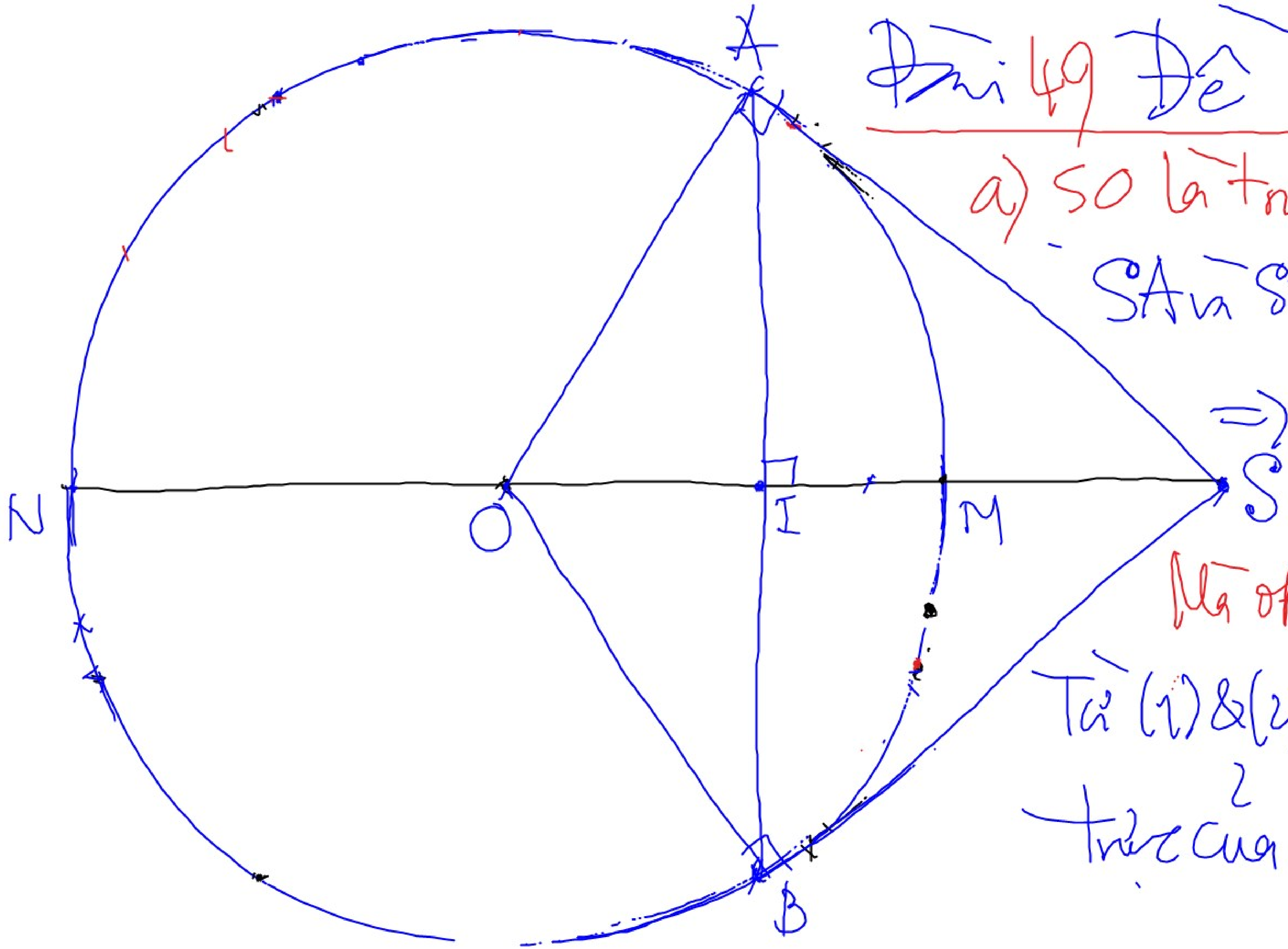
Bài 49 Đề Cương Trang 39



a) SO là trung trực của đoạn AB

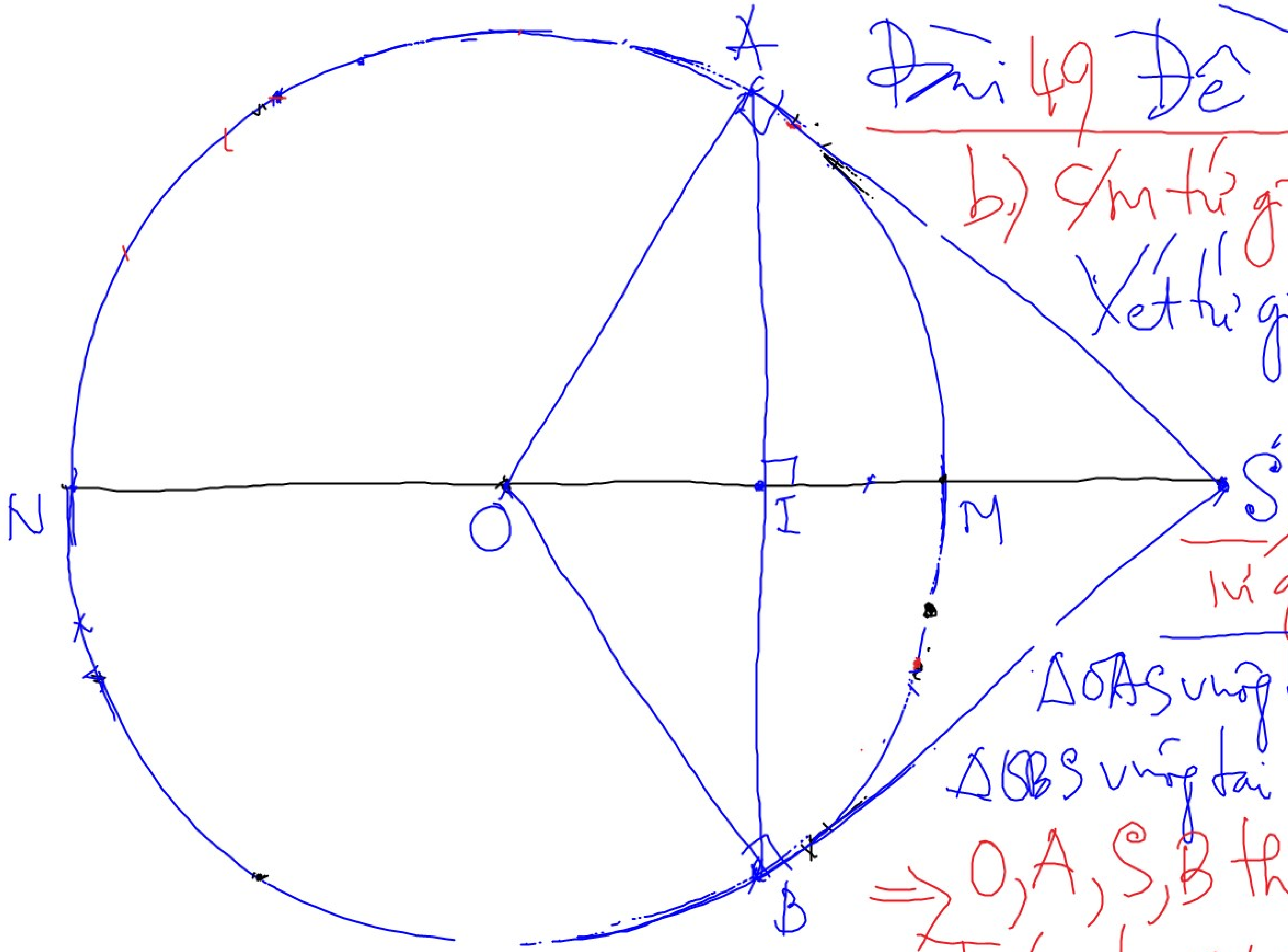
SA và SB là 2 tiếp tuyến của (O)

$\Rightarrow SA = SB$

$\Rightarrow$ S thuộc đường trung trực of AB (1)

Mà $OA = OB \Rightarrow O \in$ trung trực of AB (2)

Từ (1)&(2) $\Rightarrow$ SO là đường trung trực của đoạn AB.



Bài 49 Đề Cương Trang 39

b) C/m tứ giác SAOB nội tiếp 1 đường tròn

Xét tứ giác SAOB:

$$\left.\begin{array}{l}\widehat{OAS} = 90^\circ \\ \widehat{OBS} = 90^\circ\end{array}\right\} \Rightarrow \widehat{OAS} + \widehat{OBS} = 180^\circ$$

đường kính OS.

Tứ giác SAOB thuộc một đường tròn.

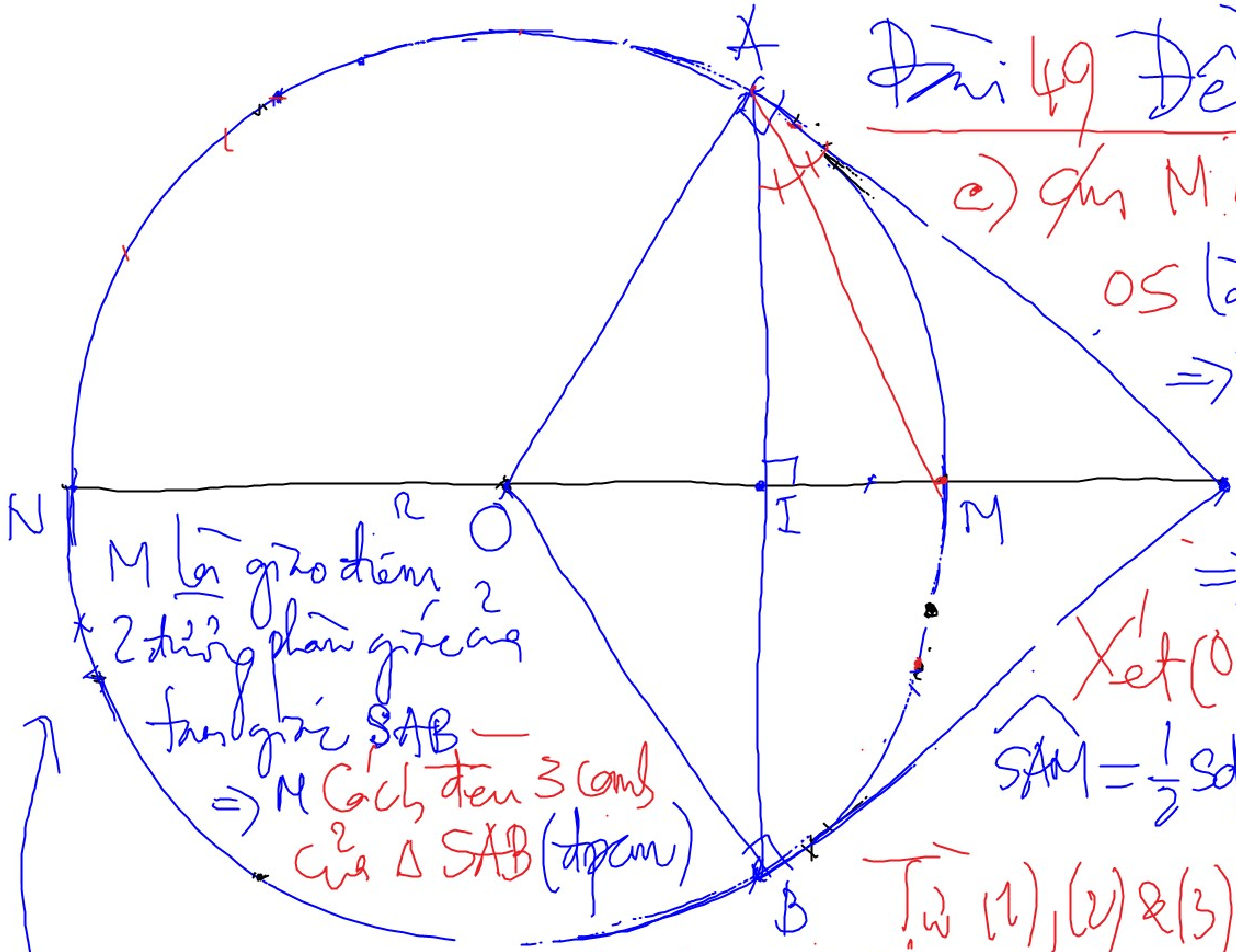
ΔOAS vuông tại A $\Rightarrow$ O; A; S $\in$ đường tròn đường kính OS.

ΔOBS vuông tại B $\Rightarrow$ O; B; S $\in$ đường tròn đường kính OS.

$\Rightarrow$ O, A, S, B thuộc đường tròn đường kính OS.

$\Rightarrow$ Tứ giác SAOB thuộc đường tròn đường kính OS.

Bài 49 Đề Cương Trang 39



c) Cm M cách đều 3 cạnh ΔSAB

OS là trung trực của AB

$\Rightarrow$ I là trung điểm of AB

$\Rightarrow$ M là điểm giữa cung $\overset{\frown}{AB}$

$\Rightarrow$ Sđ $\overset{\frown}{MA}$ = Sđ $\overset{\frown}{MB}$ (1)

Xét (O): $\widehat{BAM} = \frac{1}{2}$ sđ $\overset{\frown}{MB}$ (2) (góc nội tiếp)

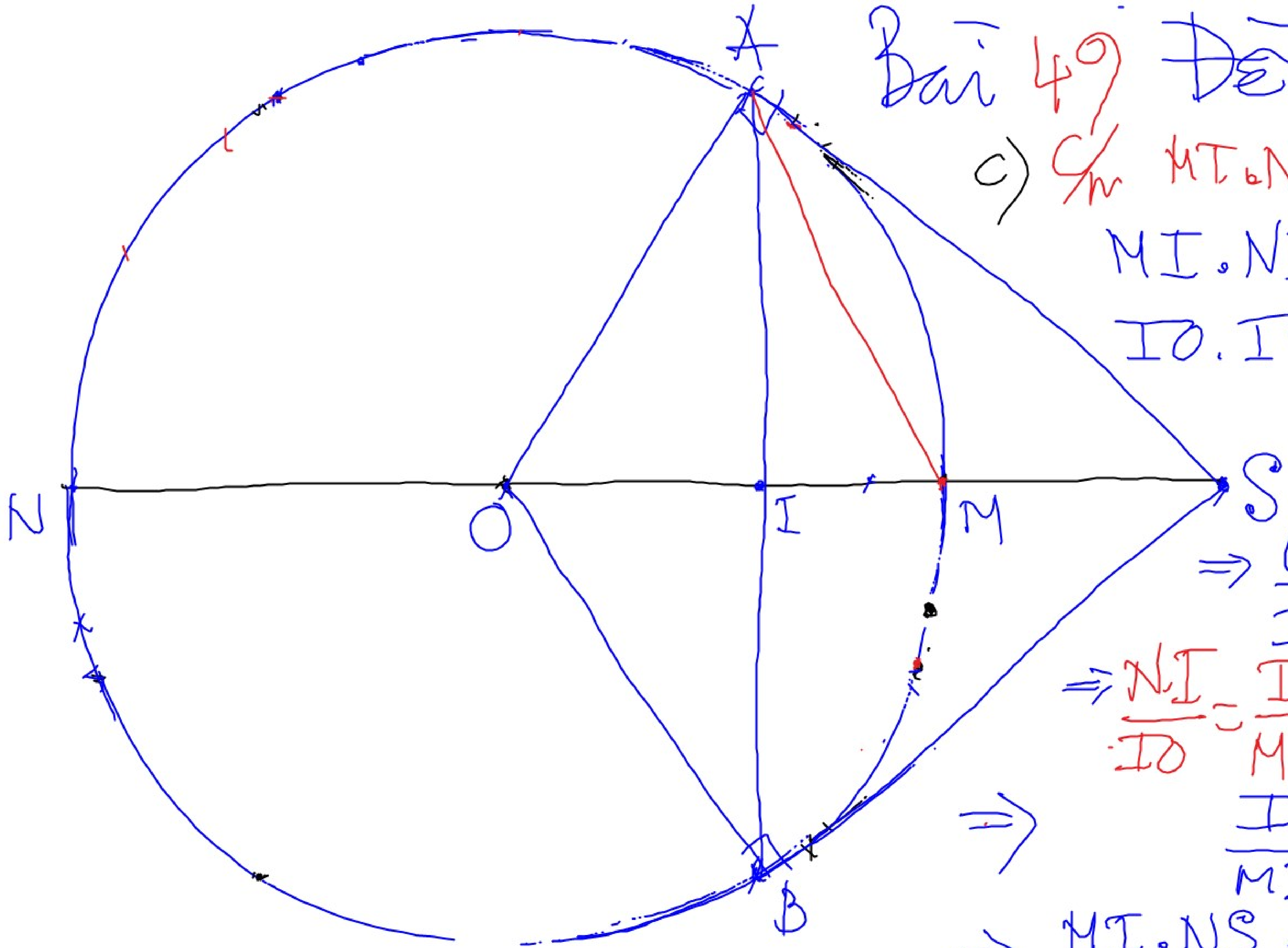
$\widehat{SAM} = \frac{1}{2}$ sđ $\overset{\frown}{MA}$ (3) (góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung)

Từ (1), (2) & (3): $\widehat{BAM} = \widehat{SAM}$ $\Rightarrow$ AM là p.giác of $\widehat{SAB}$.

Mà SM là p.giác của $\widehat{ASB}$ (2 tiếp tuyến SA, SB of (O) cắt nhau tại S)

M là giao điểm của 2 đường phân giác của tam giác SAB

$\Rightarrow$ M cách đều 3 cạnh của ΔSAB (đpcm)



Bài 49 Đề Cương Phường 39

c) C/m $MI.NS = MS.NI$

$MI.NI = IA.IB$ (Phương tích)

$IO.IS = IA.IB$ (Phương tích)

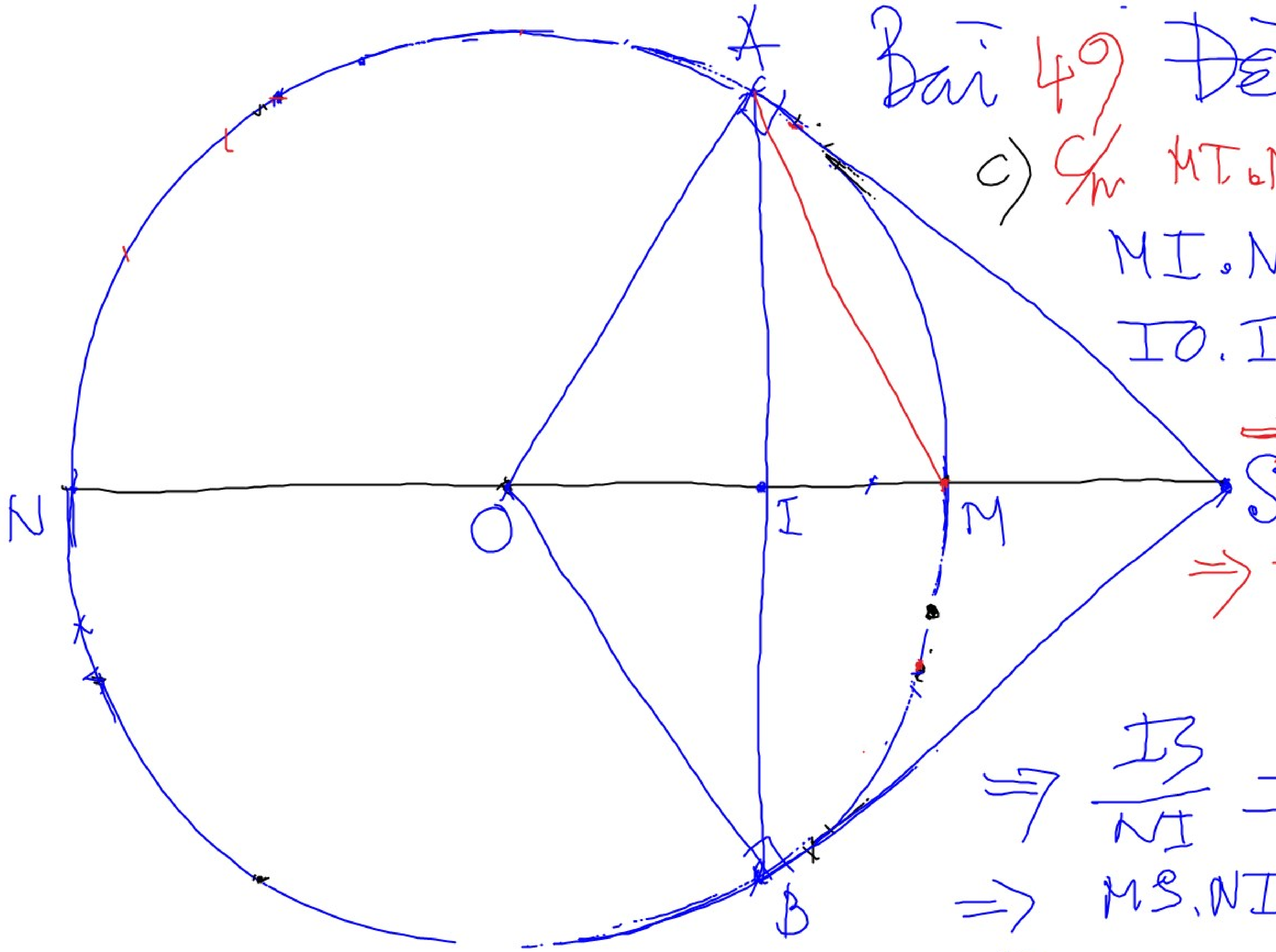
$\Rightarrow MI.NI = IO.IS$ (1)

$\Rightarrow \dfrac{NI}{IO} = \dfrac{IS}{MI}$ (Số tỉ lệ bằng nhau)

$\Rightarrow \dfrac{NI}{IO} = \dfrac{IS}{MI} = \dfrac{NI+IS}{IO+MI}$ (áp dụng dãy tỉ số bằng nhau)

$\Rightarrow \dfrac{IS}{MI} = \dfrac{NS}{OM}$

$\Rightarrow MI.NS = IS.OM$ (1)



Bài 49 Đề Cương Trang 39

c) C/m $MI.NS = MS.NI$

$MI.NI = IA.IB$ (Phương tích)

$IO.IS = IA.IB$ (Phương tích)

$\Rightarrow MI.NI = IO.IS$

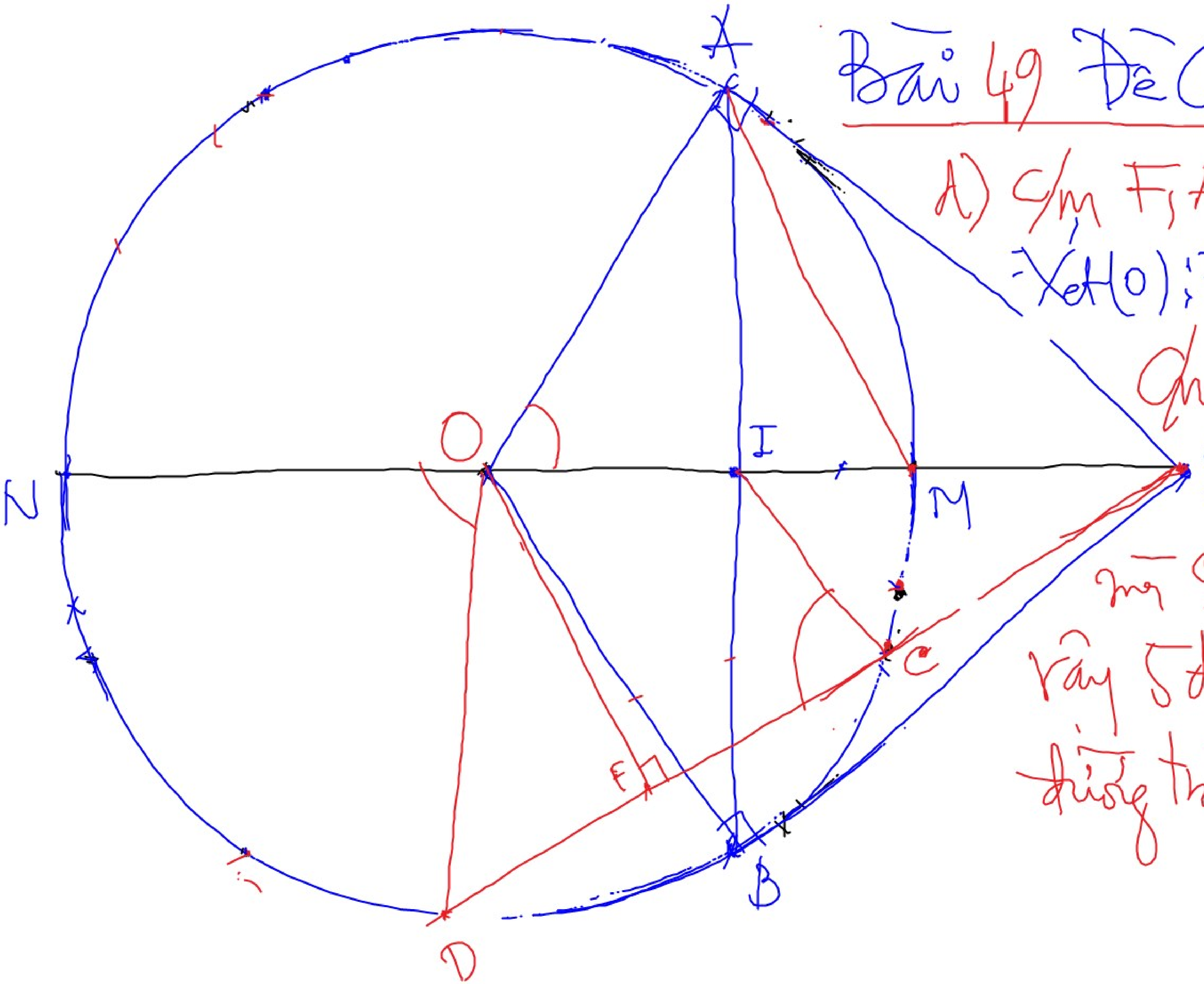
$\Rightarrow \dfrac{IS}{NI} = \dfrac{MI}{IO} = \dfrac{IS - MI}{NI - IO}$ (áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau)

$\Rightarrow \dfrac{IS}{NI} = \dfrac{MS}{ON}$

$\Rightarrow MS.NI = IS.ON$

$= IS.OM$ (2) (do $OM = ON$)

Từ (1) & (2) $\Rightarrow MI.NS = MS.NI$ (đpcm)



Bài 49 Đề Cương Trang 39

A) C/m F, A, S, O, B cùng thuộc đường tròn

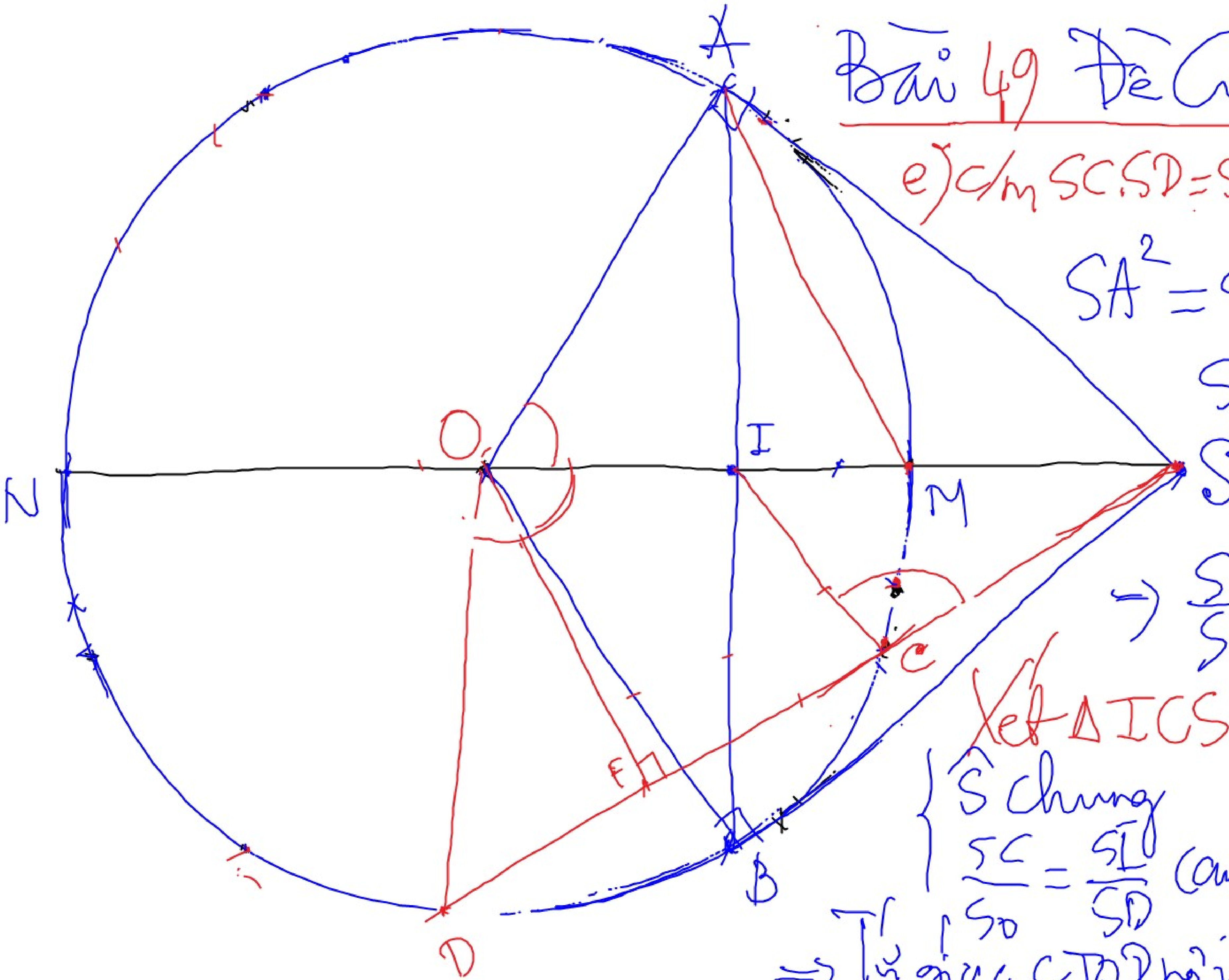
Xét (O); F là trung điểm CD ⇒ $\widehat{OFS} = 90^\circ$

Cm tương tự câu a), ta có:

O, A, S, F ∈ đường tròn đường kính OS

mà S, A, O, B ∈ đường tròn đường kính OS (cmt)

Vậy 5 điểm F, A, S, O, B cùng thuộc đường tròn đường kính OS.



Bài 49 Đề Cương Trang 39

e) C/m $SC.SD = SI.SO$ và tứ giác CIOD nội tiếp được

$SA^2 = SC.SD$ (phương tích)

$SA^2 = SI.SO$ (hệ thức lượng)

$SC.SD = SI.SO$ (đpcm)

$\Rightarrow \dfrac{SC}{SO} = \dfrac{SI}{SD}$

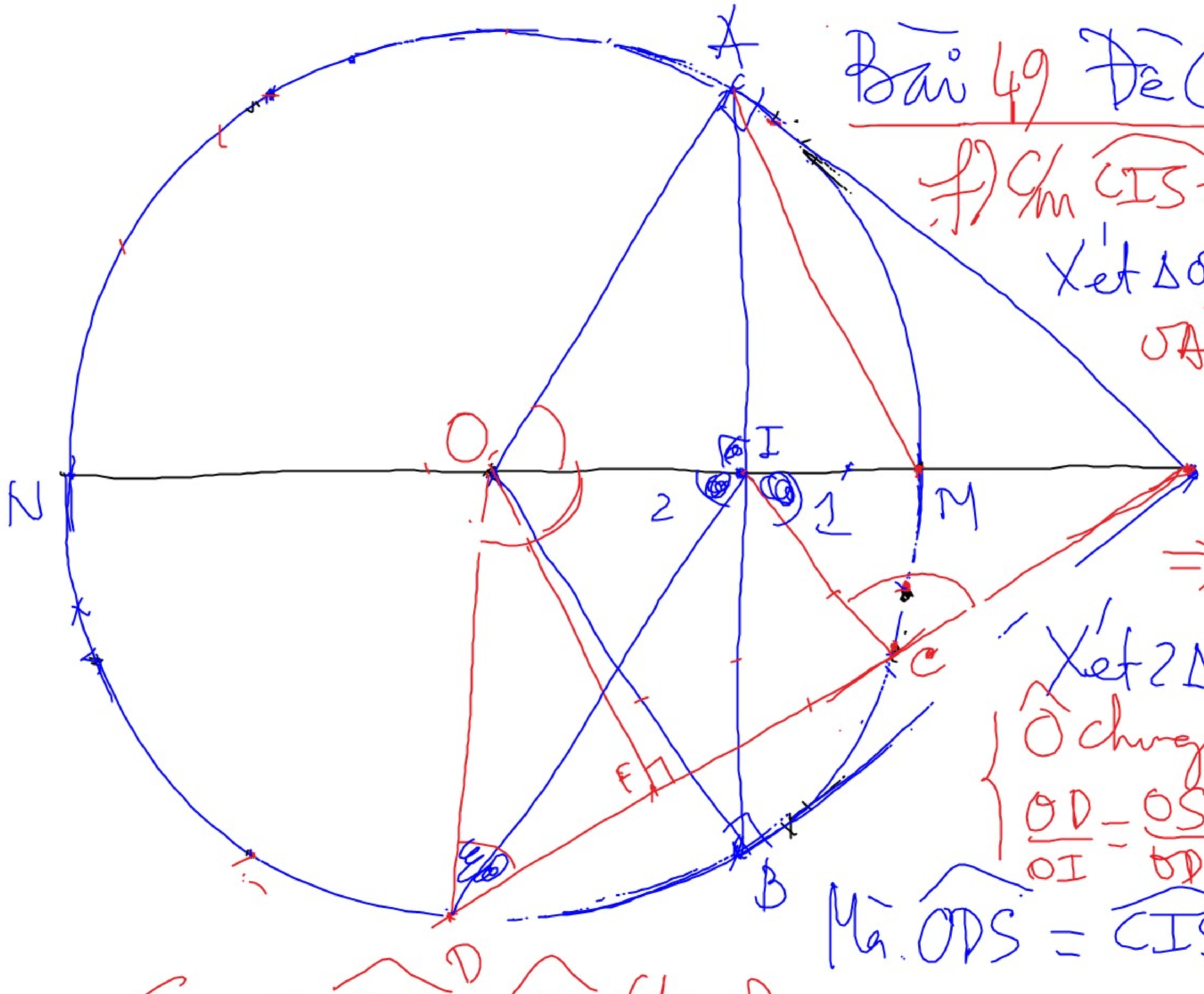
Xét ΔICS và ΔDOS:

$\left\{\begin{array}{l} \hat{S} \text{ chung} \\ \dfrac{SC}{SO} = \dfrac{SI}{SD} \text{ (cmt)} \end{array}\right\} \Rightarrow \Delta ICS \backsim \Delta DOS$

$\Rightarrow \widehat{ICS} = \widehat{DOS}$

$\Rightarrow$ Tứ giác CIOD nội tiếp được (góc ngoài $\widehat{ICS}$ bằng góc trong đối diện là $\widehat{DOI}$) (đpcm)

Bài 49 Đề Cương Trang 39



f) C/m $\widehat{CIS} = \widehat{DID}$ và suy ra IA là phân giác $\widehat{CID}$.

Xét ΔOAS vuông tại A và đường cao AI:

$OA^2 = OI.OS$ (hệ thức lượng)

$\Rightarrow OD^2 = OI.OS$ ($OA = OD = R$)

$\Rightarrow \dfrac{OD}{OI} = \dfrac{OS}{OD}$

Xét 2 ΔODS và ΔOID:

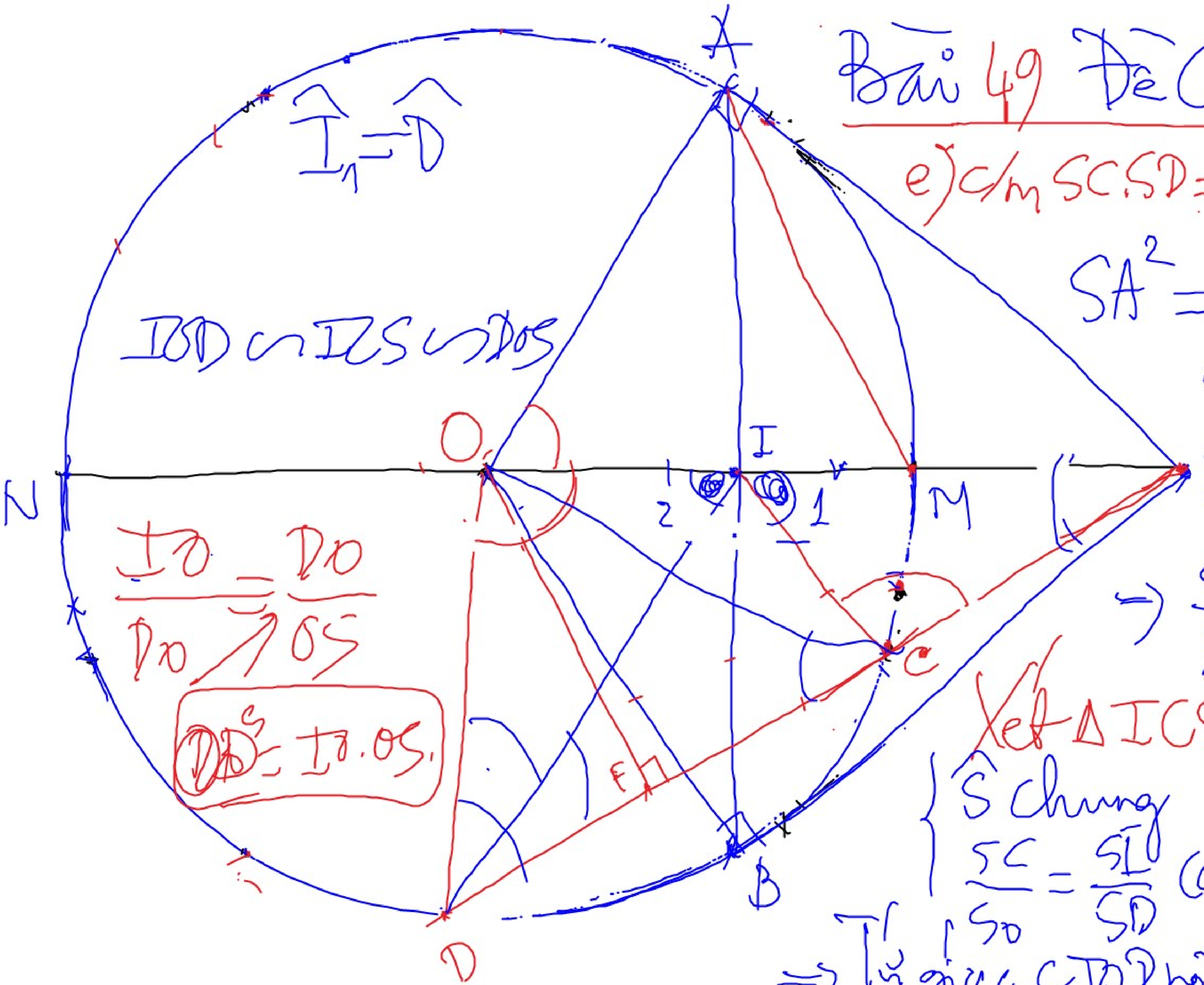
$\left\{\begin{array}{l} \widehat{O} \text{ chung} \\ \dfrac{OD}{OI} = \dfrac{OS}{OD} \text{ (cmt)} \end{array}\right\} \Rightarrow \Delta ODS \backsim \Delta OID$

$\Rightarrow \widehat{ODS} = \widehat{OID}$,

Mà $\widehat{ODS} = \widehat{CIS}$ (góc ngoài bằng góc trong đối diện của tứ giác nội tiếp CIOD)

Suy ra $\widehat{CIS} = \widehat{OID}$ (đpcm)

Bài 49 Đề Cương Trang 39



e) C/m $SC.SD = SI.SO$ và tứ giác CIOD nội tiếp được

$SA^2 = SC.SD$ (phương tích)

$SA^2 = SI.SO$ (hệ thức lượng)

$SC.SD = SI.SO$ (đpcm)

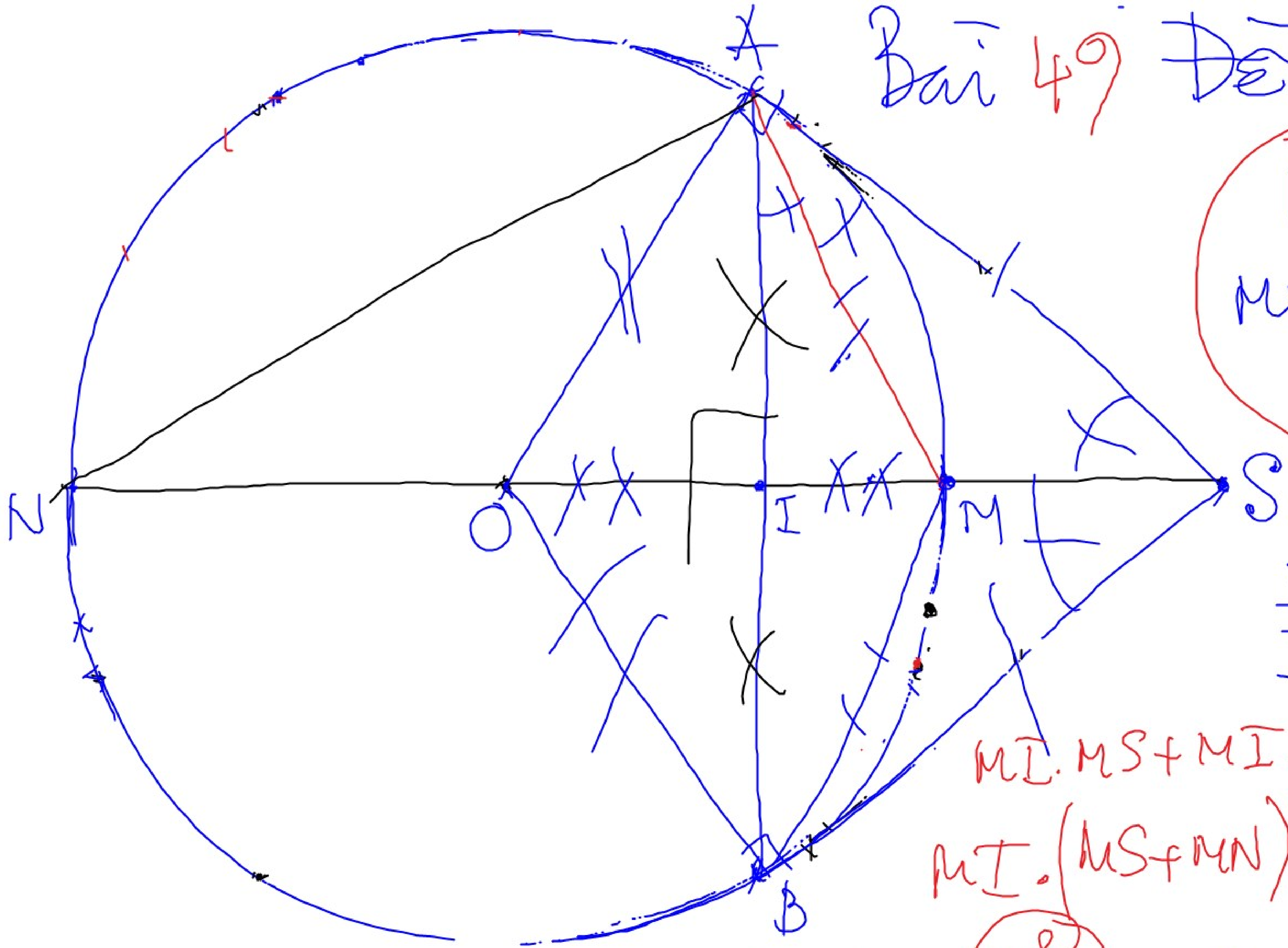
$\Rightarrow \frac{SC}{SO} = \frac{SI}{SD}$

Xét ΔICS và ΔDOS:

$\left\{\begin{array}{l} \hat{S} \text{ chung} \\ \frac{SC}{SO} = \frac{SI}{SD} \text{ (cmt)} \end{array}\right\} \Rightarrow \Delta ICS \sim \Delta DOS \Rightarrow \widehat{ICS} = \widehat{DOS}$

$\Rightarrow$ Tứ giác CIOD nội tiếp được (vì góc ngoài $\widehat{ICS}$ bằng góc trong đối diện là $\widehat{DOI}$) (đpcm)

Bài 49 Đề Cương Trang 39



$MI.MN = AM^2$

$MI.(MI + NI) = AM^2$

$MI^2 + MI.NI = AM^2$

$MI^2 = AM^2 - MI.NI$

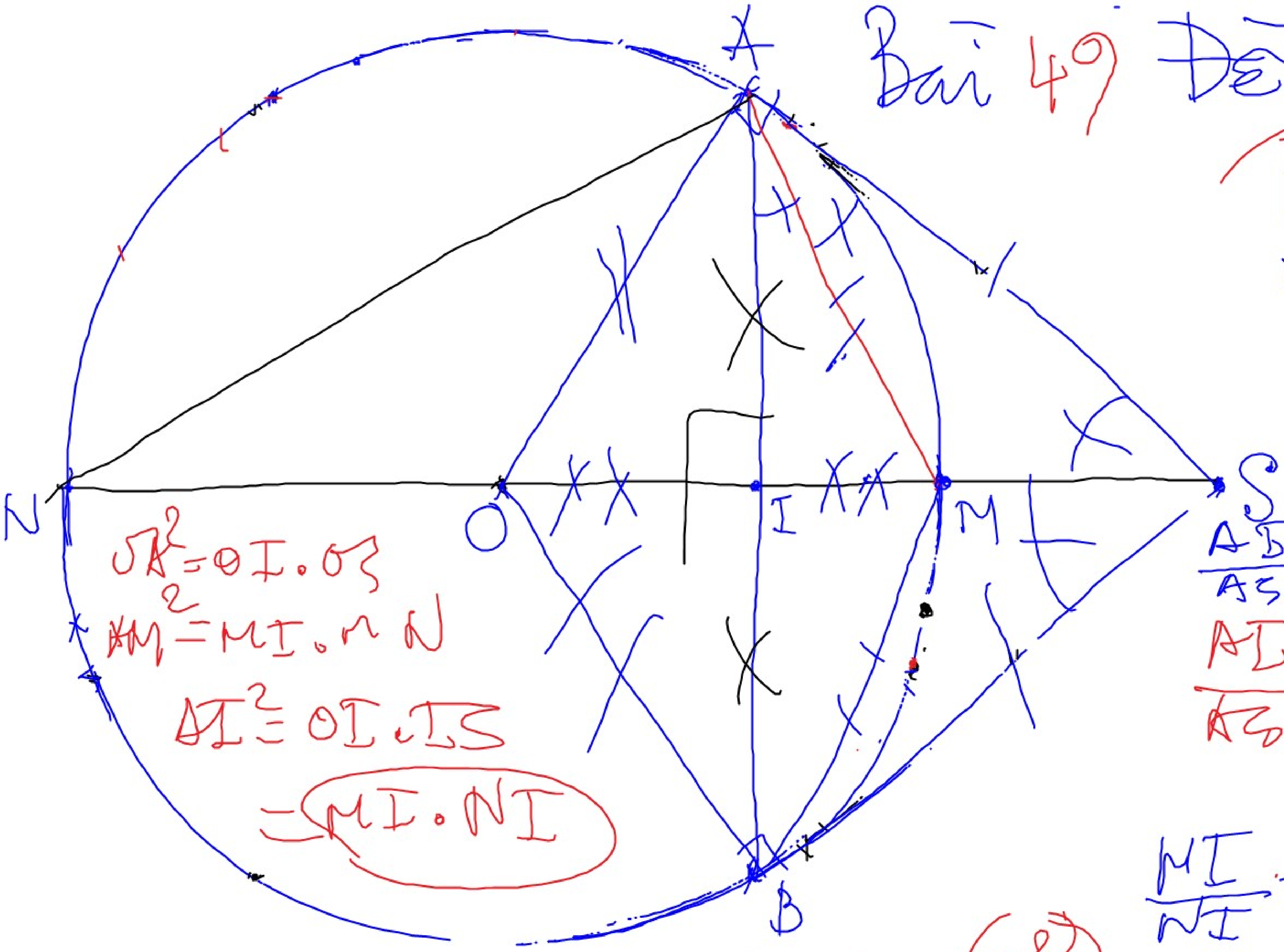
$\frac{AI}{IM} = \frac{AS}{MS} \Rightarrow MI.AS = MS.AI$

$MI.MS + MI.MN = MS.NI$

$MI.(MS + MN) = MS.NI$

$MS.NS = SA^2$ $MI.NS = MS.NI$

Bài 49 Đề Cường Phùng 39



$OA^2 = OI \cdot OS$

$AM^2 = MI \cdot MN$

$AI^2 = OI \cdot IS$

$= MI \cdot NI$

$MS \cdot NS = SA^2$

$MI \cdot MN = AM^2$

$MI \cdot NI = AI^2$

$\frac{AI}{AS} = \frac{OA}{OS} = \frac{OM}{OS} = \frac{OI}{OA} = \frac{OI}{OM}$

$\frac{AI}{AS} = \frac{NI}{NS}$

$\frac{MI}{MS} = \frac{AI}{AS}$

$\frac{MI}{NI} = \frac{MS}{NS}$ hay $\frac{MI}{MS} = \frac{NI}{NS}$

$MI \cdot NS = MS \cdot NI$