados de Voronoi. Estos diagramas parten el espacio en celdas de forma irregular, que delimitan la región que es más próxima a una dada partícula que a cualquier otra. Esta división del espacio da lugar a las denominadas celdas de Voronoi, cada una de ellas ocupada por una partícula. En la figura 4.6 se muestra como se ve un diagrama de Voronoi para los casos 2D y 3D. Dado que el volumen de la celda asociada a cada partícula se encuentra vinculado con su proximidad a otras, la distribución estadística de volúmenes de celdas (o áreas en el caso 2D) permite determinar si las partículas están formando agregados (clusteres, que identificaremos con exceso de áreas pequeñas) o si se están separando (distinguible con un exceso de áreas grandes) y/o si su distribución es simplemente al azar (al compararla con una distribución RPP).

El análisis parte nuevamente desde las imágenes medidas, dado que no se necesitan las trayectorias en este caso. Estas se binarizaron de manera tal que las partículas quedasen representadas como píxeles encendidos y el fondo como píxeles apagados, esta vez con la intención

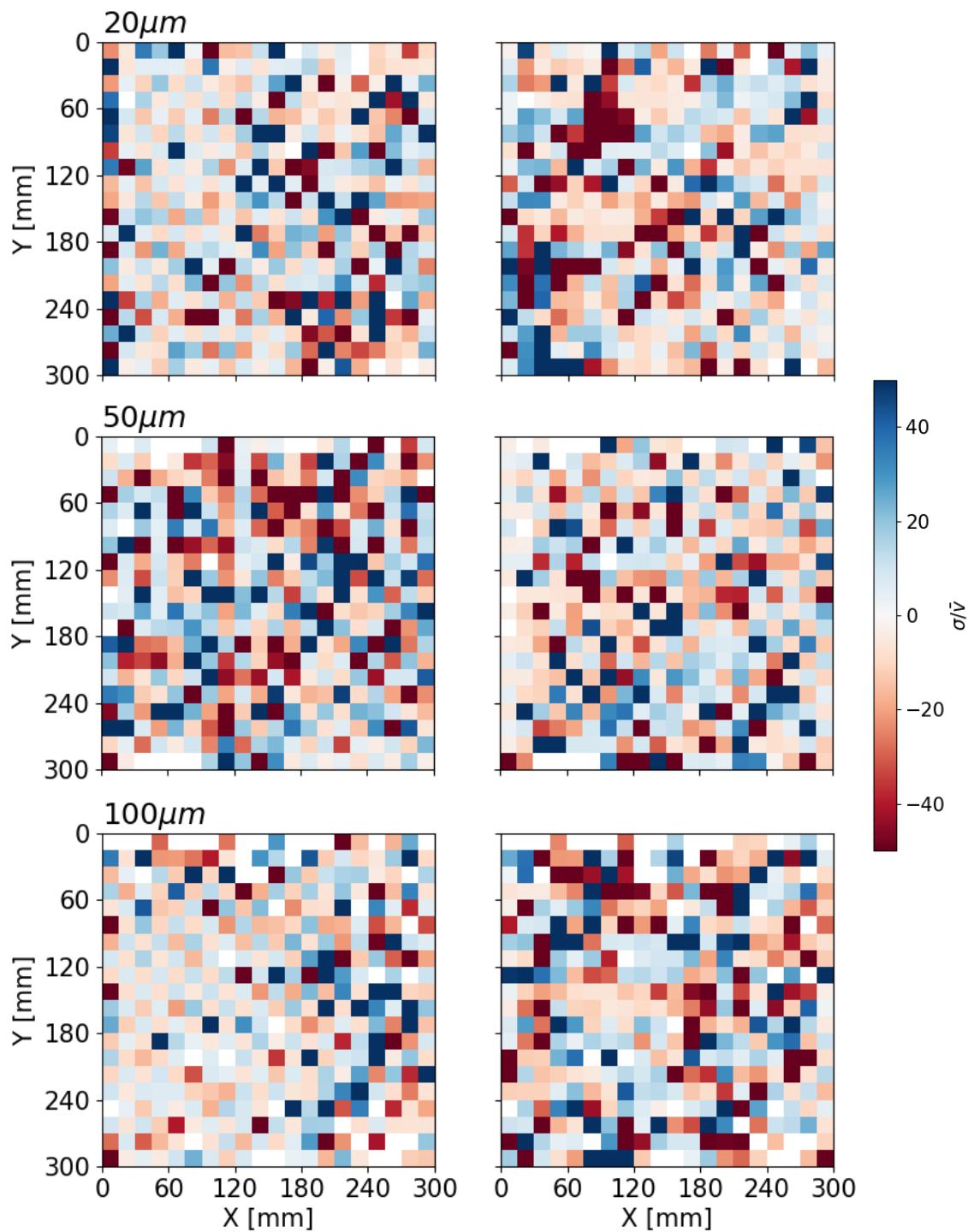


Figura 4.5: Mapas de variación de velocidad normalizada. Las cantidades se promediaron sobre todos los tiempos, para celdas fijas en el espacio. Celdas azules implican valores positivos de σ/\bar{v} , mientras que celdas rojas significan valores negativos. No se observan tendencias o formación de estructuras en ningún caso, dada la mezcla de celdas positivas y negativas, y su variación en intensidad.

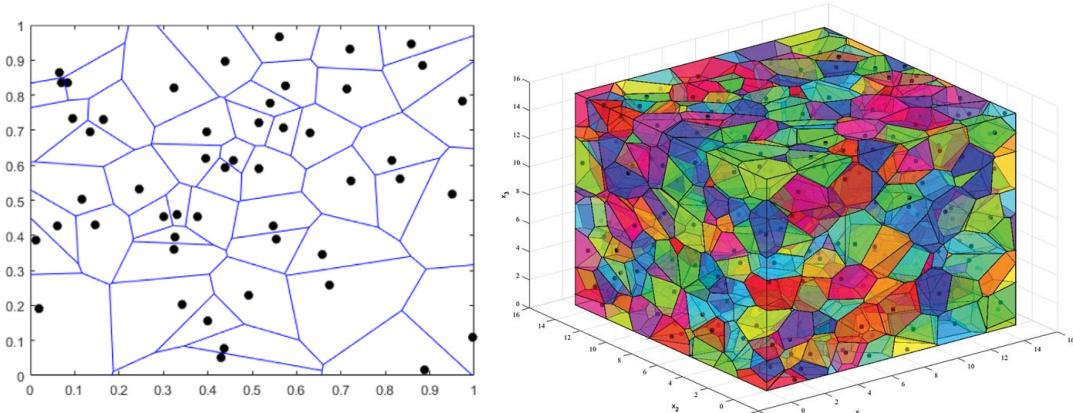


Figura 4.6: Ejemplos de teselados de Voronoi definidos con distancia euclídea en 2 y 3 dimensiones. Cada celda encierra a todos los puntos del espacio que están más cerca de una partícula que de cualquier otra. Figuras tomadas de [23, 24].

de conservar la mayor cantidad de partículas detectadas. Luego, se etiquetaron todos los elementos brillantes de la imagen, fuesen partículas únicas (1 píxel) o agregados de ellas, y se delimitaron con un rectángulo. Con el centro de cada rectángulo se realizaron los mapas de Voronoi.

Dado que cada cuadro de la medición genera un mapa, se tomaron 1 de cada 60 cuadros medidos para evitar redundancia en los datos ya que la dinámica del sistema es lenta. En la figura 4.7A se puede ver un ejemplo de los mapas de Voronoi generados. Las líneas punteadas que lo rodean indican celdas de área infinita. Esto sucede porque los centros detectados en el borde no tienen puntos contiguos de referencia con los cuales calcular una celda de área finita. Para corregir esto, se agregaron puntos sintéticos lejos de los centros de la región de interés tal que se pudiesen computar las celdas normalmente, pero con un área significativamente mayor a las creadas por los puntos reales. Luego, utilizando un mapa de colores se determinó la cota con la cual filtrar las áreas de las celdas de manera tal que sobreviviesen únicamente las generadas por datos. En la figura 4.7B se muestra la representación visual del proceso. Se buscó que solo las celdas exteriores quedasen pintadas de azul, y que las interiores se colorearan de acuerdo a un gradiente según su tamaño.

Una vez obtenida la información, se realizaron histogramas con el área de las celdas, normalizada por la media de las mismas. Para cada medición se unificaron los datos de los aproximadamente 50 mapas luego de verificar que respetaban la misma tendencia. Para determinar el corrimiento de los datos respecto de una distribución de Poisson, se compararon contra el histograma resultante de una distribución aleatoria de centros, es decir, de imágenes sintéticas con partículas diseminadas aleatoriamente en el espacio. Los histogramas se realizaron utilizando intervalos elegidos log-espaciadamente. Esta fue una decisión arbitraria dado que todos los métodos convergían para los datos normalizados, representados tal que la integral bajo la curva sea igual a 1. La comparación entre los histogramas se presenta en la figura 4.8.

En todos los casos se observa ruido en los extremos, y en mayor medida para áreas de celda pequeñas. Esto puede adjudicarse a cierta propagación de error para valores chicos.

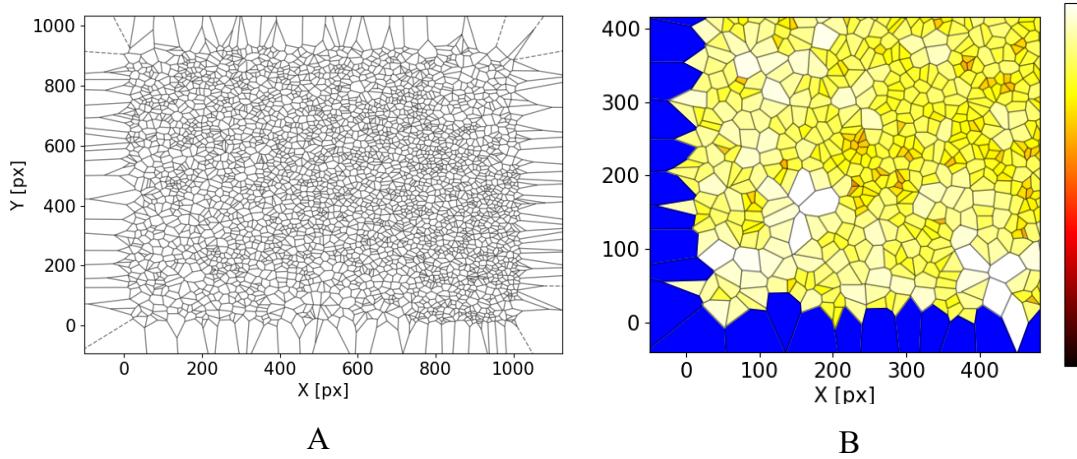


Figura 4.7: Proceso de computo de mapas de Voronoi. No se representan los puntos centrales a cada celda. A: mapa básico sin puntos sintéticos ni filtrado. Se pueden ver las líneas punteadas que marcan celdas mal calculadas de área infinita por efecto de borden. B: Zoom del mismo mapa luego del análisis. En azul las celdas del borde, no asociadas a partículas reales. El gradiente de color rojo-amarillo marca el tamaño de las celdas en el mapa.

Otra posibilidad es que haya menos datos en esa zona de los que corresponden. Debido a que ciertos clústeres de partículas fueron detectados y etiquetados como una única partícula dado que en las imágenes aparecen pegadas entre sí, estos generan celdas de área mayor con sus partículas vecinas de las que se hubiesen obtenido separando cada partícula del agregado. Otros que no estuvieron unidos en sus bordes se eligieron separadamente, generando muchas áreas pequeñas. Este problema surge como combinación entre el tamaño de las partículas y la resolución de la cámara. Por otro lado, se ve que las partículas de tamaño 20 y 50 μm tienen un comportamiento casi indistinguible con la distribución poissoniana. Sin embargo, para partículas de 100 μm se aprecia un desviación hacia áreas mayores. Esto puede deberse a varios factores, entre ellos la inercia de las partículas. Si bien todas estas partículas se consideran lagrangianas para este sistema, hay variación dentro de lo que se considera un buen trazador. Una manera de medirlo es a través del número de Stokes, que es una cantidad adimensional que describe el comportamiento de partículas suspendidas en un flujo, y viene dado por la siguiente definición

$$St = \frac{2R^2(\rho_p/\rho + 1/2)}{9\nu} \frac{u}{l} \quad (4.3)$$

donde R es el radio de las partículas, ρ_p es la densidad de las partículas, ρ es la densidad del fluido, ν es la viscosidad del agua, y u y l son velocidad y longitud características del flujo. Valores bajos implican buena advección, mientras que un valor alto significa que la partícula es dominada por su inercia.

Como ya se ha mencionado, el electrolito, la altura de la capa y el forzado no cambiaron entre casos de estudio. Dado que el único parámetro que varía es el tamaño de las partículas, se puede describir al número de Stokes como $C \cdot R^2$ con C una constante. Aumentar R agranda el valor de St , y en el caso de $R = 50$, St resulta 4 veces mayor que para $R = 25$ y 25 veces más grande que para $R = 10$. Es razonable entonces pensar que las partículas de 100 μm se ven menos afectadas por la advección del flujo, y por lo tanto se acumulan con menor frecuencia.

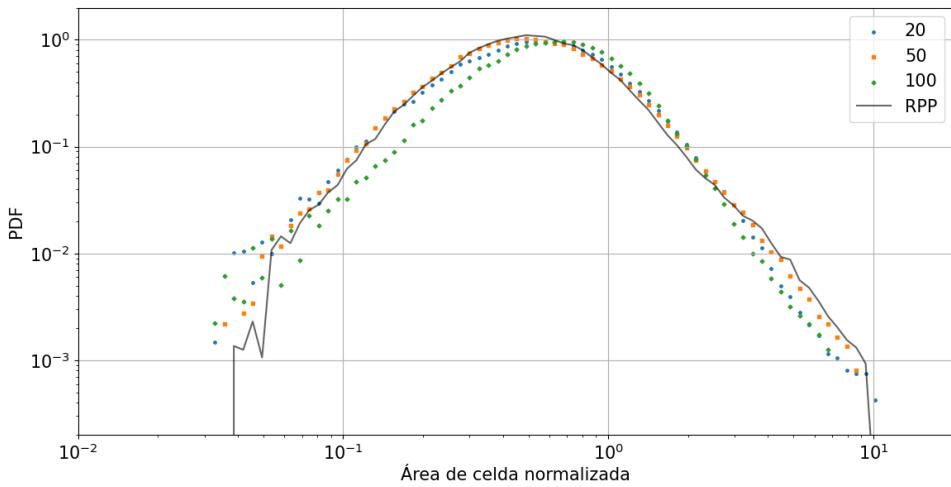


Figura 4.8: Histograma de distribución de áreas de celdas de Voronoi normalizadas para los 3 casos estudiados. En negro se representa la distribución para puntos sintéticos dispuestos aleatoriamente en el espacio, que siguen una distribución de Poisson.

4.1.3. Entropía topológica: teoría de trenzas

Paralelamente a los análisis ya mencionados, se planteó como objetivo aplicar una herramienta novedosa para este sistema. Propuesta por Thiffeault [11], es el uso de álgebra de trenzas para calcular la llamada entropía topológica. Esta funciona como una medida del entrelazamiento entre partículas, donde se piensa a la entropía en el sentido de desorden. Para sistemas dinámicos, mide la pérdida de información y está relacionada con el exponente de Lyapunov (que mide la tasa tiempo-asintótica de separación entre trayectorias vecinas), pero no requiere una noción de distancia. Un valor positivo se asocia con caos, pero no dice nada sobre el tamaño de la región caótica. La entropía topológica es un límite superior al exponente de Lyapunov más grande de un flujo.

El autor expone un caso de aplicación a datos experimentales para 10 marcadores oceánicos. El sistema del presente trabajo, como ya se ha mencionado, considera entre 600 y 1000 partículas. Además de la traducción del método a código, se pretendió ver si el mismo converge para cualquier sistema, y en qué orden de magnitud cae la entropía en este caso.

El proceso conlleva los siguientes pasos, que serán posteriormente descriptos en detalle: Primero, obtener las órbitas o trayectorias de partículas. Luego, generar un gráfico tridimensional con el tiempo fluyendo verticalmente (a esto lo llamaremos trenza física). El siguiente paso es transformar la trenza física en un diagrama de trenzas, que simplifica la información de los cruces entre trayectorias. Finalmente, aplicar la trenza algebraica sobre un estado inicial arbitrario y calcular la tasa de crecimiento del ajuste exponencial sobre eso. La tasa de crecimiento del ajuste es la entropía topológica.

Los primeros dos pasos no requieren mayor explicación. Se trabajó con las mismas trayectorias obtenidas con PTV, y se separó la información en sus componentes \hat{x} e \hat{y} en función del tiempo, obteniendo así las trenzas físicas. Para transformarlas en las llamadas trenzas algebraicas, se utiliza la proyección de la posición de las partículas sobre una línea, y se etiquetan

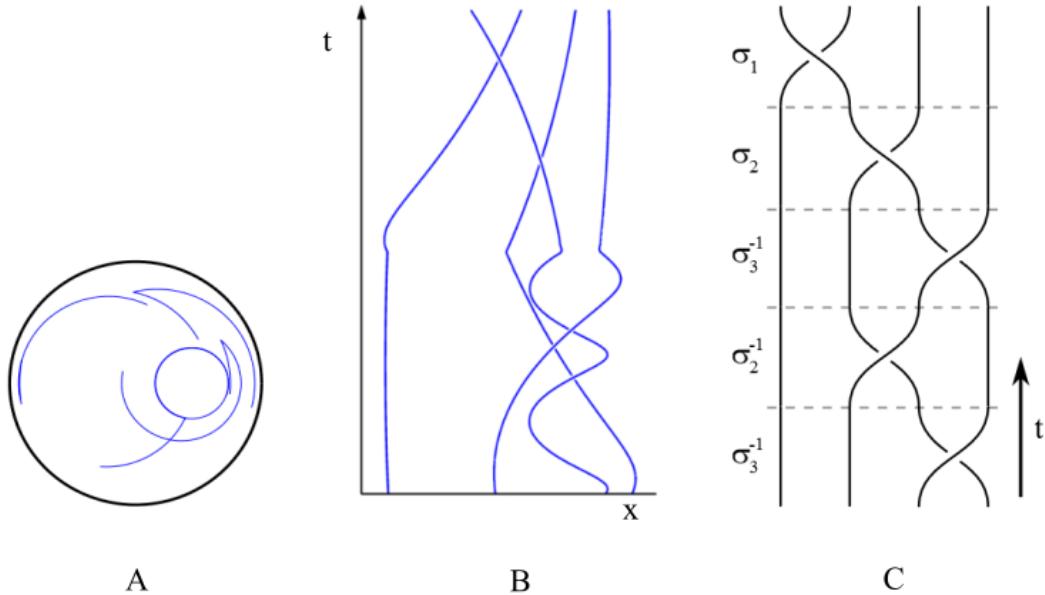


Figura 4.9: Proceso de abstracción de cruces entre partículas. A: trayectorias bidimensionales en un recinto circular. B: las mismas trayectorias, proyectadas sobre un eje \hat{x} , con el tiempo fluyendo hacia arriba. C: diagrama de trenzas generado a partir de estas trayectorias, nuevamente con el tiempo fluyendo hacia arriba.

en orden ascendente. Es importante notar que no se etiquetan las partículas en sí, sino las posiciones en orden sobre el eje. Un cruce ocurre cuando dos partículas intercambian su posición sobre la línea de proyección. Este puede ser un cruce horario o antihorario. Para determinar cuál de los dos es, se mira la proyección de las partículas intercambiadas sobre la línea perpendicular a la original. Es decir, si se observa un cruce entre partículas sobre el eje x , para determinar el sentido del cruce se recurre a la información para esas mismas partículas en ese tiempo sobre el eje y . Suponiendo que se cruzan las partículas i -ésima y j -ésima, si i estaba por arriba de j al momento del cruce, entonces se dice que el cruce es horario y su generador es σ_i , mientras que si es al revés, el cruce es antihorario y su generador es σ_i^{-1} . El resultado de este proceso es una secuencia ordenada temporalmente de generadores σ y σ^{-1} denominada la trenza algebraica de las trayectorias.

Estas trenzas se caracterizan por los cruces entre sus hebras, y esencialmente son una secuencia de generadores que no necesariamente proviene de una trenza física. Para garantizar que ambas trenzas describan al mismo grupo, se imponen algunas condiciones para respetar las condiciones de contorno reales. Dos trenzas son equivalentes si pueden ser formadas la una en la otra sin que una hebra cruce otra. Además, tienen algunas propiedades de commutación:

$$\sigma_i \sigma_j \sigma_i = \sigma_j \sigma_i \sigma_j \quad \text{si } |i - j| = 1 \quad (4.4)$$

$$\sigma_i \sigma_j = \sigma_j \sigma_i \quad \text{si } |i - j| > 1 \quad (4.5)$$

Obviamente, una secuencia de tipo $\sigma_i \sigma_i^{-1}$ no tiene ningún efecto final sobre la trenza ya que cruza y descruza dos hebras. Así, el conjunto de generadores más sus relaciones de con-

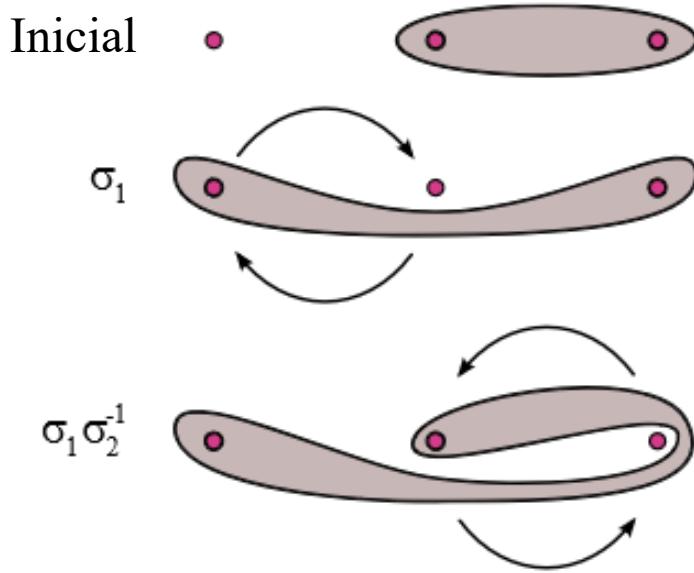


Figura 4.10: Una linea material arbitraria se encuentra inicialmente envuelta alrededor de la segunda y tercera partícula. En el segundo paso se aplica el generador σ_1 , cambiando de lugar las partículas uno y dos en sentido horario. En el tercer paso, se aplica un nuevo generador σ_2^{-1} , que intercambia las partículas dos y tres antihorariamente. Así, la línea se estira con cada generador aplicado. Al aplicar sucesivos generadores, la longitud de la línea material crece exponencialmente.

mutación conforman un grupo algebraico de trenzas B_n , que es isomorfo al grupo de trenzas físicas. Para aplicar el método, al ocurrir un cruce es importante registrar qué hebra pasa por delante y cuál por detrás. Sin embargo, la definición de qué es atrás no importa, siempre que se mantenga consistente. También es importante que haya un único cruce por tiempo para poder ordenar adecuadamente los generadores. Dado que hay un tiempo finito entre dos pasos de una trayectoria, definido por la cantidad de cuadros por segundo de la grabación, fue necesario interpolar algunos tramos en los que hubo más de un cruce simultáneo.

Antes de continuar, una aclaración pertinente. La definición de entropía topológica del flujo usada en este contexto es la 'tasa de crecimiento asintótica de líneas materiales'. Para calcularla, es necesario tener un campo de velocidades muy bien definido. Se elige una línea material inicial y se la sigue por un determinado tiempo mientras la línea se alarga. La entropía es, estrictamente hablando, el supremo de la tasa de crecimiento sobre todas las líneas posibles, pero se puede considerar que cualquier línea no trivial del dominio crece exponencialmente con una tasa h_{flow} . No obstante, en aplicaciones prácticas no siempre se tiene acceso a representaciones precisas del campo de velocidades. Por eso se usan las trenzas, como una manera de aproximar la entropía topológica. Para estas se utiliza el movimiento de n partículas descripto por una secuencia de generadores. Partiendo de una línea material (línea constituida por sucesivas posiciones de la misma partícula en un fluido en movimiento) inicial arbitraria 'agarrada' a un dado número de partículas, se la fuerza a seguir las partículas mientras las partículas se cruzan. Para facilitar la comprensión, referirse a la figura 4.10 donde se muestra un ejemplo para $n = 3$. De esta manera, la línea (también llamada 'loop') inicial crece

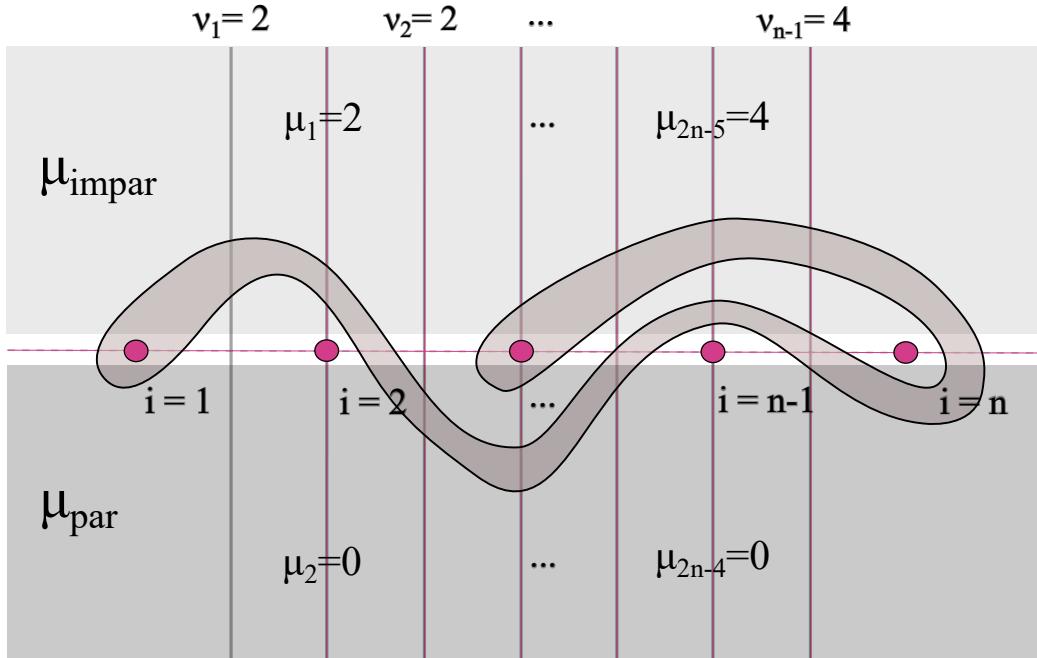


Figura 4.11: Línea material descripta por sus *crossing numbers*. Las rectas verticales entre partículas se etiquetan con μ , y su valor viene dado por la cantidad de veces que el loop la corta. Las rectas sobre las partículas se dividen en el área por encima y por debajo de las mismas. Por encima se cuentan la cantidad de cruces con el loop usando μ impares, mientras que por debajo se usan μ pares. La línea punteada marca la horizontal que cruza todas las partículas, cuyos cruces con el loop se cuentan en $L(u)$.

en longitud exponencialmente, y a esta tasa de crecimiento se la llama entropía topológica de la trenza h_{braid} . Esta cantidad funciona como un límite inferior para la entropía del flujo, $h_{flow} > h(n)_{braid}$, y de manera general, cuanto mayor sea n más se acercan entre sí las entropías.

Continuando, en el segundo paso se obtuvo la trenza algebraica (la secuencia de generadores). Para calcular h_{braid} a partir de esta, se utilizan las coordenadas de Dynnikov. Las mismas permiten codificar un loop de manera minimal y reconstruirlo exactamente. Con ellas también se puede calcular $L(u)$, que es la mínima cantidad de veces que el loop se cruza con la línea horizontal a través de las partículas. Luego, si la longitud del loop crece exponencialmente, entonces $L(u)$ también lo hace al mismo ritmo, y se puede obtener h_{braid} a partir de un ajuste.

Para obtener las coordenadas de Dynnikov primero se necesitan los *crossing numbers* de un loop. Sea una línea material como la representada en la figura 4.11, se dibujan rectas verticales sobre las partículas y entre ellas (excepto en los extremos). Los *crossing numbers* cuentan cuantas veces el loop corta a esas rectas. Se diferencian en dos tipos: v si la recta está entre partículas, μ si está sobre las partículas. En el último caso, también se separa en pares e impares, siendo μ_{impar} para los cortes por encima de las partículas y μ_{par} por debajo de ellas. Para n partículas se etiquetan con v_i (entre partículas $i, i + 1$), μ_{2i-3} y μ_{2i-2} . Luego, hay un total de $3n-5$ *crossing numbers*.

Este conjunto de números se puede reducir, definiendo

$$a_i = \frac{1}{2}(\mu_{2i} - \mu_{2i-1})$$

$$b_i = \frac{1}{2}(\nu_i - \nu_{i+1})$$

para $i = 1, \dots, n-2$. Finalmente, el vector $\mathbf{u} = (a_1, \dots, a_{n-2}, b_1, \dots, b_{n-2})$ se define como las coordenadas de Dynnikov del loop. $L(\mathbf{u})$ se calcula como

$$L(\mathbf{u}) = |a_1| + |a_{n-2}| + \sum_{i=1}^{n-3} |a_{i+1} - a_i| + \sum_{i=0}^{n-1} |b_i|.$$

Para las definiciones de b_0 y b_{n-1} ver [11] pag. 11-12.

Luego, dado un loop codificado de esta manera, cada generador del grupo B_n transforma a las coordenadas de manera predeterminada, siguiendo las llamadas *update rules*. Dado que son definiciones y no tienen mayor riqueza conceptual, el lector interesado podrá consultarlas en [11] pag. 13.

El procedimiento de cálculo varía ligeramente según el tipo de trenza con la cual se trabaja. Esto depende fuertemente del sistema estudiado. Se categorizan entre periódicas y aleatorias, y dentro de estas últimas según si es posible promediar o no. El experimento del presente trabajo devuelve trenzas aleatorias, pues las partículas no vuelven a su lugar inicial en el último paso, y sin promediado dado que no se puede garantizar la misma cantidad de partículas detectadas entre una medición y la siguiente. Para este caso los pasos son los siguientes.

Asumiendo que se obtuvo la secuencia de generadores a partir de las trayectorias de n partículas, y el tiempo en el cual ocurrió cada cruce:

- 1) Se parte de un loop inicial, codificado como un vector \mathbf{u} . Este se eligió sinusoidal, 'encerrando' a las puntas y esquivando a todas las partículas intermedias alternadamente por encima y por debajo.
- 2) Para cada generador de la trenza, se aplican las *update rules* para modificar a \mathbf{u} .
- 3) Se calcula el número de intersecciones horizontales $L(\mathbf{u})$.
- 4) Se grafica $L(\mathbf{u})$ en función del vector de tiempos de los cruces.
- 5) Se ajusta una función lineal a $L(\mathbf{u})$, cuya pendiente es h_{braid} .

Este procedimiento se realizó para todos los tamaños de partícula, y su resultado se presenta en la figura 4.12. Utilizando el método como fue presentado, solo parece converger para partículas de $50\mu\text{m}$ en este sistema. Este caso no es el de mayor cantidad de partículas detectadas, ni el de menor cantidad. Tampoco es extremo en la cantidad de cruces, dado que para partículas más pequeñas se detectaron más cruces, y para partículas más grandes menos cruces. Esto muestra que el problema no radica simplemente en por ejemplo la longitud de las grabaciones tomadas para detectar más cruces.

Una interpretación posible surge al superponer la información de los tres casos, como se hizo en la figura 4.13. Allí se ve que todas las líneas materiales, si bien comienzan desde la misma condición inicial, también tardan el mismo tiempo en pasar de lo que parece un régimen

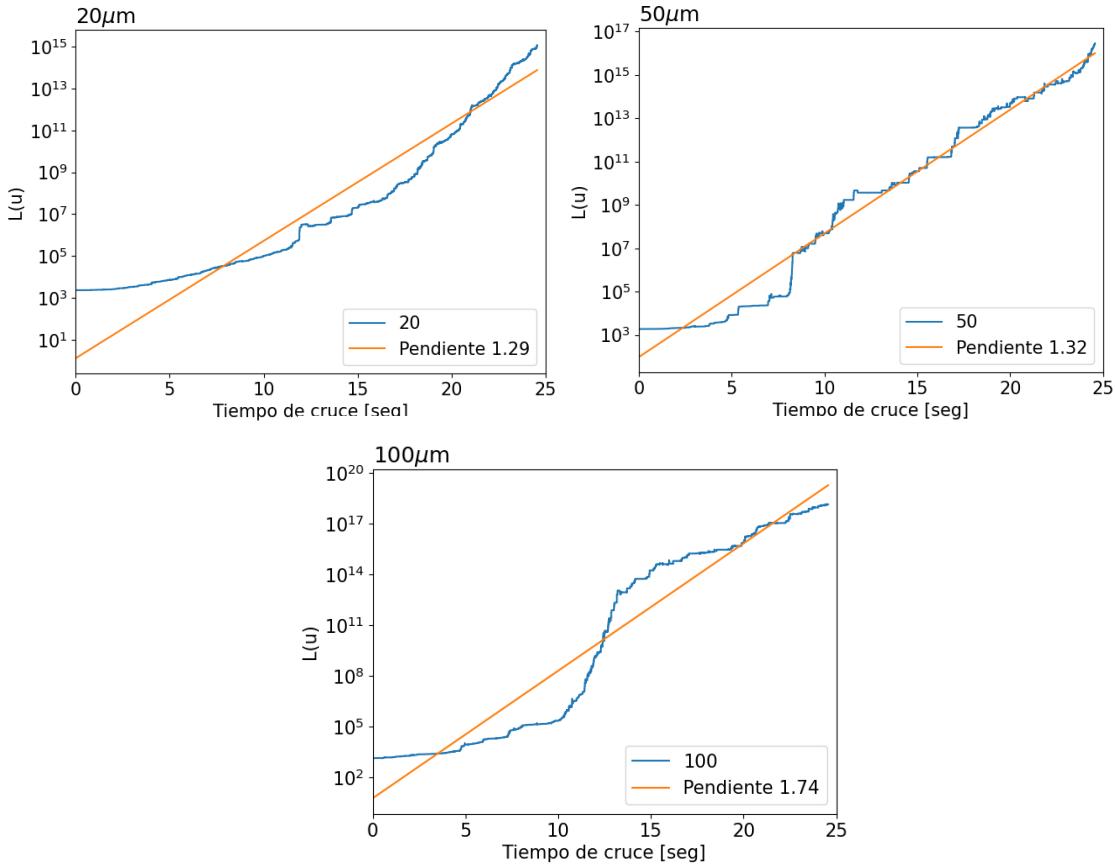


Figura 4.12: Para los 3 casos estudiados, $L(u)$ en función del tiempo en el cual ocurrieron todos los cruces. En naranja se representa el ajuste lineal a los datos. Su pendiente es la entropía topológica de la trenza, pero el método no converge a una lineal en todos los casos, por lo que el valor no está bien definido.

men de transición a uno de crecimiento estable. Con el objetivo de buscar una explicación para este comportamiento, se decidió realizar un ajuste solo sobre el segundo tramo. Como resultado se obtuvo una tendencia: partículas más grandes generan menor entropía que partículas pequeñas.

Recordando la relación entre las entropías de la trenza y del flujo, exponemos lo siguiente. Desde un aspecto matemático se planteó que la semejanza entre las entropías está únicamente dictada por la cantidad de partículas contemplada en la trenza (n). Proponemos considerar que si h_{braid} es una cota inferior para h_{flow} entonces sentido que experimentalmente, partículas comparables con un elemento de fluido generen una entropía topológica de la trenza mayor que partículas inerciales. Así, esta cantidad tendería más rápidamente a la entropía topológica del flujo, dado que la trenza formada por partículas que respetan la advección del flujo asemeja el entrelazamiento del mismo.

Esto implica una nueva variable a considerar en la convergencia del método al usarlo en sistemas reales. De ser así, se vuelve de gran interés saber cuánto tarda un flujo en llegar al régimen de crecimiento estable de $L(u)$, para saber sin necesidad de medir diferentes casos a partir de qué momento ajustar la curva. Remitiéndonos a la caracterización previa del experimento expuesta en la sección 3.4, para este sistema se encontró un tiempo característico

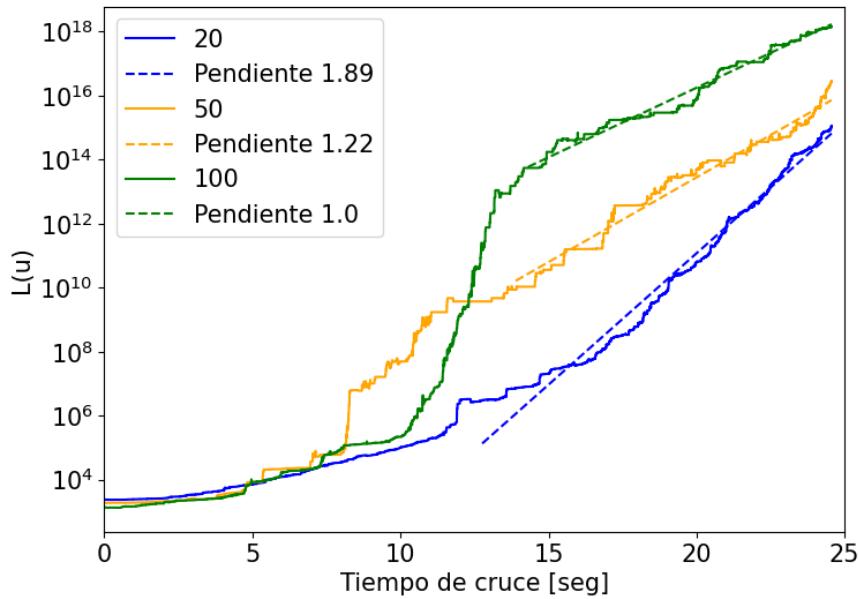


Figura 4.13: Superposición de $L(u)$ en escala logarítmica, en función del tiempo en el cual ocurrieron los cruces para los 3 casos estudiados. Las líneas punteadas denotan ajustes lineales sobre el segundo tramo de los datos. Se observa un cambio en el comportamiento del crecimiento de $L(u)$ alrededor de los 12 segundos.

de aproximadamente 15 segundos para la estabilización de la energía al encender y apagar el forzado. Si bien estas mediciones se tomaron ya habiendo alcanzado el régimen estacionario de la turbulencia, al comparar con la figura 4.13 este también es el tiempo que tardan los cruces entre las hebras de las trenzas algebraicas generadas en llegar a un comportamiento de crecimiento exponencial. Si tomamos 15 segundos como un tiempo característico de 'desorden del sistema', entonces se pueden conectar ambos comportamientos, lo cual nos da una forma sencilla de encontrar a partir de qué momento ajustar la curva $L(u)$.

Sería de gran interés verificar este comportamiento en otros sistemas, para determinar si este nuevo abordaje de la técnica mantiene las mismas tendencias.

4.2. Variación de altura de capa

En esta sección del trabajo se varió únicamente la cantidad de electrolito introducido en el experimento. Se mantuvo el tamaño de las partículas constante en $20 \mu\text{m}$, al igual que el forzado en 15 V y 2 A . Un cambio respecto de la sección anterior es el electrolito utilizado, que se cambió de salmuera a nitrato de potasio dado que este último no emite cloro gaseoso al hacer electrólisis. El objetivo al variar la altura de la capa de fluido fue estudiar si hay algún cambio fácilmente observable entre el régimen bidimensional y tridimensional de un flujo. Partiendo de una altura control de la capa de electrolito en la región de interés igual a la previamente analizada (0.5 cm), se midió el sistema también para $1, 1.5$ y 2 cm .

Para empezar, se buscaron las trayectorias de las partículas. Esto requirió el mismo proceso que en la sección 4.1. Las mismas se encuentran representadas en la figura 4.14. Se observa

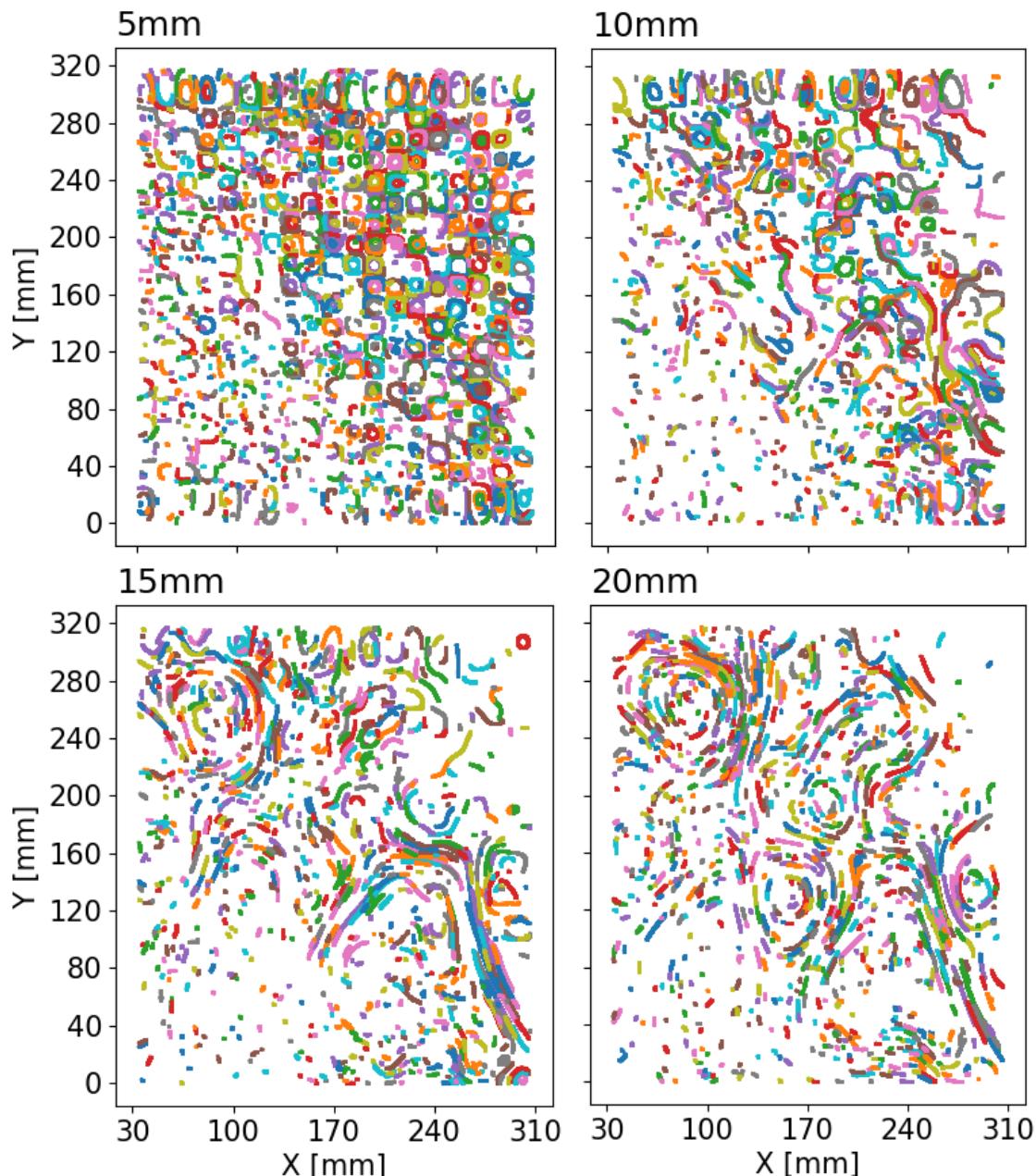


Figura 4.14: Trayectorias de partículas para distintas alturas de capa de electrolito. Se observa a 5mm de distancia respecto de la red de imanes como estas respetan fuertemente la forma de la red, siguiendo vórtices de la escala de un imán. A medida que se sube en altura este patrón se desordena, hasta obtener estructuras de escala mayor para 15 y 20mm.

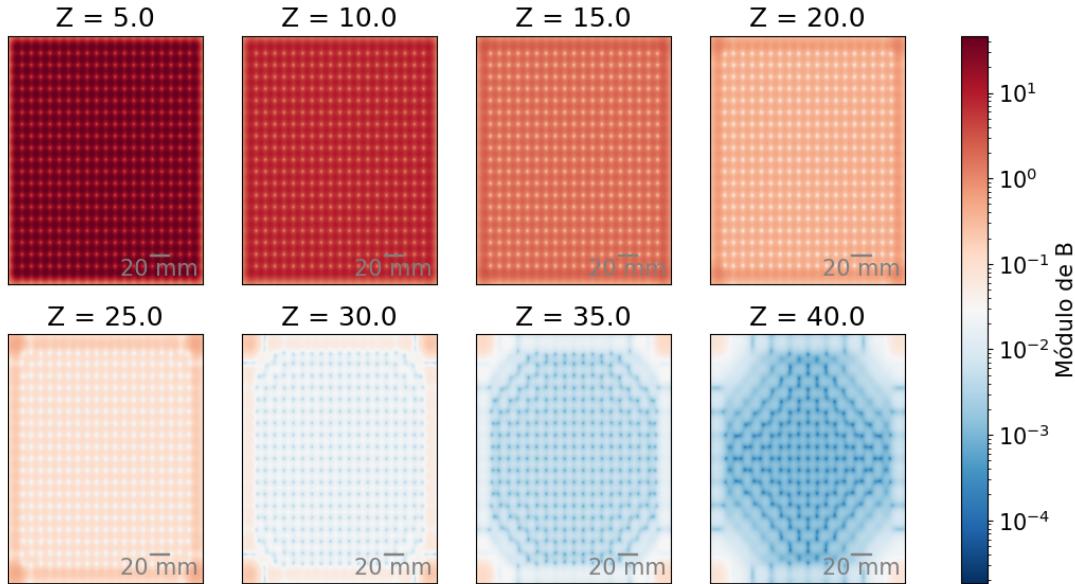


Figura 4.15: Simulación del módulo del campo magnético generado por una red de 20×20 imanes de $0.4T$ y 10mm de diámetro cada uno, espaciados 5mm entre si. Se representa para distintas alturas (en mm) respecto de la misma, con el objetivo de ver como varía la distribución espacial con la distancia.

un claro cambio en la dinámica, partiendo de una distribución de vórtices del tamaño de los imanes y progresando de manera desordenada hacia vórtices de mayor escala. En todas las instancias se aprecia una zona de trayectorias escasas. Esto es debido a un leve desenfoque de la cámara en esa región, y aparece siempre gracias a la naturaleza sucesiva de las mediciones en este caso. En la sección anterior fue necesario vaciar la cuba y reiniciar todo el experimento para cambiar las partículas trazadoras, mientras que aquí se mantuvo armado mientras se agregaba fluido escalonadamente a la cuba.

Para cerciorarse de estar viendo una consecuencia del desarrollo del sistema, y no simplemente una respuesta a un forzado de esa misma escala, se realizaron simulaciones del módulo del campo magnético generado por la red de imanes debajo de la zona de interés. Dado que al aumentar la capa de fluido la superficie de estudio se aleja de los imanes, y la forma del campo magnético varía con la distancia, se calculó el campo para alturas que incluyesen los rangos estudiados (i.e. 13 a 33 mm) y así ver que forma tiene el campo en cada caso. Como se puede ver en la figura 4.15, a medida que aumentamos la distancia respecto de la red, el forzado pasa de tener una forma muy bien definida y ordenada a tener celdas más difusas y grandes, e incluso áreas conglomeradas en las esquinas de alrededor de 20 mm (distancia entre 3 imanes). La intensidad también varía con la distancia, bajando entre 2 y 5 órdenes de magnitud dependiendo de la zona.

Esto permitió descartar que los vórtices grandes se formasen debido a fuerzas externas, dado que incluso para alturas entre 30 y 35 mm desde la red las zonas más intensas del campo no tienen la escala de los mismos observados para 2mm de fluido. Esto sugiere la actividad de una cascada inversa de energía, y por lo tanto una permanencia en el régimen bidimensional más allá de lo esperado. Además, el desarrollo de la forma de las trayectorias se condice con resultados intermedios de formación de condensados encontrados en la bibliografía, como los

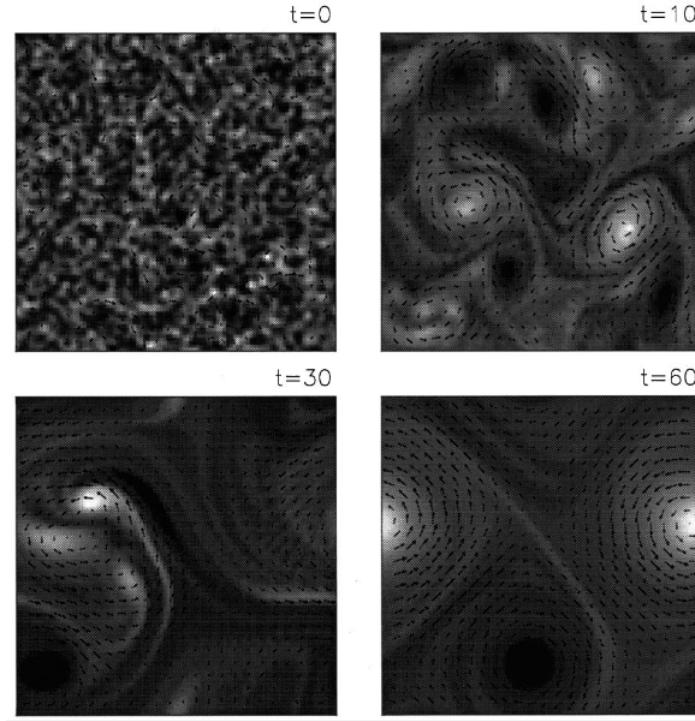


Figura 4.16: Parte de una simulación de estados asintóticos para un flujo bidimensional incompresible. Se observa como partiendo de una distribución inicial aleatoria el sistema se reorganiza entregando energía a escalas mayores, y formando así estructuras macroscópicas paulatinamente. Las trayectorias obtenidas experimentalmente se pretenden comparan con estas placas para $t=10$ y $t=30$. No se incluyeron los últimos pasos donde se llega a un único vórtice del tamaño del recinto. Figura tomada de [25].

de la figura 4.16.

Se decidió analizar con más detalle las estructuras formadas. Para ello se recurrió al uso de la técnica PIV explicada en la sección 3.1. Para la implementación de la técnica se usó una fuente de luz continua (luces LED). Como se explicó en la sección 3.1, el δt se manipuló con la cámara, ajustando la cantidad de FPS de la grabación. Se optó por grabar en 60 FPS, por lo que el paso temporal fue de 0.016. El análisis de correlación espacial se hizo a través del uso de PIVlab en MATLAB [26]. Con esta herramienta se consiguieron los campos de velocidad y vorticidad. Se utilizaron filtros pasa bajos y pasa altos para el pre-procesado de las imágenes, a las cuales también se le restó la media de intensidades. Como parámetros de cálculo se utilizaron deformaciones de ventana tipo FFT, y un área de interrogación de 64px la cual se pasó 3 veces.

En las figuras 4.17 y 4.18 se muestran los resultados obtenidos. Se observa la misma dinámica en término de los campos mencionados. Es notable como incluso para el caso en el que el sistema se ve fuertemente influenciado por el forzado, respetando la forma de la red de imanes en el tiempo, el flujo es turbulento (esto fue verificado en el estudio previo del sistema, mirando el espectro de energía). A medida que subimos en altura, controla en menor medida la fricción y el forzado, y empezamos a ver la presencia de otros fenómenos.

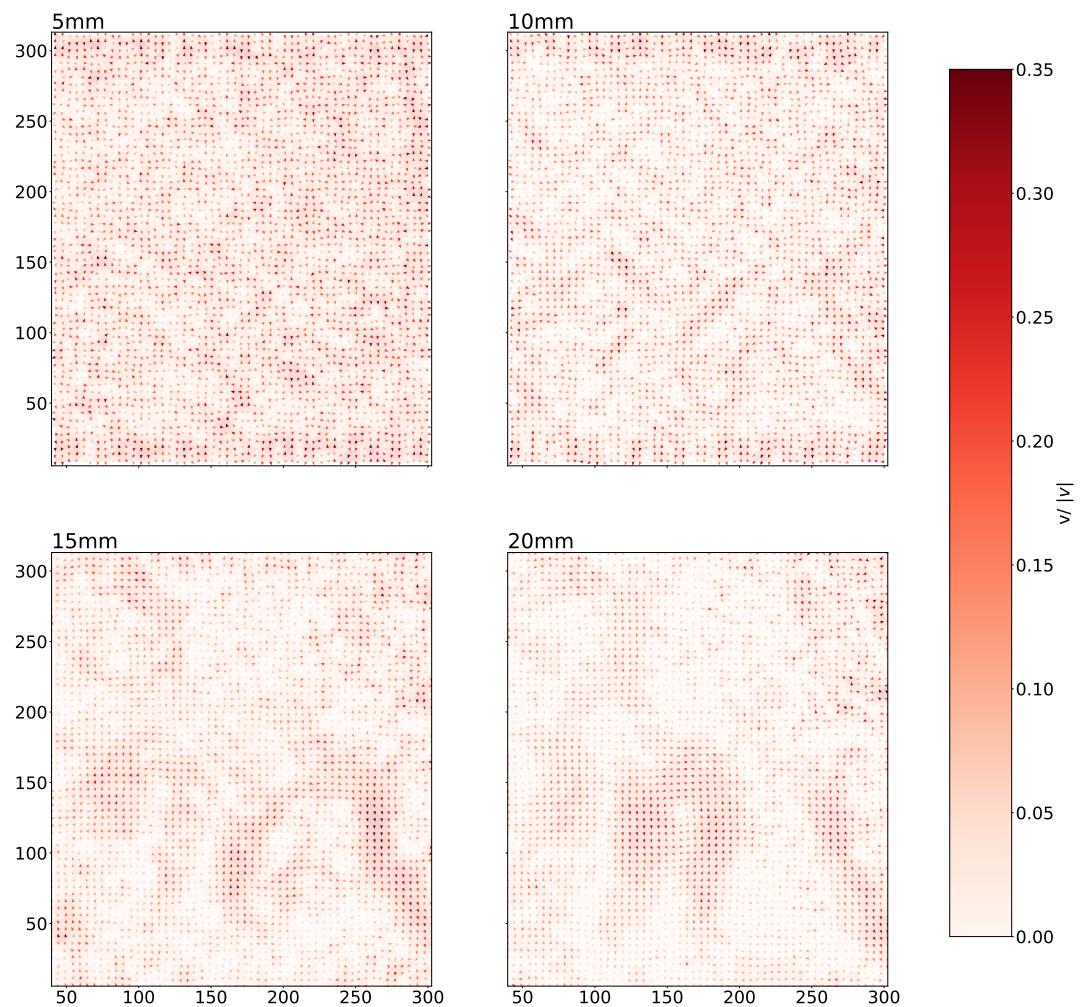


Figura 4.17: Campos de velocidad obtenidos para distintas alturas de electrolito a través de PIV. La velocidad representada se normalizó por el módulo para que todos los vectores tuvieran la misma longitud. La intensidad de la magnitud se muestra con la saturación de color. Se observa que los círculos obtenidos a partir de la representación de trayectorias son efectivamente vórtices gracias a su único sentido de circulación.

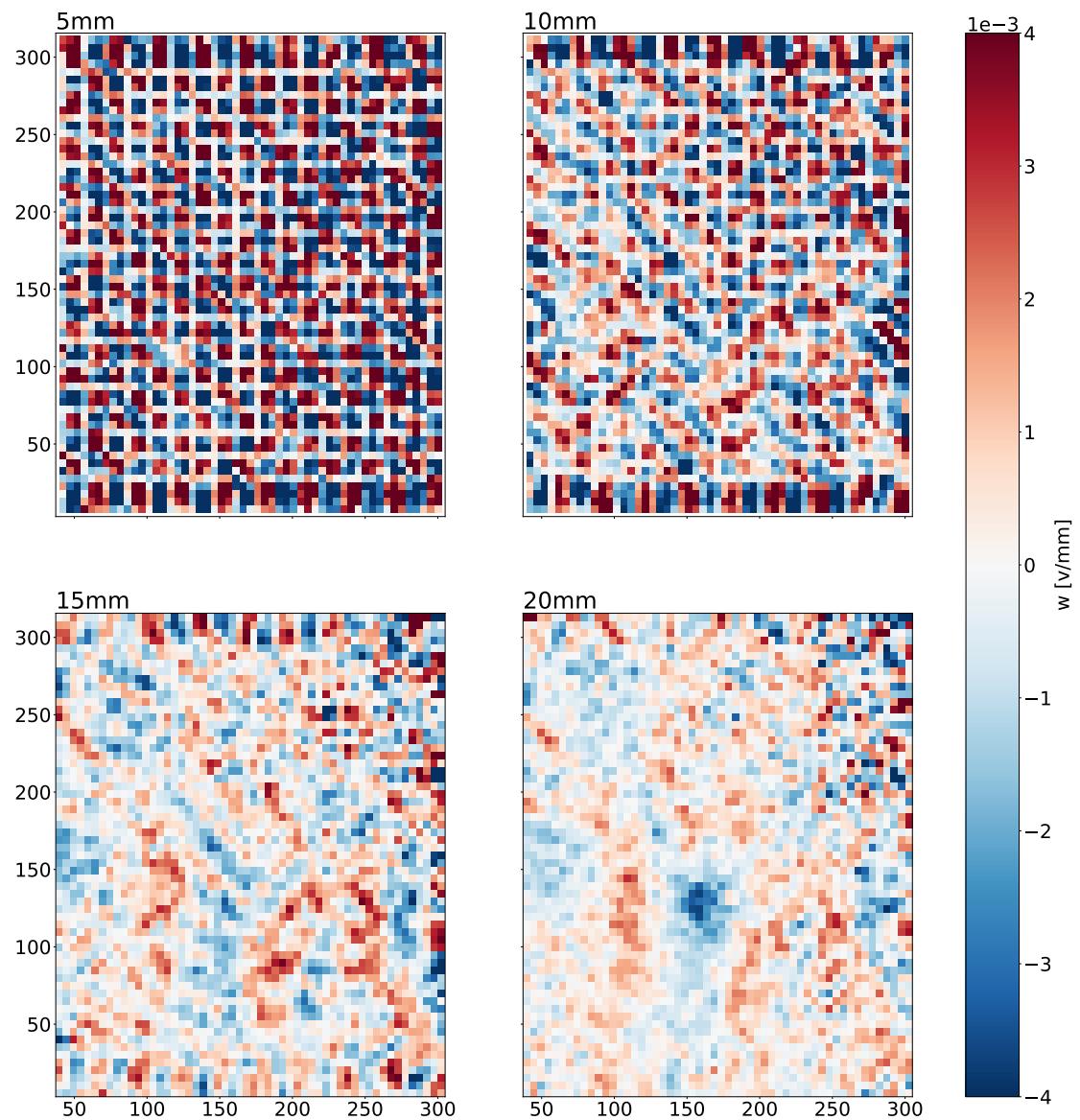


Figura 4.18: Campos de vorticidad obtenidos para distintas alturas de electrolito a través de PIV. El rojo representa valores positivos, mientras que el azul representa valores negativos. Se observa la misma tendencia que para el campo de velocidades en términos de ordenamiento espacial a medida que cambia la altura del electrolito.

Como primer paso a futuro sería interesante volver a calcular los espectros de energía para ver si para distintas alturas se extiende el rango inercial respecto del ya calculado. También sería una herramienta para determinar si están presentes los efectos de una cascada directa de energía, aunque no sean fácilmente observables. De ser así entonces nos encontraríamos en un régimen intermedio y no en uno bidimensional.

Si este no fuese el caso, entonces la preocupación por lograr un sistema estrictamente bidimensional tiene menor relevancia. De hecho, al aumentar la tercera dimensión le quitamos peso a los efectos de borde, sobre todo el *bottom drag* o fricción de fondo. Esa podría ser la razón por la cual la escala de disipación macroscópica empieza casi en la misma que en la de forzado y termina en un rango ampliado, razón por la cual llegamos a ver vórtices mayores. En esta línea, si se pudiese medir para alturas incluso mayores a 20 mm, sería interesante determinar hasta qué punto se logra que la escala de los vórtices estacionarios aumente, y cuando realmente se cruza el límite entre lo bidimensional y lo tridimensional.

No se incluyó un análisis del perfil de velocidades. Es posible que al aumentar la capa hasta este punto los efectos no sean prevalentes en la superficie. Habría que comprobar que no se estén formando estructuras verticales, o que no haya mucha circulación en ese sentido. Sin embargo, con las mediciones tomadas se puede concluir que para estas alturas de fluido dominan los efectos bidimensionales por sobre los tridimensionales. Los efectos 3D no son lo suficientemente disruptivos aún para impedir la cascada inversa.

CAPÍTULO 5

CONCLUSIONES Y PERSPECTIVAS

El objetivo principal de este trabajo fue caracterizar un experimento para la generación de turbulencia bidimensional usando capas electromagnéticas, a través del estudio de la dinámica de partículas dispersadas en él. Si bien se ha estudiado extensivamente la turbulencia bidimensional desde el punto de vista euleriano, este trabajo es uno de los primeros en observar de manera lagrangiana el transporte de partículas en un sistema de este tipo. Los estudios se realizaron utilizando técnicas de medición ópticas no intrusivas, como PIV y PTV, con los que se logró detectar aproximadamente 1000 partículas. Disponer de una considerable estadística de partículas nos permitió derivar una descripción euleriana, y así cuantificar cantidades como las componentes de velocidades en el plano y la vorticidad perpendicular. Este estudio permite comparar y/o validar con resultados anteriores de la bibliografía, dado que es un método clásico en el área.

Asimismo, es la primera vez que en este flujo se usa una medida topológica para cuantificar su complejidad, basada en datos lagrangianos para trayectorias. Los resultados de su implementación *as is* fueron inconclusos, dado que el método sólo convergió para un caso. Dado que en todos los casos se alcanza eventualmente un régimen donde la pendiente se encuentra bien definida, se propuso ajustar el comportamiento de la segunda mitad de la cantidad $L(u)$, para lo cual se obtuvo una tendencia. Observamos además que esa cantidad tiene una correlación con la complejidad del flujo. Es una magnitud sensible al Stokes de la partícula: partículas más grandes generan menor entropía que partículas pequeñas. Esto sugiere una nueva variable a considerar en la implementación experimental de la técnica, puesto que nuestros resultados sugieren que partículas comparables con un elemento de fluido generan una entropía topológica de la trenza mayor que partículas inerciales. Así, esta cantidad tendería más rápidamente a la entropía topológica del flujo, dado que la trenza formada por partículas que respetan la advección del flujo asemeja el entrelazamiento del mismo. En ese

régimen, observamos un comportamiento cualitativamente similar a lo reportado para otros sistemas complejos.

Se vuelve necesario saber entonces cuánto tarda un flujo en llegar al régimen de crecimiento estable de $L(u)$, para determinar sin necesidad de medir diferentes casos a partir de qué momento ajustar la curva. Se propuso utilizar el tiempo que tarda el sistema en estabilizar su energía al encenderse o apagarse como parámetro temporal para el desordenamiento del flujo, dado que se observó un paralelismo con lo que tarda $L(u)$ en crecer exponencialmente. De mantenerse esta dinámica en otros sistemas, por ejemplo en el que genera flujos de Von Karman que ya se encuentra en el laboratorio, esto significaría una adaptación exitosa del método, y una forma sencilla de encontrar el valor umbral a partir del cual ajustar la curva $L(u)$.

Por otro lado, al estudiar la dinámica del sistema para distintas profundidades de fluido, logramos ver desarrollarse vórtices grandes, limitados presumiblemente por mecanismos de disipación en la escala integral. Esto es una firma de la cascada inversa. Como primer perspectiva a futuro sería interesante volver a calcular los espectros de energía para distintas alturas, y estudiar si se extiende el rango inercial respecto del ya calculado. También sería una herramienta para descartar la presencia de una cascada directa de energía a fin de ratificar la permanencia en el régimen bidimensional, o detectarla y estudiar un régimen intermedio.

Se entiende que al aumentar la tercera dimensión los efectos de borde sobre el flujo se hacen menos dominantes, sobre todo el *bottom drag* o fricción de fondo. En este sentido, si se pudiese medir para alturas incluso mayores a 20 mm, sería interesante determinar hasta qué punto se logra que la escala de los vórtices estacionarios aumente, y cuándo realmente se cruza el límite entre lo bidimensional y lo tridimensional. Para ello sería necesario diseñar y fabricar una nueva cuba y, posiblemente, emplear imanes de mayor intensidad de campo magnético para mantener el mismo nivel de forzado.

No se incluyó un análisis del perfil vertical de velocidades. Sería relevante comprobar que no se estén formando estructuras verticales, o que no haya mucha circulación en ese sentido. Sin embargo, con las mediciones tomadas se puede concluir que para alturas de fluido entre 0.5 y 20 mm dominan los efectos bidimensionales por sobre los tridimensionales. Allí, estos últimos no son lo suficientemente disruptivos para impedir la cascada inversa.

De manera general, y más allá de los resultados particulares obtenidos durante este trabajo de tesis, queremos destacar que como consecuencia de esta contribución, se ha establecido y llevado a cabo un experimento completo, con sus parámetros caracterizados y definidos. Este proyecto comenzó desde cero, con el diseño y armado de todos sus componentes. Con el trabajo de exploración ya realizado, este experimento representa un sólido punto de partida para futuros análisis y desarrollos en este campo de estudio. Al ser un sistema de reproducción de un fenómeno tan amplio en sus aplicaciones, las perspectivas de trabajo son numerosas.

Se podrían variar cantidades que se mantuvieron constantes durante todos los estudios del sistema hasta ahora. Estos son por ejemplo los imanes. Su magnetización, su distribución espacial, su geometría, son todas cosas para las cuales se podría estudiar su impacto sobre el sistema. Sería interesante lograr la saturación de sales en el electrolito, para lograr más

corriente efectiva en el circuito con el fluido y alcanzar un Reynolds mayor. Podría buscarse también la manera de forzar en distintas escalas a las ya estudiadas, por ejemplo utilizando una grilla de imanes de varios tamaños y/o en diferentes arreglos espaciales.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] Francois G. Schmitt. Turbulence from 1870 to 1920: The birth of a noun and of a concept. *Comptes Rendus Mécanique*, 345(9):620–626, 2017. A century of fluid mechanics: 1870–1970.
- [2] AN Kolmogorov. Local structure of turbulence in an incompressible viscous fluid at very high reynolds numbers. *Soviet Physics Uspekhi*, 10(6):734, 1968.
- [3] Andrey Nikolaevich Kolmogorov. A refinement of previous hypotheses concerning the local structure of turbulence in a viscous incompressible fluid at high reynolds number. *Journal of Fluid Mechanics*, 13(1):82–85, 1962.
- [4] Lewis Fry Richardson. Atmospheric diffusion shown on a distance-neighbour graph. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character*, 110(756):709–737, 1926.
- [5] Javier Jiménez. The contributions of an kolmogorov to the theory of turbulence. *Arbor*, 178(704):589–606, 2004.
- [6] Jule G Charney. The dynamics of long waves in a baroclinic westerly current. *Journal of the Atmospheric Sciences*, 4(5):136–162, 1947.
- [7] Robert H Kraichnan. Inertial ranges in two-dimensional turbulence. *Physics of fluids*, 10(7):1417, 1967.
- [8] Patrick Tabeling. Two-dimensional turbulence: a physicist approach. *Physics reports*, 362(1):1–62, 2002.
- [9] Joel Sommeria. Experimental study of the two-dimensional inverse energy cascade in a square box. *Journal of fluid mechanics*, 170:139–168, 1986.

- [10] Milton Van Dyke and Milton Van Dyke. *An album of fluid motion*, volume 176. Parabolic Press Stanford, 1982.
- [11] Jean-Luc Thiffeault. Braids of entangled particle trajectories. *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, 20(1), 2010.
- [12] Philip L Boyland, Hassan Aref, and Mark A Stremler. Topological fluid mechanics of stirring. *Journal of Fluid Mechanics*, 403:277–304, 2000.
- [13] Uriel Frisch. *Turbulence: the legacy of AN Kolmogorov*. Cambridge university press, 1995.
- [14] Sergey Nazarenko. *Wave turbulence*, volume 825. Springer Science & Business Media, 2011.
- [15] Balachandra Suri. *Quasi-Two-Dimensional Kolmogorov flow: Bifurcations and Exact Coherent Structures*. PhD thesis, Ph. D. thesis, Georgia Institute of Technology, 2017.
- [16] Mohammad M Farazmand, NK-R Kevlahan, and B Protas. Controlling the dual cascade of two-dimensional turbulence. *Journal of Fluid Mechanics*, 668:202–222, 2011.
- [17] Guido Boffetta and Robert E Ecke. Two-dimensional turbulence. *Annual review of fluid mechanics*, 44:427–451, 2012.
- [18] Cameron Tropea, Alexander L Yarin, John F Foss, et al. *Springer handbook of experimental fluid mechanics*, volume 1. Springer, 2007.
- [19] Tongbeum Kim, Tianjian Lu, and Seung Jin Song. *Application of Thermo-Fluidic Measurement Techniques: An Introduction*. Butterworth-Heinemann, 2016.
- [20] C Martinovich, I Zalduendo, and P Cobelli. Clustering de partículas lagrangianas en turbulencia 2d. In *Anales (Asociación Física Argentina)*, volume 34, pages 5–5. SciELO Argentina, 2023.
- [21] Perpendicular Particle Tracking Velocimetry. URL = <https://github.com/sofiaangriman/perPTV>.
- [22] Facundo Cabrera and Pablo J Cobelli. Design, construction and validation of an instrumented particle for the lagrangian characterization of flows: application to gravity wave turbulence. *Experiments in Fluids*, 62:1–15, 2021.
- [23] Hanlin Niu, Yu Lu, Al Savvaris, and Antonios Tsourdos. An energy-efficient path planning algorithm for unmanned surface vehicles. *Ocean Engineering*, 161:308–321, 05 2018.
- [24] Tingting Zhao, Y. Feng, Jie Zhang, and Zhihua Wang. Discrete element modelling of dynamic behaviour of rockfills for resisting high speed projectile penetration. *Computer Modeling in Engineering Sciences*, 127:721–735, 01 2021.
- [25] Pablo Dmitruk, Daniel Gómez, Andrea Costa, and Silvina Ponce Dawson. Asymptotic states of decaying turbulence in two-dimensional incompressible flows. *Physical Review E*, 54(3):2555, 1996.

- [26] Digital Particle Image Velocimetry Tool for MATLAB. URL = <https://pivlab.blogspot.com/>.

Tesis disponible bajo Licencia Creative Commons, Atribución – No Comercial – Compartir Igual (by-nc-sa) 2.5 Argentina Buenos Aires, 2024