

# VOI CAMP 2024

## PT-TB-Hnam-QN-LC-TN-BL

Đỗ Phan Thuận



*Email/Facebook:* [thuandp.sinhvien@gmail.com](mailto:thuandp.sinhvien@gmail.com)



Ngày 24 tháng 10 năm 2024

# Mục lục I

Bài. GEMSTONE

Bài. ESCAPING

Bài. SATLO

Bài. GEMSTONE

Bài. ESCAPING

Bài. SATLO

## GEMSTONE - Chế tác đá quý

Có  $N$  viên đá quý trong bộ sưu tập được đánh số từ 1 đến  $N$ . Mỗi viên đá quý được đặc trưng bởi ba số nguyên  $X$ ,  $Y$  và  $Z$  đại diện cho màu sắc, độ trong suốt, và độ sáng của nó.

Từ một viên đá quý thợ giả kim có thể chế tác biến đổi diện mạo thành viên đá khác nếu như một viên đá có ít nhất một thuộc tính có giá trị bằng với ít nhất một thuộc tính của viên đá thứ hai. Ví dụ, viên đá quý  $(2, 4, 5)$  có thể biến thành viên đá quý  $(4, 3, 3)$  vì cả hai đều có một thuộc tính bằng 4.

Dũng tham gia cuộc thi và bốc phải hai viên đá quý đánh số  $A$  và  $B$ . Nhiệm vụ của Dũng là chế tác sao cho viên đá  $A$  có diện mạo giống với viên đá  $B$  dựa vào thông số thuộc tính của các viên đá quý khác trong kho. Dũng phải thực hiện các phép biến đổi liên tiếp bắt đầu từ viên đá  $A$ , mỗi lần thay đổi các thuộc tính của nó để thành một viên đá khác có các thông số giống với một viên đá trong kho.

**Yêu cầu:** hãy giúp Dũng đề ra phương án chế tác sao cho thực hiện ít số lần biến đổi nhất.

## Subtask 1: $N \leq 10$

Duyệt quay lui.

ĐPT:  $O(2^N)$ .

## Subtask 2: $N \leq 1000$

- ▶ Xây dựng đồ thị. Mỗi đỉnh là một viên đá quý, cạnh là có thể biến đổi từ viên đá này sang viên đá kia.
- ▶ Sử dụng thuật toán BFS để loang từ  $A$  đến  $B$ .
- ▶ Độ phức tạp:  $O(N^2)$ .

### Subtask 3: $N \leq 100,000$

- ▶ Không xây dựng đồ thị.
- ▶ Mỗi giá trị lưu một danh sách các đá quý chứa giá trị đó.
- ▶ Sử dụng thuật toán BFS dựa vào các danh sách trên, mỗi danh sách xét một lần và đẩy vào hàng đợi những viên đá quý chưa được xét.
- ▶ Độ phức tạp:  $O(N + \text{MaxVal})$  trong đó  $\text{MaxVal}$  là giá trị lớn nhất trong số các thuộc tính đá quý.

Bài. GEMSTONE

Bài. ESCAPING

Bài. SATLO



## ESCAPING - Tẩu thoát

$M$  người bạn gồm Huy và bạn của Huy tham quan một khu vườn hình chữ nhật có kích thước  $w \times h$ . Trong vườn có  $N$  chậu cây. Khu vườn có 4 lối ra vào ở 4 góc (1 = góc trái dưới, 2 = góc phải dưới, 3 = góc phải trên, 4 = góc trái trên). Góc trái dưới có tọa độ  $(0,0)$ , góc phải trên có tọa độ  $(w, h)$ . Chậu cây thứ  $i$  được biểu diễn bằng một đường tròn đặt tại tọa độ  $(x_i, y_i)$ , bán kính  $r_i$ . Người bạn thứ  $j$  tham quan từ lối vào thứ  $e_j$ , được biểu diễn bằng một đường tròn bán kính  $R_j$  tiếp xúc với hai cạnh của hình chữ nhật ứng với góc  $e_j$ . Mọi người có thể tham quan thỏa thích trong khu vườn, nhưng không được va chạm vào những chậu cây.

**Yêu cầu:** Với mỗi người bạn, hãy tìm xem người đó có thể rời khu vườn bằng những lối ra nào.

## Subtask 1

- ▶ Người bạn  $X$  có thể đi giữa hai chậu cây  $a$  và  $b$  nếu thỏa mãn  $\text{dist}(a, b) - r_a - r_b \geq r_X$  với  $r_X$  là bán kính của  $X$ ,  $r_a$  và  $r_b$  là bán kính của hai chậu cây  $a, b$  và  $\text{dist}(a, b)$  là khoảng cách giữa hai tâm của hai chậu cây. Tương tự đối với việc đi giữa một chậu cây và các cạnh của khu vườn.
- ▶ Tạo đồ thị gồm  $n^2 + 4n$  cạnh giữa  $n + 4$  nút, với trọng số cạnh như trên. Ta có thể đi từ lỗi  $e_1$  và ra từ lỗi  $e_2$  nếu như không tồn tại một tập các cạnh có trọng số  $\leq r_X$  và chặn đường đi giữa hai lỗi  $e_1$  và  $e_2$ . Ví dụ bạn có thể đi từ lỗi vào góc phải trên và đi ra từ lỗi ra góc trái dưới nếu như không tồn tại tập các cạnh chặn từ cạnh trên xuống cạnh dưới, từ cạnh trên sang cạnh phải, từ cạnh dưới sang cạnh trái hoặc từ cạnh dưới sang cạnh phải.
- ▶ Bài toán thay vì kiểm tra liệu ta có thể đi giữa hai lỗi vào hay không trở thành kiểm tra xem liệu có tồn tại một tập cạnh có trọng số  $\leq r$ , kết nối giữa một cặp cạnh của khu vườn hay không?

## Subtask 1: $1 \leq N \leq 2000, M = 1$

- ▶ Vì  $M=1$ , chỉ cần sử dụng DFS để kiểm tra xem có thỏa mãn yêu cầu hay không.
- ▶ ĐPT:  $O(M * N^2)$ .

Subtask 2:  $1 \leq N \leq 200, 1 \leq M \leq 10^5$

Cách làm  $O(M * N^2)$  như trong Subtask 1 có thể dùng cho Subtask 2. Tối ưu code để tránh biên thời gian.

### Subtask 3: $1 \leq N \leq 2000, 1 \leq M \leq 10^5$

- ▶ Để có thể kiểm tra liệu hai cạnh có đang kết nối với nhau hay không, ta thực hiện duyệt chúng theo thứ tự tăng dần của bán kính, và lưu nó bằng DSU.
- ▶ Ta có thể thêm lần lượt từng cạnh  $\leq r_X$  và thực hiện kiểm tra tính liên thông giữa các cặp cạnh bất kì.
- ▶ ĐPT:  $O(M * \log(N^2) + N^2)$ .

Bài. GEMSTONE

Bài. ESCAPING

Bài. SATLO

## LANDSLIDE - Sạt lở đất

Có  $N$  ngôi làng (được đánh số từ 1 đến  $N$ ), các ngôi làng được nối với nhau bằng  $N - 1$  con đường nối trực tiếp giữa hai ngôi làng. Các con đường có độ dài khác nhau. Các con đường đảm bảo có đường đi đến nhau giữa hai ngôi làng bất kì. Trong  $N$  ngôi làng, có  $S$  ngôi làng có kho lương thực.

Do ảnh hưởng của cơn bão số 2, một con đường trong số  $N - 1$  con đường có thể bị sạt lở và không thể đi lại được. Để đối phó với tình hình, quốc vương cho đặt một trạm cứu hộ trực thăng ở ngôi làng  $H$ . Người dân khi đi đến làng  $H$  thì sẽ thoát khỏi ảnh hưởng của cơn bão và đến được nơi an toàn.

Quốc vương cần trả lời được  $Q$  câu hỏi khác nhau. Mỗi câu hỏi sẽ có dạng nếu con đường  $I$  bị sạt lở, người dân của làng  $R$  có thể đến được trạm cứu hộ được không? Nếu người dân làng  $R$  không thể đến được trạm cứu hộ thì khoảng cách ngắn nhất từ  $R$  đến một làng có kho lương thực bất kì là bao nhiêu?

Subtask 1:  $1 \leq N \leq 100, 1 \leq Q \leq 10000$ , và tồn tại đường đi giữa  $U$  và  $V$  khi và chỉ khi  $|A - B| = 1$

- ▶ Đồ thị là đường thẳng. Xét từng truy vấn.
- ▶  $O(Q * N)$ .



Subtask 2:  $1 \leq N \leq 1000, 1 \leq Q \leq 1000$

- ▶ Xét từng truy vấn và loang từ  $R$ .
- ▶  $O(Q * N)$ .

### Subtask 3: $1 \leq N \leq 100000, 1 \leq Q \leq 100000$ và $S = N$

- ▶ Chỉ cần kiểm tra nhanh xem  $R$  có thuộc cùng cây con với  $H$  không.
- ▶ Để xác định khi cắt 1 cạnh đi thì từ một đỉnh có thể đến được trạm cứu hộ hay không. Xét cây con gốc  $H$ .
- ▶ Lưu lại thời gian đi vào và đi ra của một cây con gốc  $u$  ( $tin[u]$  và  $tout[u]$ ) bằng kĩ thuật Euler Tour.
- ▶ Để kiểm tra khi cắt cạnh  $(u, v)$ , với  $v$  là đỉnh xa gốc hơn, từ đỉnh  $R$  có thể đến được gốc hay không. Ta kiểm tra  $R$  có thuộc cây con gốc  $v$  hay không: Chỉ cần kiểm tra  $tin[v] \leq tin[R]$  và  $tout[R] \leq tout[v]$ . Đến đây là xong bước kiểm tra có đến được gốc hay không.

## Subtask 4: $1 \leq N \leq 100000, 1 \leq Q \leq 100000$

- ▶ Kiểm tra  $R$  có thuộc cây con gốc  $H$  giống Subtask 2.
- ▶ Để tìm đường đi ngắn nhất từ  $R$  đến một kho lương thực bất kì, ta có thể xét như sau:
- ▶ Xét  $R$  và kho lương thực  $v$ ,  $lca$  là cha gần nhất của  $R$  và  $v$ . Khi đó  $dist(R, v) = dist(H, R) + dist(H, v) - 2 * dist(lca, v)$ .
- ▶ Nếu ta cố định  $R$  thì  $dist(H, R)$  là cố định, như vậy ta cần tìm  $v$  sao cho  $dist(H, v) - 2 * dist(H, lca)$  là nhỏ nhất.
- ▶ Đến đây ta có thể tính  $magic[u] = \min(dist(H, i) - 2 * dist(H, u))$ , với  $i$  là một shop nằm trong cây con gốc  $u$ .
- ▶ Mảng  $magic[u]$  có thể dễ dàng tính được bằng quy hoạch động trên cây.
- ▶ Bây giờ kết quả của truy vấn sẽ là  $\min(dist(H, R) + magic[x])$  với  $x$  là một đỉnh nào đó trên đường đi từ  $R$  đến  $v$  (với  $v$  là đỉnh xa hơn trong cạnh bị cắt  $(u, v)$ ).