

Họ và tên: Trần Thanh Hiệp

MSSV: 2151050469

Date

No

* Xét tính bắc cầu

- $\forall x, y, z \in R, x R y$ và $y R z$

$$\Rightarrow \begin{cases} |x| = |y| \\ |y| = |z| \end{cases}$$

$$\Rightarrow |x| = |z|$$

$$\Rightarrow x R z$$

 $\Rightarrow R$ có tính bắc cầu

g)

* Xét tính phản xạ

- $\forall x \in R, \sin^2 x + \cos^2 x = 1 \Rightarrow x R x$
 $\Rightarrow R$ có tính phản xạ

* Xét tính đối xứng:

- $\forall x, y \in R, x R y$

$$\Rightarrow \sin^2 x + \cos^2 y = 1$$

$$\Rightarrow (1 - \cos^2 x) + (1 - \sin^2 y) = 1$$

$$\Rightarrow \sin^2 y + \cos^2 x = 1$$

$$\Rightarrow \sin^2 y + \cos^2 x = 1$$

$$\Rightarrow y R x$$

 $\Rightarrow R$ có tính đối xứng

* Xét tính bắc cầu:

- $\forall x, y, z \in R, x R y$ và $y R z$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin^2 x + \cos^2 y = 1 \\ \sin^2 y + \cos^2 z = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \sin^2 x + \cos^2 y + \sin^2 y + \cos^2 z = 2$$

$$\Rightarrow \sin^2 x + \cos^2 z = 1$$

$$\Rightarrow x R z$$

 $\Rightarrow R$ có tính bắc cầu

MGF

e)

* Xét tính phản xạ

- $\forall x \in \mathbb{Z}, x^2 + x^2$ là chẵn $\Rightarrow x R x$

$\Rightarrow R$ có tính phản xạ

* Xét tính đối xứng:

- $\forall x, y \in \mathbb{Z}, x^2 + y^2$ là chẵn $\Leftrightarrow y^2 + x^2$ là chẵn

$\Rightarrow y R x$

$\Rightarrow R$ có tính đối xứng

* Xét tính bắc cầu:

- $\forall x, y, z \in \mathbb{Z}, x R y$ và $y R z$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = 2n & (\forall n, m \in \mathbb{Z}) \\ y^2 + z^2 = 2m \end{cases}$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 + y^2 + z^2 = 2n + 2m$$

$$\Leftrightarrow x^2 + z^2 = 2(n + m - y^2)$$

$\Rightarrow x R z$

$\Rightarrow R$ có tính bắc cầu

f)

* Xét tính phản xạ

- $\forall x \in \mathbb{R}, |x| = |x| \Rightarrow x R x$

$\Rightarrow R$ có tính phản xạ

* Xét tính đối xứng:

- $\forall x, y \in \mathbb{R}, x R y \Leftrightarrow |x| = |y|$

$$\Leftrightarrow |y| = |x|$$

$\Rightarrow y R x$

$\Rightarrow R$ có tính đối xứng

* Xét tính bắc cầu:

$$\begin{aligned}
 & - \forall x, y, z \in \mathbb{Z}, x R y \text{ và } y R z \\
 & \Rightarrow \begin{cases} x - y = 2n + 1 \text{ (với } n, m \in \mathbb{Z}) \\ y - z = 2m + 1 \end{cases} \\
 & \Rightarrow x - y + y - z = 2n + 1 + 2m + 1 \\
 & \Rightarrow x - z = 2(n + m) + 2 \\
 & \Rightarrow \text{~~không~~ } x - z \text{ không là lẻ} \\
 & \Rightarrow R \text{ không có tính bắc cầu}
 \end{aligned}$$

d)

* Xét tính phản xạ

$$- \forall (a, b) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}, \text{ ta có } a \leq a \Rightarrow (a, b) R (a, b)$$

$\Rightarrow R$ có tính phản xạ

* Xét tính đối xứng

$$\begin{aligned}
 & - \text{Ta có } (1, 2) R (3, 4) \Rightarrow 1 \leq 3 \text{ nhưng} \\
 & 3 \text{ không nhỏ hơn bằng } 1 \Rightarrow (3, 4) \text{ không } R (1, 2) \\
 & \Rightarrow R \text{ không có tính đối xứng}
 \end{aligned}$$

* Xét tính bắc cầu:

$$- \forall (a, b), (c, d), (e, f) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$$

$$(a, b) R (c, d) \text{ và } (c, d) R (e, f)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a \leq c \\ c \leq e \end{cases} \Rightarrow a \leq e$$

$$\Rightarrow (a, b) R (e, f)$$

$$\Rightarrow R \text{ có tính bắc cầu}$$

b)

* Xét tính phản xạ:

- $\forall x \in \mathbb{Z}, x R x$ hay $x + x$ là chẵn $\Rightarrow R$ có tính phản xạ

* Xét tính đối xứng:

- $\forall x, y \in \mathbb{Z}, x R y \Leftrightarrow x + y$ là chẵn $\Leftrightarrow y + x$ cũng là chẵn $\Rightarrow y R x$ $\Rightarrow R$ có tính đối xứng

* Xét tính bắc cầu:

- $\forall x, y, z \in \mathbb{Z}, x R y$ và $y R z$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 2n & (\text{với } n, m \in \mathbb{Z}) \\ y + z = 2m \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow x + y + y + z = 2n + 2m$$

$$\Leftrightarrow x + z = 2(n + m - y)$$

$$\Rightarrow x R z$$

 $\Rightarrow R$ có tính bắc cầu

c)

* Xét tính phản xạ:

- $\forall x \in \mathbb{Z}, x R x$ hay $x - x = 0$ không là lẻ $\Rightarrow R$ có tính phản xạ

* Tính đối xứng

- $\forall x, y \in \mathbb{Z}, x R y$ hay $x - y$ là lẻ

$$\Rightarrow -(x - y) = y - x \text{ cũng lẻ}$$

$$\Rightarrow y R x$$

 $\Rightarrow R$ có tính đối xứng

- e) - Có tính phản xạ vì $\forall x \in A, (x, x) \in R_5$
 - Không có tính đối xứng vì $\forall (a, b) \in R_5, (b, a) \notin R_5$
 -

Bài 2:

a)

* Xét tính phản xạ:

- $\forall A \in P(E), ARA$ hay $A \cap C = A \cap C$

$\Rightarrow R$ có tính phản xạ

* Xét tính đối xứng:

- $\forall A, B \in P(E), ARB \Leftrightarrow A \cap C = B \cap C$

$$\Leftrightarrow B \cap C = A \cap C$$

$$\Rightarrow BRA$$

$\Rightarrow R$ có tính đối xứng

* Xét tính bắc cầu:

- $\forall A, B, D \in P(E), ARB$ và BRD

$$\Leftrightarrow \begin{cases} A \cap C = B \cap C \\ B \cap C = D \cap C \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow A \cap C = D \cap C$$

$$\Rightarrow ARD$$

$\Rightarrow R$ có tính bắc cầu

Bài 1:

a) * Xét tính phản xạ:

Vì $(3, 3) \notin R_1 \Rightarrow R_1$ không có tính phản xạ

* Xét tính đối xứng:

Với $(3, 4) \in R_1$ nhưng $(4, 3) \notin R_1 \Rightarrow R_1$ không có tính đối xứng

* Xét tính bắc cầu:

Ta có $(4, 1) \in R_1$ nhưng $(1, 2) \notin R_1$

$\Rightarrow R_1$ không có tính bắc cầu

b) - Không có tính phản xạ vì $(2, 2), (3, 3), (4, 4) \notin R_2$

- Có tính đối xứng vì $\forall (a, b) \in R_2 \Leftrightarrow (b, a) \in R_2$

- Không có tính bắc cầu vì $(2, 1), (1, 2) \in R_2$ nhưng $(2, 2) \notin R_2$

c) - Có tính phản xạ vì $\forall x \in A, (x, x) \in R_3$

- Có tính đối xứng vì $\forall (a, b) \in R_3 \Leftrightarrow (b, a) \in R_3$

- Không có tính bắc cầu vì $(4, 1), (1, 2) \in R_3$ nhưng $(4, 2) \notin R_3$

d) - Không có tính phản xạ $\forall x \in A, (x, x) \notin R_4$

- Không có tính đối xứng vì $(2, 1) \in R_4$ nhưng $(1, 2) \notin R_4$