

Chương 5 ĐÔ THỊ (GRAPH)

GV: Lê Ngọc Hiếu

TP.HCM - Tháng 06 -2019





Mở đầu

Kiến thức cần thiết khi tìm hiểu về ĐỒ THỊ:

- Các CTDL cơ bản, các phương pháp cơ bản về xếp thứ tự và tìm kiếm trên LIST; Cây nhị phân tìm kiếm;
- Kiếu dữ liệu cơ bản, dữ liệu lưu trữ trong máy tính.
- Các kiến thức về cơ sở lập trình & kỹ thuật lập trình.

Kỹ năng cần có:

- Có thể sử dụng Visual Studio 2010
- Có thể lập trình C++



Mục tiêu dạy học

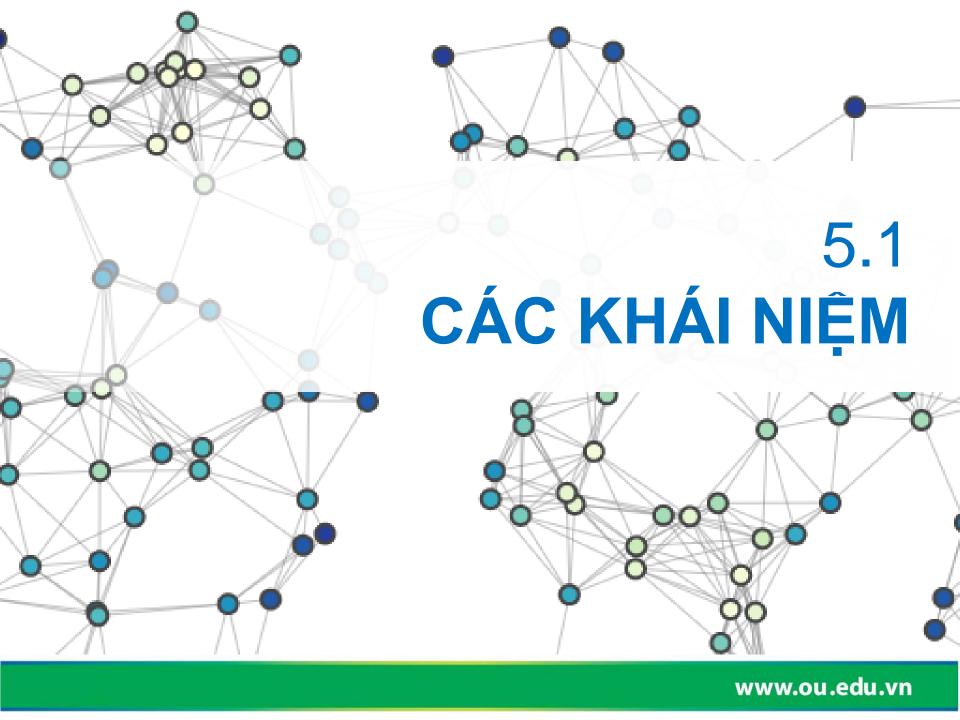
- Nắm được khái niệm "Đồ thị".
- Biết cách biểu diễn đồ thị trên máy tính
- Bài toán duyệt đồ thị
- Bài toán tìm kiếm trên đồ thị



Nội dung chính

- 5.1 Các khái niệm
 - Đồ thị
 - Một số khái niệm liên quan
- 5.2 Một số phương pháp biểu diễn đồ thị trên máy tính
- 5.3 Một số phương pháp duyệt đồ thị
- 5.4 Một số phương pháp tìm kiếm trên đồ thị
- 5.5 Tổng kết chương
- 5.6 Bài tập chương 5

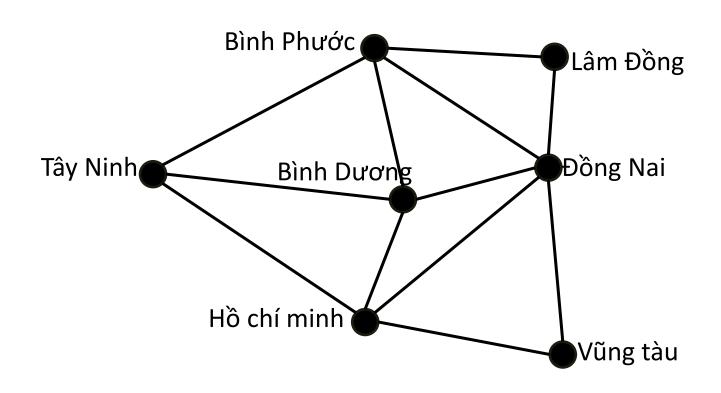
Tài liệu tham khảo





5.1 – CÁC KHÁI NIỆM ĐỒ THỊ (GRAPH)

BIÊU ĐÔ





5.1 – CÁC KHÁI NIỆM ĐỒ THỊ (GRAPH)

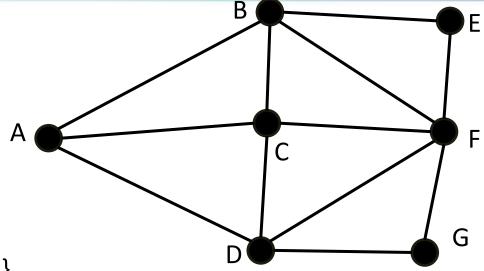
ĐỊNH NGHĨA

- Dồ thị (Graph) G = (V, E) là một bộ gồm 2 thành phần:
 - Các phần tử của V gọi là các đỉnh (Vertex) (V \neq \emptyset),
 - Các phần tử của E gọi là các cạnh (Edge), mỗi cạnh tương ứng với 2 đỉnh.



Đồ THỊ (GRAPH)

Ví dụ 5.1



$$V = \{A, B, C, D, E, F, G\}$$

 $E = \{ (A, B), (A, C), (A, D), (B, C), (B, E), (B, F), (C, F), (C, D), (D, F), (D, G) \}$



MỘT SỐ KHÁI NIỆM LIÊN QUAN



MỘT SỐ KHÁI NIỆM LIÊN QUAN

ĐỈNH KỀ

Trong đồ thị G, nếu cạnh $e \in E$, e nối 2 đỉnh u, v (u, $v \in V$) thì ta nói u và v là hai đỉnh kề với nhau, kí hiệu e(u, v) hoặc $e = \overline{uv}$

Ví dụ: Cho đồ thị G = (V, E) (như hình 6.1)

```
V = {A, B, C, D, E, F, G}
E = { (A, B), (A, C), (A, D), (B, C), (B, E), (B, F), (C, F), (C, D), (D, F), (D, G) }
```

Ta nói A kề B, B kề A, A kề C, C kề A, A kề D, D kề A, ..., D kề G, G kề D;

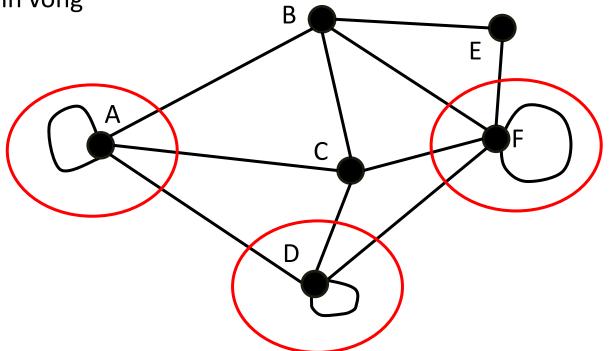


MỘT SỐ KHÁI NIỆM LIÊN QUAN

CANH VÒNG

Trong đồ thi G, nếu cạnh e ∈ E, e nối 2 đỉnh u,u' (u trùng với u') thì ta nói e là cạnh vòng

Ví dụ 5.2:



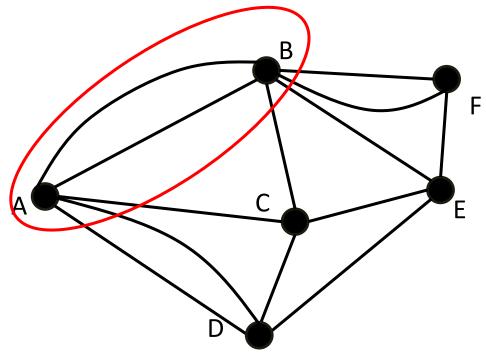


MỘT SỐ KHÁI NIỆM LIÊN QUAN

CANH SONG SONG

Trong đồ thi G, nếu cạnh e_1 , $e_2 \in E$, e_1 nối 2 đỉnh u,v, e_2 cũng nối hai đỉnh u, v thì ta nói e_1 , e_2 là 2 cạnh song song

Ví dụ 5.3:





MỘT SỐ KHÁI NIỆM LIÊN QUAN

BẬC CỦA ĐỈNH

Trong đồ thị G, xét một đỉnh $v \in V$, ta nói bậc của đỉnh v được xác định bằng số cạnh tới v, trong đó mỗi vòng (loop) tại v được tính là 2 cạnh tới v, kí hiệu d(v)

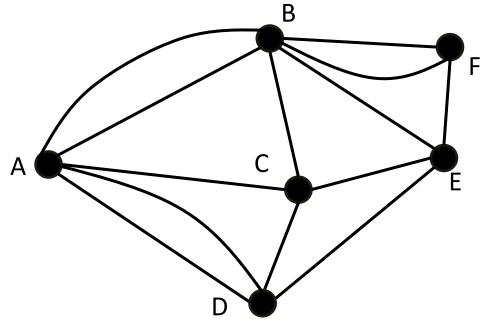
Ví dụ : xét lại ví dụ 5.3

d(A) = 5;

d(B) = 6;

. . .

d(F) = 4;





MỘT SỐ KHÁI NIỆM LIÊN QUAN

ĐỒ THỊ CÓ TRỌNG SỐ

Cho G = (V, E), nếu \forall e \in E, e được đặt tương ứng với một trọng số (weight), kí hiệu w(e), thì ta G là một đồ thị có trọng số.

Ví dụ 5.7: Cho G = (V, E)

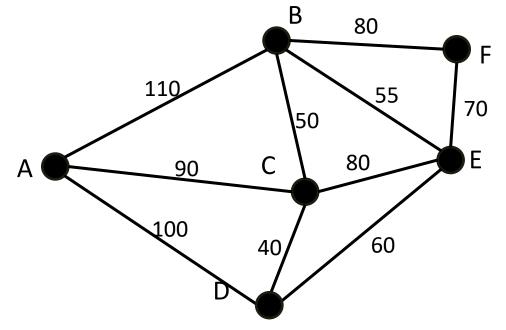
$$V = \{A, B, C, D, E, F\}$$

$$E = \{(A,B), (A,C), (A,D)...\}$$

$$w(A,B) = 110$$

$$w(A,C) = 90$$

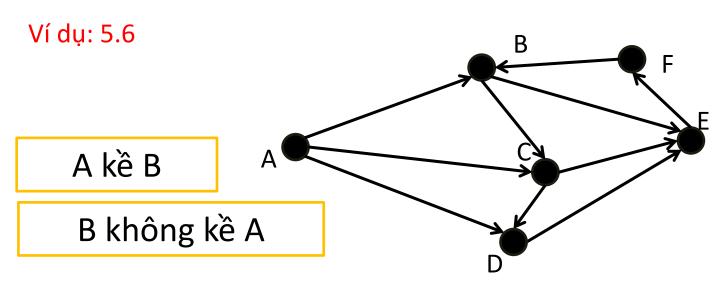
• • • •





MỘT SỐ KHÁI NIỆM LIÊN QUAN Đồ THỊ CÓ HƯỚNG

Cho đồ thị G = (V, E), nếu mỗi cạnh $e \in E$ được cho tương ứng với một cặp thứ tự (u, v) của 2 đỉnh $u, v \in V$ thì ta nói e là một cạnh có hướng từ u đến v, và G được gọi là đồ thị có hướng.





MỘT SỐ KHÁI NIỆM LIÊN QUAN

Một số loại đồ thị khác

- Dồ thị đơn giản (Simple graph)
- Da đồ thị (Multiple graph)
- Dồ thị có hướng (Directed Graph)
- Dồ thị có hướng có trọng số (Weighted Directed Graph)
- Dồ thị hỗn hợp (Mixed Graph)





5.2 – BIỂU DIỄN ĐỒ THỊ

Ma Trận kềDanh sách kề



5.2 – BIỂU DIỄN ĐỒ THỊ MA TRẬN KẾ

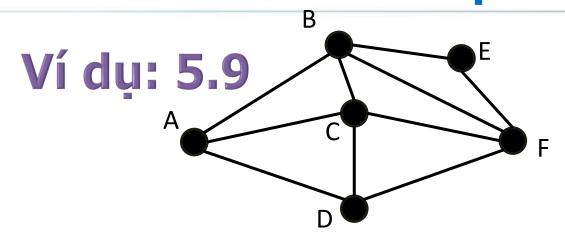
- Cho đồ thị G = (V, E) vô hướng không có trọng số, ta đánh các số các đỉnh của đồ thị bằng một số tự nhiên: 1, 2,, n.

 Xây dựng ma trận vuông biểu diễn đồ thị như sau:
- \square Ma trận vuông $A_{n \times n}$ được gọi là ma trận kề của G sao cho

$$\mathbf{A}[i,j] = \begin{cases} 1 & (n \in u \ i \ k \in v \circ i \ j) \\ 0 & (i \ k h \cap g \ k \in j) \end{cases}$$



5.2 – BIỂU DIỄN ĐÒ THỊ MA TRẬN KẾ



A B C D E F

A 0 1 1 1 0 0

B 1 0 1 0 1 1

C 1 1 0 1 0 1

D 1 0 1 0 0 1

E 0 1 0 0 0 1

F 0 1 1 1 1 0



5.2 – BIỂU DIỄN ĐÒ THỊ MA TRẬN KẾ

CÀI ĐẶT



5.2 – BIỂU DIỄN ĐỒ THỊ MA TRẬN KẾ

KHAI BÁO CẦU TRÚC MA TRẬN KỀ

```
#define MAX 20
int A[MAX][MAX]; // mảng hai chiều
int n; // số đỉnh của đồ thị
```



5.2 – BIỂU DIỄN ĐÔ THỊ MA TRẬN KẾ

KHỞI TẠO MẢNG RỐNG

```
void init()
{
     n=0;
}
```



5.2 – BIỂU DIỄN ĐỒ THỊ MA TRẬN KẾ

NHẬP MA TRẬN

```
void input()
{
   cout << "nhap so dinh do thi n: ";
   cin>>n;
   for(int i=0;i<n;i++)</pre>
      cout << "nhap vao dong thu "<<i+1<<": ";
      for(int j=0;j<n;j++)</pre>
        cin>>A[i][j];
```



5.2 – BIỂU DIỄN ĐÒ THỊ MA TRẬN KẾ

XUẤT MA TRẬN

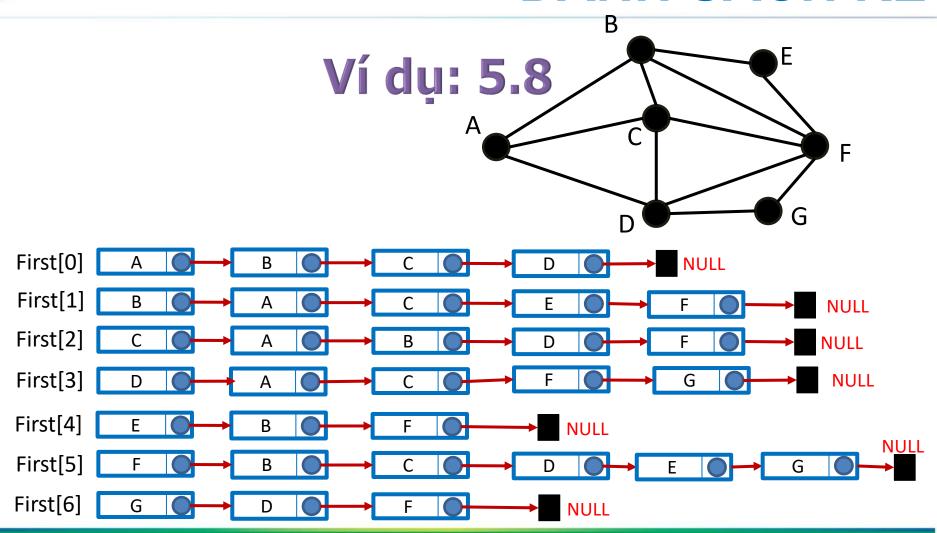
```
void output()
   for(int i=0;i<n;i++)</pre>
       for(int j=0;j<n;j++)</pre>
         cout<<A[i][j]<<" ";</pre>
       cout<<endl;</pre>
```



DANH SÁCH KÊ

- Với mỗi đỉnh u của đồ thị ta sẽ xây dựng một danh sách (danh sách liên kết đơn).
- Mỗi danh sách gồm phần tử đầu tiên là các đỉnh u (các đỉnh đồ thị), các phần tử trong danh sách là các đỉnh v (u kề v).
- Một đồ thị được biểu diễn bằng một mảng danh sách kề.







CÀI ĐẶT



KHAI BÁO CẦU TRÚC CHO MỘT MẢNG DANH SÁCH KỀ

```
#define MAX 20
struct Node
{
     int info;
     Node *link;
};
Node *first[MAX]; // mång danh sách
int n; // so dinh tren do thi
```



KHỞI TẠO MẢNG DANH SÁCH

```
void init()
{
     for(int i=0;i<n;i++)
         first[i] = NULL;
}</pre>
```



THÊM MỘT PHẦN TỬ VÀO DANH SÁCH

```
void insert_first(Node *&f, int x)
      Node *p;
      p = new Node;
      p->info = x;
      p->link = f;
      f = p;
```



NHẬP MẢNG DANH SÁCH GỒM 'n' DANH SÁCH

```
void input()
   int d,x, m;
   cout<<"nhap so dinh do thi n: ";</pre>
   cin>>n;
   for(int i=0;i<n;i++)</pre>
       cout<<"\nnhap dinh thu</pre>
       "<<i+1<<": ";
       cin>>d;
       insert_first(first[i],d);
```

```
cout < < "nhap vao so dinh ke cua
"<<d<<": ";
cin>>m;
for(int j=0;j<m;j++)
     cin>>x;
     insert_first(first[i],x);
```



XUẤT THÔNG TIN CỦA MỘT DANH SÁCH

```
void output_list(Node *f)
{
   if(f!=NULL)
      Node * p=f;
      while (p != NULL)
        cout<<p->info<<" ";
        p=p->link;
```



XUẤT THÔNG TIN CỦA MẢNG DANH SÁCH

```
void output()
{
   if(n>0)
      for(int i=0;i<n;i++)</pre>
         cout << endl << "Danh sach thu " << i+1 << ": ";
        output_list(first[i]);
   else
      cout << "rong";</pre>
```





5.3 – DUYỆT ĐỒ THỊ

- Breadth First Search BFS (Duyệt theo chiều rộng)
- Depth First Search DFS (duyệt theo chiều sâu)

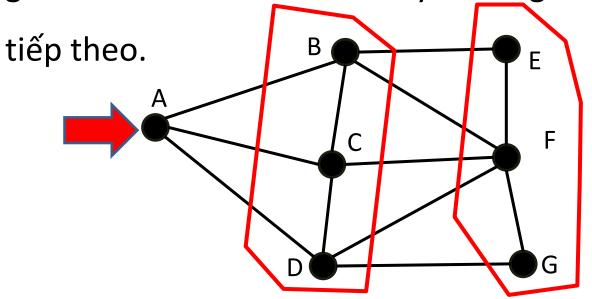




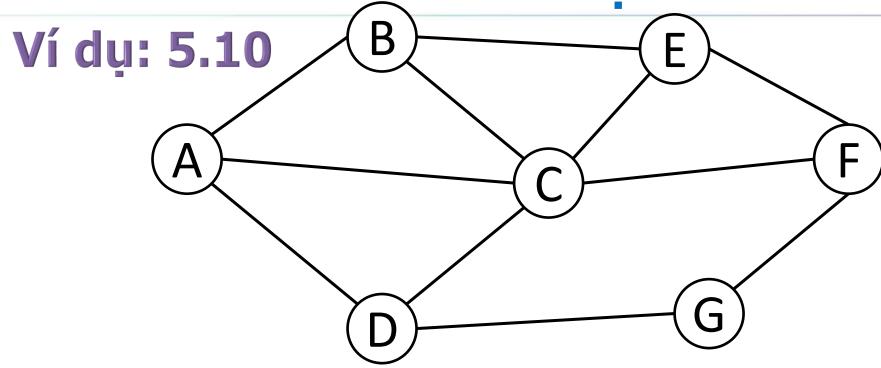
BFS (Breadth First Search)

Duyệt trên tất cả các nút của một mức trong không

gian bài toán trước khi chuyển sang các nút ở mức







Kết Quả duyệt theo BFS:



















THUẬT GIẢI BFS

- Bước 0: Giả sử s là đỉnh bắt đầu, cho s vào trong Q (Queue)
- Bước 1: Nếu Q khác rỗng, gọi u là phần tử được lấy từ Q, và xuất u ra ngoài màn hình;
- Bước 2: Tìm các đỉnh v kề với u, cho v vào trong Q quay lại bước 1.



CÀI ĐẶT PHÉP DUYỆT BFS SỬ DỤNG QUEUE

```
int C[100]; // lưu trữ đỉnh chưa xét;
// 1 là chưa xét; 0 là đã xét
int bfs[100];// lưu danh sách phần tử đã duyệt
int nbfs=0; // chỉ số lưu đỉnh đã xét
Queue Q; // chỉ số lưu đỉnh đã xét
void BFS(int v) // v là đỉnh bắt đầu
    int w, p;
    push(v);
    C[v]=0;
    while(front!=NULL)
```

```
pop(p);
bfs[nbfs]=p;
nbfs++;
for(w=0; w<n; w++)
  if(C[w]\&\&a[p][w]==1)
    push(w);
    C[w]=0;
```



HÀM KHỞI TẠO ĐỈNH CHƯA XÉT

```
void khoitaochuaxet()
{
    for(int i=0; i<n; i++) // n là số đỉnh của đồ thị
        C[i]=1;
}</pre>
```



HÀM XUẤT CÁC ĐỈNH TRONG TẬP bfs

```
void output()
{
    for(int i=0; i<nbfs; i++) // n là số đỉnh của đồ thị
        cout<<bfs[i]<<" ";
}</pre>
```



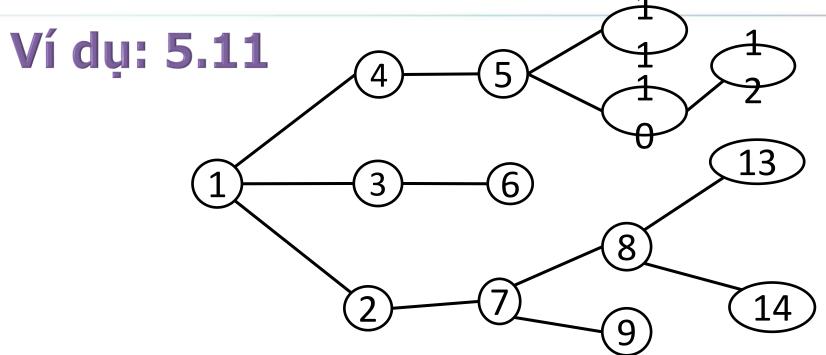


Ý TƯỞNG DFS

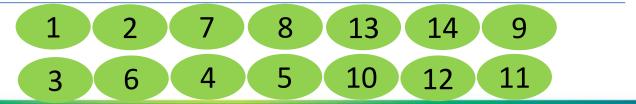
- Bắt đầu từ một đỉnh u
- Từ u đi theo cạnh (cung) xa nhất có thể
- Nếu hết đường đi, trở lại đỉnh trước của cạnh xa nhất tiếp tục duyệt như trước, cho đến đỉnh cuối cùng.



THEO CHIẾU SÂU - DFS



Kết Quả duyệt theo DFS:









THUẬT GIẢI DFS

- Bước 0: Giả sử v là đỉnh bắt đầu, cho v vào Stack và cho v vào tập DFS;
- Bước 1: Nếu Stack chưa rỗng, thì lấy x từ trong Stack ra;
- Bước 2: Tìm u (gần nhất) kề với x và u chưa có trong tập DFS;
 - 2.1. cho x vào trong Stack,
 - 2.2. u vào trong Stack;
 - 2.3. Cho u vào tập DFS;
 - 2.4. Sau đó quay lại bước 1;



CÀI ĐẶT PHÉP DUYỆT DFS DÙNG STACK

```
int C[100]; // lưu trữ đỉnh chưa xét;
// 1 là chưa xét; 0 là đã xét
int dfs[100];// lưu danh sách phần tử đã
duyệt
int ndfs=0; // chỉ số lưu đỉnh đã xét
STACK sta=0; // chỉ số lưu đỉnh đã xét
void DFS(int s)
{
      push(s);
         dfs[ndfs]=s;
      ndfs++;
         C[s]=0;
     int v=-1, u=s;
     while(!isEmpty())
```

```
if(v==n)
                   pop(u);
        for(v=0;v<n;v++)</pre>
            if(a[u][v]!=0 &&
C[v]==1)
                   push(u);
                   push(v);
                   dfs[ndfs]=v;
                   ndfs++;
                   C[v] = 0;
                   u=v;
                   break;
}
```



HÀM XUẤT TẬP dfs

```
void output()
{
    for(int i=0;i<ndfs;i++)
        cout<<dfs[i]<<" ";
}</pre>
```



HÀM KHỞI TẠO ĐỈNH CHƯA XÉT

```
void khoitaochuaxet()
{
    for(int i=0; i<n; i++) // n là số đỉnh của đồ thị
        C[i]=1;
}</pre>
```





- Tìm kiếm dựa vào Breadth First
 Search BFS (Duyệt theo chiều rộng)
- Tìm kiếm dựa vào Depth First Search
 - DFS (duyệt theo chiều sâu)



PHÁT BIỂU BÀI TOÁN

Cho đồ thị vô hướng đơn giản **G** = (**V**, **E**), và một đỉnh X được nhập vào từ bàn phím. Hãy kiểm tra X có tồn tại trong G hay không?



MÔ HÌNH HÓA BÀI TOÁN

Dầu vào: một đồ thị G, và một đỉnh X;

Dàu ra: TRUE/FALSE



BIỂU DIỄN BÀI TOÁN LÊN MÁY TÍNH

Ta biểu diễn đồ thị G lên máy tính bằng Ma trận kề (hoặc danh sách kề).



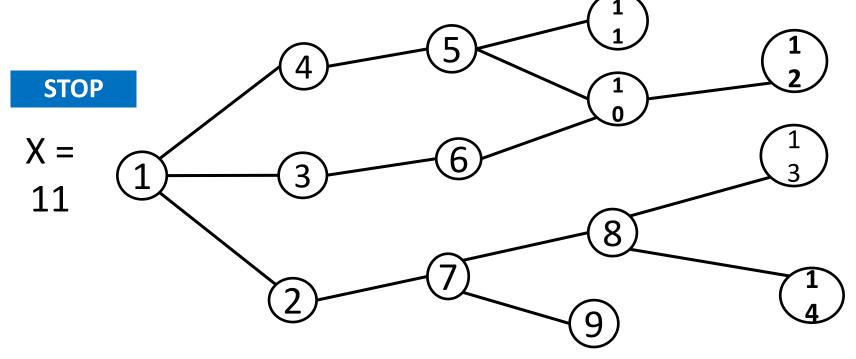
Ý TƯỞNG TÌM KIỆM

- Ta thấy rằng, phương pháp duyệt đồ thị DFS, BFS sẽ cho phép ta duyệt qua tất cả các đỉnh của đồ thị.
- Vì vậy, thay vì ta chỉ xuất ra ngoài màn hình đỉnh của đồ thị được duyệt. Mà ta có thể thực hiện lệnh kiểm X với đỉnh được duyệt.
- Nếu đỉnh được duyệt bằng (giống giá trị) X thì ta thực hiện dừng phép duyệt và thông báo rằng X tìm thấy.



Ví dụ 5.12 cho đồ thị như hình bên dưới, hãy kiểm tra

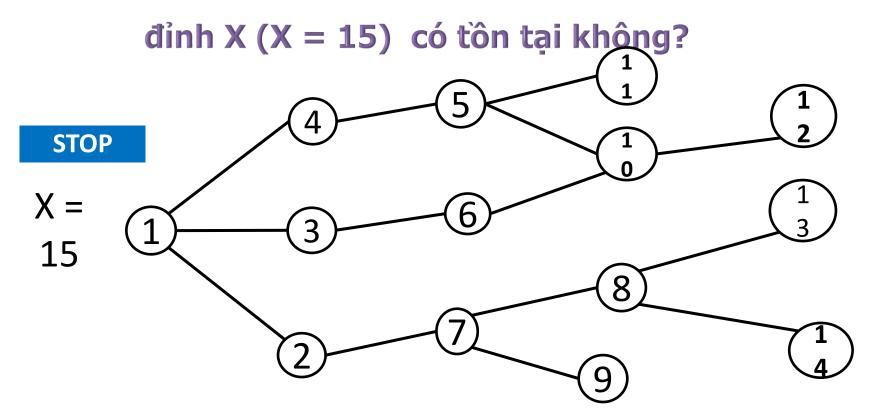
đỉnh X (X = 11) có tồn tại không?



Minh họa thuật giải tìm kiếm bằng phương pháp duyệt theo chiều rộng



Ví dụ 5.13 cho đô thị như hình bên dưới, hãy kiểm tra



Minh họa thuật giải tìm kiếm bằng phương pháp duyệt theo chiều rộng



CÀI ĐẶT THUẬT TOÁN TÌM KIẾM DỰA TRÊN PHÉP DUYỆT BFS

```
int C[100]; // lưu trữ đỉnh chưa xét;
void Search_by_BFS(int x, int v) // v là
đỉnh bắt đầu
   int w, p;
   push(v);
   C[v]=0;
   while(front!=NULL)
       pop(p);
       If (x == p)
```

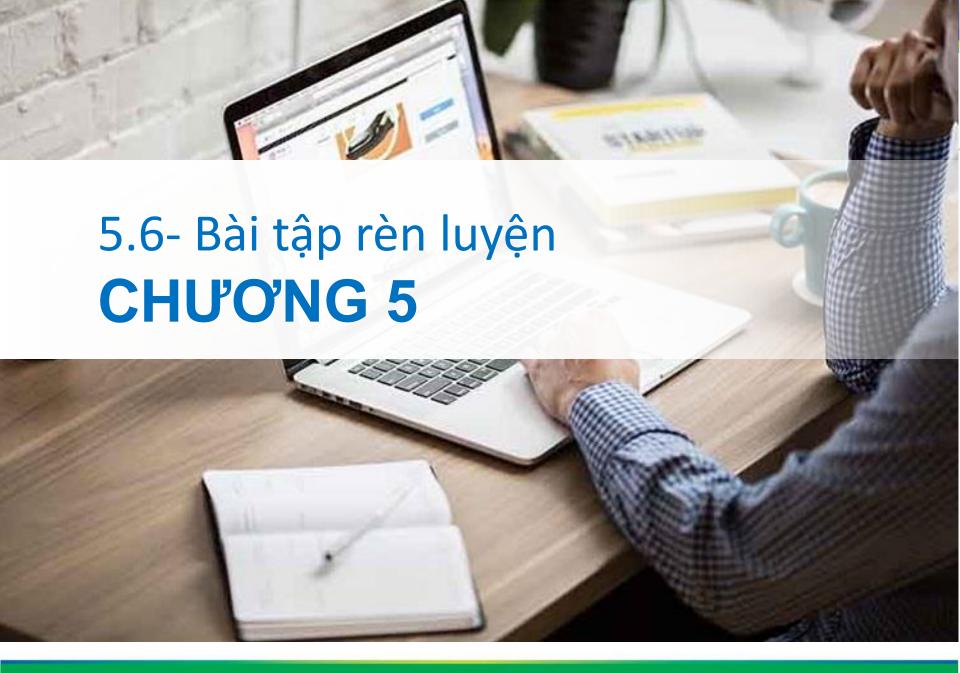
```
cout<<x<<"ton tai" ;</pre>
  return:
for(w=0; w<n; w++)
  if(C[w]\&\&a[p][w]==1)
     push(w);
     C[w]=0;
```





5.5 – Tổng kết chương 5

- Đồ thị và một số khái niệm liên quan
- Một số phương pháp biểu diễn đồ thị
- Một số phương pháp duyệt đồ thị
- Bài toán tìm kiếm trên đồ thị





CÂU HỎI

- Câu 1: Đồ thị là gì? Cho ví dụ? Có các loại đồ thị gì? Ngoài những đồ thị đã học, hãy tìm hiểu thêm còn có những loại đồ thị nào?
- Câu 2: Để biểu diễn đồ thị trên máy tính, ta có mấy cách?



BÀI TẬP LÝ THUYẾT

Bài 1: Thực hiện đếm bậc các đỉnh tại ví dụ 5.1, 5.2,

5.3, 5.6

Bài 2: Cho biết ma trận kề của đồ thị tại ví dụ 5.1, 5.6,

5.7, 5.11

Bài 3: Cho biết danh sách kề của đồ thị tại ví dụ 5.1,

5.7, 5.8, 5.11



BÀI TẬP THỰC HÀNH

Bài 4: Viết chương trình với các yêu cầu sau:

- 4.1 Viết hàm nhập ma trận kề của đồ thị 5.1
- 4.2 Viết hàm xuất ma trận kề này ra ngoài màn hình.
- 4.3 Viết hàm duyệt đồ thị theo chiều rộng (dựa trên Queue bằng kỹ thuật cài đặt danh sách liên kết đơn)
- 4.4 Viết hàm duyệt đồ thị theo chiều sâu (dựa trên Stack bằng kỹ thuật cài đặt danh sách liên kết đơn)
- 4.5 Nhập vào một đỉnh X, hãy kiểm tra X có tồn tại trên đồ thị hay không? (dựa trên phép duyệt BFS)



BÀI TẬP THỰC HÀNH

Bài 5: Viết chương trình với các yêu cầu sau:

- 5.1 Viết hàm nhập danh sách kề của đồ thị tại ví dụ 5.1;
- 5.2 Viết hàm xuất danh sách kề này ra ngoài màn hình.
- 5.3 Viết hàm duyệt đồ thị theo chiều rộng (dựa trên Queue bằng kỹ thuật cài đặt danh sách liên kết đơn)
- 5.4 Viết hàm duyệt đồ thị theo chiều sâu (dựa trên Stack bằng kỹ thuật cài đặt danh sách liên kết đơn)
- 5.5 Nhập vào một đỉnh X, hãy kiểm tra X có tồn tại trên đồ thị hay không? (dựa trên phép duyệt BFS)



BÀI TẬP LÀM THÊM

Bài 6: Viết chương trình với các yêu cầu sau:

- 6.1 Viết hàm nhập ma trận kề của đồ thị 5.1,
- 6.2 Viết hàm xuất ma trận kề này ra ngoài màn hình.
- 6.3 Viết hàm duyệt đồ thị theo chiều rộng (dựa trên Queue bằng kỹ thuật cài đặt danh sách đặc)
- 6.4 Viết hàm duyệt đồ thị theo chiều sâu (dựa trên Stack bằng kỹ thuật cài đặt danh sách đặc)
- 6.5 Nhập vào một đỉnh X, hãy kiểm tra X có tồn tại trên đồ thị hay không? (dựa trên phép duyệt DFS)



BÀI TẬP LÀM THÊM

Bài 7: Viết chương trình với các yêu cầu sau:

- 7.1 Viết hàm nhập danh sách kề của đồ thị tại ví dụ 5.1;
- 7.2 Viết hàm xuất danh sách kề này ra ngoài màn hình.
- 7.3 Viết hàm duyệt đồ thị theo chiều rộng (dựa trên Queue bằng kỹ thuật cài đặt danh sách đặc)
- 7.4 Viết hàm duyệt đồ thị theo chiều sâu (dựa trên Stack bằng kỹ thuật cài đặt danh sách đặc)
- 7.5 Nhập vào một đỉnh X, hãy kiểm tra X có tồn tại trên đồ thị hay không? (dựa trên phép duyệt DFS)



BÀI TẬP LÀM THÊM

- **Bài 8:** Biểu diễn G ở ví dụ 5.11 (bằng ma trận kề) lên trên máy tính và đặt tên là do_thi_1.txt (dạng file TEXT) sau đó thực hiện viết chương trình với các hàm sau:
- 8.1. Hàm đọc file do thi 1.txt và lưu vào mảng hai chiều;
- 8.2. Thực hiện xuất các đỉnh đồ thị theo phép duyệt DFS (dung Queue với kỹ thuật cài đặt bằng dách sách liên kết);
- 8.3. Thực hiện xuất các đỉnh đồ thị theo phép duyệt BFS (dung Stack với kỹ thuật cài đặt bằng danh sách liên kết);
- 8.3. Thực hiện xuất các đỉnh đồ thị theo phép duyệt BFS (dung kỹ thuật đệ quy)
- 8.4. Thực hiện nhập vào một đỉnh x, kiểm tra x có phải là một đỉnh của đồ thị hay không?



Hướng dẫn

- Tất cả sinh viên phải trả lời các câu hỏi của chương, làm bài tập thực hành tại phòng máy (bài làm thêm ở nhà, và bài nâng cao khuyến khích hoàn tất) và nộp bài qua LMS của trường.
- Câu hỏi và bài tập lý thuyết chương 5 làm trên file WORD; trong bài làm ghi rõ họ tên, lớp, bài tập chương và các thông tin cần thiết.
- Khuyến khích sử dụng tiếng Anh trong bài tập.
- ⇒ Ngày nộp: trước khi kết thúc môn học.
- ⇒ Cách nộp: sử dụng github để nộp bài, sau đó nộp lên LMS của trường.



Tài liệu tham khảo

• Thomas H.Cormen, Charles E.Leiserson, Ronald L. Rivest, Cliffrod Stein, (Chapter 22) Introduction to Algorithms, Third Edition, 2009.



Phụ lục – Thuật ngữ tiếng Anh

| # | Tiếng Anh | Phiên Âm | Tiếng Việt |
|---|------------------------|------------------------------------|----------------------|
| 1 | Graph | / græf / | Đồ thị |
| 2 | Representation | / reprizen'teisn / | Biểu diễn |
| 3 | Connectivity | / ka:nek'tɪvɪti / | Liên thông |
| 4 | Directed Undirected | / daı'rektıd / / ʌn'daırektıd / | Có hướng Vô hướng |
| 5 | Depth | / depθ / | Chiều sâu |
| 6 | Breadth | / bredθ / | Chiều rộng |
| 7 | Vertex | / 'vɜ:teks / | Đỉnh |
| 8 | Edge | / edʒ / | Cạnh |

KÉT THÚC CHƯƠNG 5





Trường Đại học Mở TP.HCM

Khoa Công Nghệ Thông Tin