

# 자료구조설계

- 실습04 : Kruskal 알고리즘 구현 -

제 출 일	2016.10.16.
분 반	02
담당교수	박정희
학 과	컴퓨터공학과
학 번	201302423
이 름	신종욱

# 1. MST Class 필드 & 메소드 설명

필드값들 설명:

String[] TV:// 정점들을 저장하기위한 배열  
int[][] E:// 정점들의 연결가중치를 저장하기위한 배열  
int parent[]:// union이나 find를 할때 쓰는 배열  
Node[] node://heap에 들어갈때 가지고있어야할 정보들을 저장한다  
MinHeap H://minheap을 구현하기위해 선언

**MST Class 메소드 설명 :**

**MST**(String[] A , int[][] B)

정점들을 저장하는 A와 Edge들의 가중치를 저장하는 B를 받고 Kruskal할 때 필요한 정보들을 초기화해주는 메소드이다.

**int collapsingfind**(int i)

TV배열의 i번째 인덱스의 문자의 ROOT의 값을 return한다.

(그룹의 크기를 음수로 return한다)

**weightedunion**(int i,int j)

두 개의 그룹들을 연결하는데 크기가 큰거에 작은 크기를 연결한다.

**Kruskal**()

미방문 배열중에 가중치를 저장한 배열값들중에 가장 작은 것을 찾은 후

그 둘을 포함하는 그룹이 collapsingfind를 이용해서 같은지 확인후에

다르다면 둘을 weightedunion을 하고 출력을 완료한후 방문했다고 ture로 체크한다.

(cycle유무 판단하기위해서 확인)

만약 같아도 다시 방문하지 않기위해 방문했다고 체크해야한다.

**class Node**

heap에 들어갈때 가지고있어야할 정점과 가중치를 저장할수있게 하였다.

**class MinHeap 메소드 설명 :**

**MinHeap**(int maxsize)

heap을 구성할 때 최대 사이즈를 넣어 그에 맞게 배열을 셋팅하는 생성자이다.

**int parent**(int index)

해당 인덱스의 부모 인덱스를 리턴하는 메소드

**int leftChild**(int index)

해당 인덱스의 Leftchild의 인덱스를 리턴하는 메소드

**int rightChild**(int index)

해당 인덱스위 Rightchild의 인덱스를 리턴하는 메소드

**boolean isLeaf**(int index)

해당 인덱스가 리프노드인지 확인후 boolean값으로 리턴하는 메소드

**swap**(int Aindex, int Bindex)

A인덱스와 B인덱스를 서로 바꾸는 메소드

**minHeapify**(int index)

만약 부모의 비용값이 자식의 비용값보다 클 경우 minheap이 깨져서 자리를 바꾸고 바꾸고 난뒤에도 minheap을 만족시키는지 확인하는 메소드

**insert**(Node A)

MinHeap에 노드가 들어올 때 맨밑 리프에 넣은후 Minheap일 만족하는 위치에 찾아가도록하는 메소드

**Node remove**()

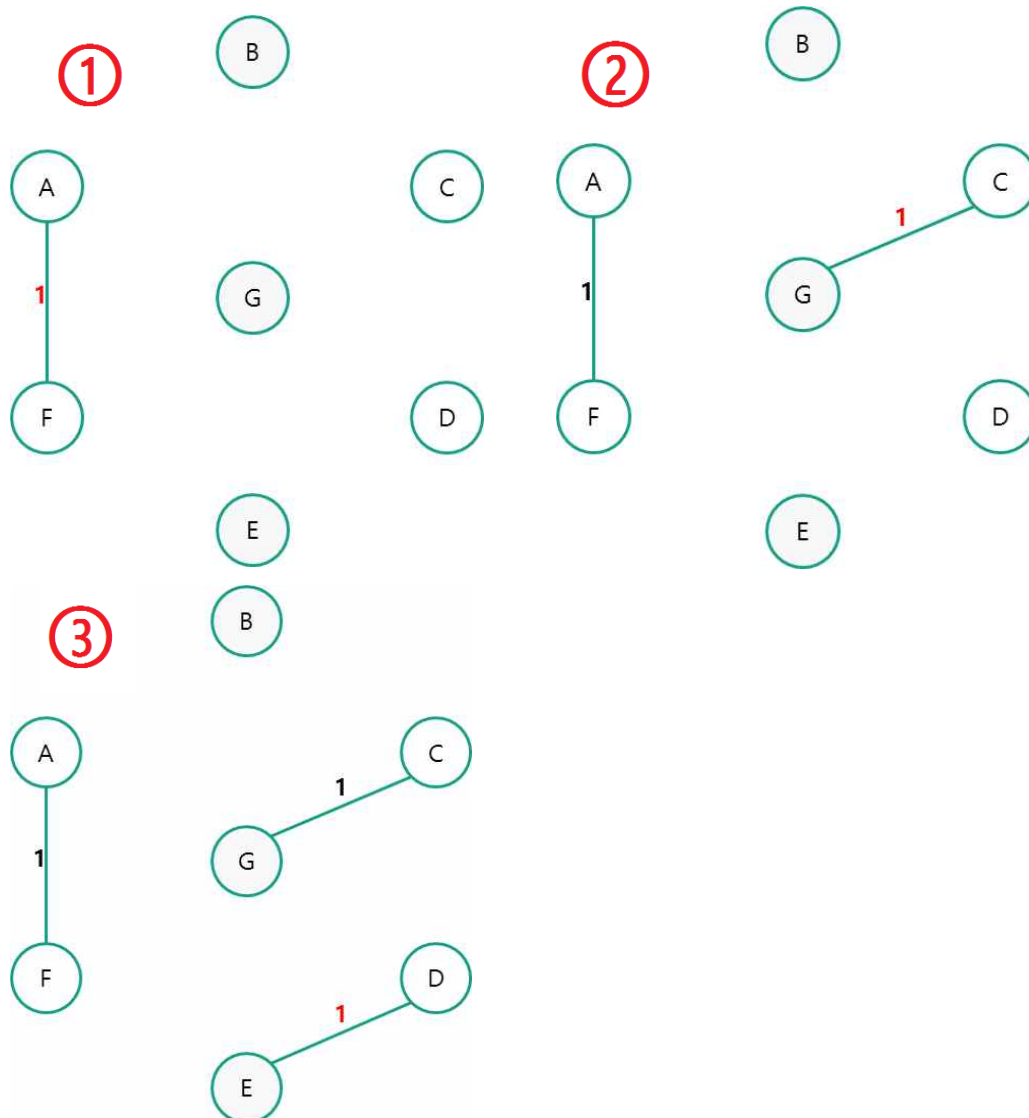
루트값 즉 제일 비용값이 낮은 Node를 삭제하며 반환하는 메소드  
heap가 깨질수도 있으니 heapify를 해줘야한다

## 2. Kruskal 알고리즘 실행 결과

```
Problems @ Javadoc Declaration Console Debug
<terminated> TestMSTClass [Java Application] C:\Program Files\Java\jre1.8.0_101\bin\javaw.exe (2016. 10. 13. 오후 7:33:55)
선택된 간선 : A--> F / weight = 1 추가
선택된 간선 : C--> G / weight = 1 추가
선택된 간선 : D--> E / weight = 1 추가
선택된 간선 : A--> G / weight = 2 추가
선택된 간선 : B--> C / weight = 2 추가
선택된 간선 : D--> G / weight = 2 추가
비용 합계 : 9
```

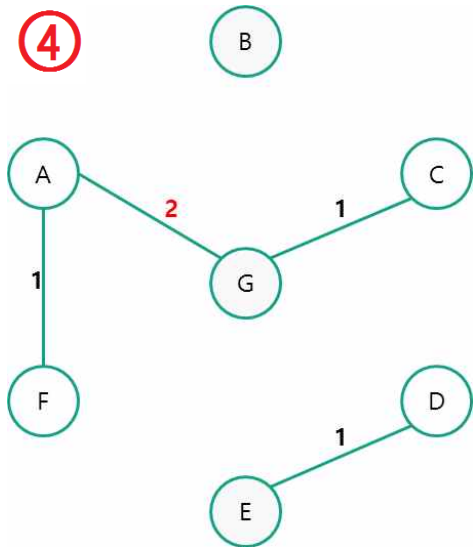
## 3. Kruskal 알고리즘 실행 결과 그래프

1)가중치중 가장작은값인 1들을 찾아서 연결한다(도중에 사이클은 발생하지않음)

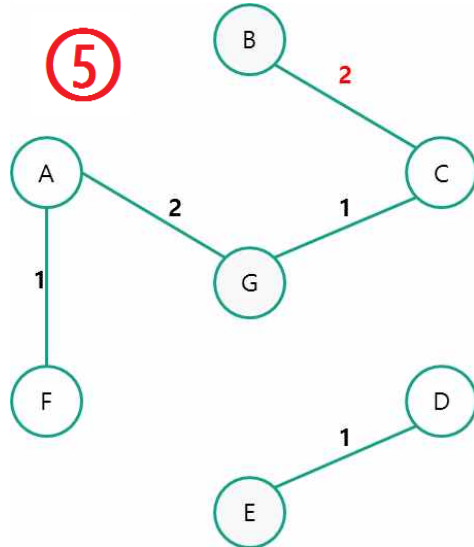


1)가중치중 가장작은값인 2들을 찾아서 연결한다.(도중에 사이클 발생하지않음)

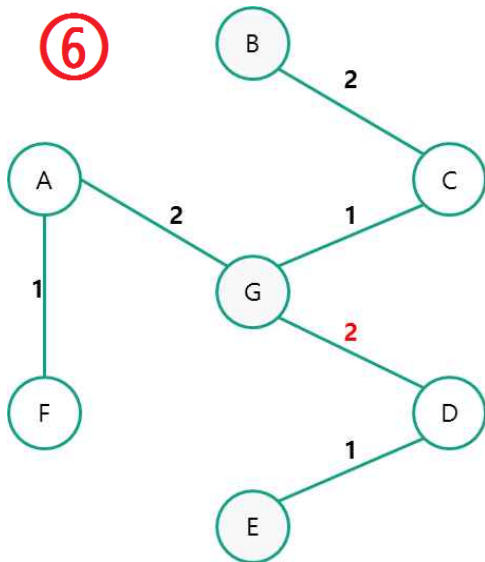
④



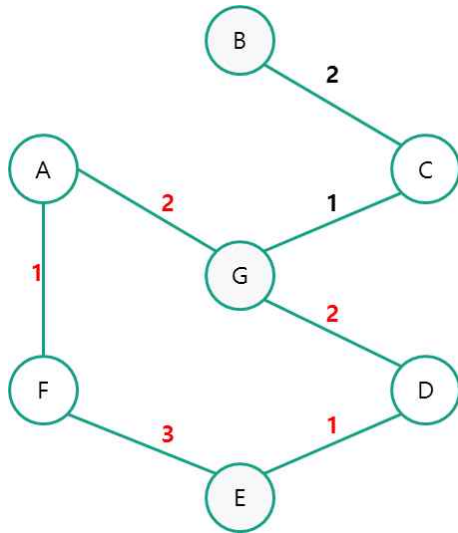
⑤



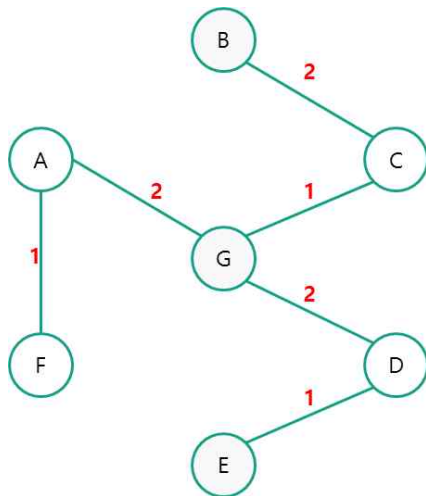
⑥



3)그다음 가중치 3인 EF를 연결하는 과정에서 사이클이 발생하여서 연결하지않는다.



4)그이후 모든 간선들은 사이클을 형성하기에 연결이 되지않고



로 완성되어서 최소신장트리가 완성되었고 비용합계는 9이다.

## 4. Kruskal 알고리즘 시간 복잡도 분석

1) 직접 코드를 보면서 분석하자

E는 간선의수 V는 정점의수

```
for (int i = 0; i < TV.length; i++) {  
    for (int j = i+1; j < TV.length; j++) {  
        node[k] = new Node(i, j, E[i][j]);  
        H.insert(node[k]);  
        k++; //가중치와 정점정보들을 노드로 저장한뒤 minheap으로 구현한다.  
    }  
}
```

kruskal 메소드에서 처음나오는 명령문들이다.

일단 첫 번째 for문은 V-1만큼의 반복하고

두 번째 for문은 i가 바뀔때마다 V-1번, V-2번....1번까지 반복한다

for문 두 번은  $O(V^2)$ 이라고 할 수 있다

그리고 그안에서 일어나는 명령문인

H.insert의 경우에는 트리에 넣어서 insert를 하는건데 이 명령은 트리의 높이에 의해

비례하는데 트리의 높이는  $\log N$ (N은 트리의 크기)라고 나타낼 수 있다.

여기서 트리의 크기는 Edge들의 수라고 할수있기 때문에  $O(\log E)$ 라고 할 수 있다.

전체적 분석을해보면  $O(V(V(\log E)))$ 이기 때문에 이 코드의 시간복잡도는  $O(V^2 \log E)$ 라고 할 수 있다.

그래프의 성질에 의해  $V^2 \geq E$ 이기 때문에 복잡도에선  $V^2$ 대신 E라고 나타낼 수 있다.

그러므로 이코드의 시간복잡도는  $O(E \log E)$ 이다.

```
for (int i = 0; i <= TV.length; i++) {  
    //최소 신장트리는 TV크기 -1개 만큼만 사용하기에 for문의 횟수를 저렇게 정했다.  
    Node check = H.remove();  
    if (collapsingfind(check.i) != collapsingfind(check.j)) {  
        // 최고 root가같은지판단한다 즉 원소가 같은그룹인지확인한다.  
        weightedunion(check.i, check.j); // 두개의 그룹이 같지않다면 서로 연결한다  
        System.out.print("선택된 간선 : " + TV[check.i] + "-->" + TV[check.j] + " / ");  
        System.out.println("weight = " + check.cost + " 추가");  
        Cost += check.cost; // 만들때 사용된 비용을 저장될 최종비용에 저장한다.  
    }  
}
```

일단 for문 한번으로  $O(V)$ 로 시작한다

그다음은 heap을 삭제하고 heapify하는 remove insert와 마찬가지로

$O(\log E)$ 라고 할 수 있다.

collapsingfind의 경우에는  $O(\log V)$ 이다 왜냐하면 일반 find와 달리 구성할 때 자식이 위로

계속 올라가는 시스템이라서 제일 나쁠경우에도  $\log V$ 가 된다.

wieghtedunion도 collapsingfind후 연결하는 메소드이기 때문에 똑같이  $\log V$ 이다.

여기서 V를 E로 바꾼다음에 나타내면  $O(1/2 \log E)$ 가 나오는데 앞의 배수는 무시가능함으로  $O(\log E)$ 라고 나타낼 수 있다.

각자나올걸 분석해보면

$O(V(\log E + \log E))$ 가되어서  $O(V \log E)$ 가된다.

kruskal의 최종복잡도는

$O(E \log E + V \log E)$ 라서  $E > V$ 이기 때문에  $O(E \log E)$ 라고 할 수 있다.