

* CÁC BÀI TẬP CHỨNG MINH TIẾP TUYẾN

Bài 1. Cho tam giác ABC vuông ở A. Vẽ đường tròn tâm B có bán kính BA. Chứng minh AC là tiếp tuyến của (B).

Giải (B) ta có:

$$AB \perp AC$$

$\Rightarrow AC$ là tiếp tuyến của (B)

$$\begin{cases} AB \perp AC \in \text{đường thẳng } AC \text{ tại } A \\ A \in (B) \quad (BA = R) \end{cases}$$

$\Rightarrow AC$ là tiếp tuyến của (B) tại A

Bài 2. Cho điểm A nằm ngoài đường tròn (O). Vẽ đường tròn tâm I có đường kính OA cắt (O) tại B và C.

a) Chứng minh AB là tiếp tuyến của (O);

Giải (O) ta có:

$$\begin{cases} \triangle OAB \text{ nội tiếp } (I) \quad (A, B, O \in (I)) \\ AO \text{ là đường kính } (gt) \end{cases}$$

$\Rightarrow \triangle OAB$ vuông tại B

$\Rightarrow AB \perp OB$ tại B

b) Chứng minh AC là tiếp tuyến của (O).

Giải (O) ta có:

$$\begin{cases} \triangle OAC \text{ nội tiếp } (I) \\ AO \text{ là đường kính } (gt) \end{cases}$$

$\Rightarrow \triangle OAC$ vuông tại C

$\Rightarrow AC \perp OC$ tại C

Giải (O) ta có:

$$\begin{cases} AB \perp BC \text{ tại } B \text{ (vnt)} \\ B \in (O) \quad (OB = R) \end{cases}$$

$\Rightarrow AB$ là tiếp tuyến của (O) tại B

Giải (O) ta có:

$$\begin{cases} AC \perp CO \text{ tại } C \\ C \in (O) \quad (OC \text{ là bán kính } (O)) \end{cases}$$

$\Rightarrow AC$ là tiếp tuyến của (O) tại C

Bài 3. Từ điểm A nằm ngoài đường tròn (O) vẽ tiếp tuyến AB đến (O) tại B với B là tiếp điểm. Đường tròn tâm A bán kính AB cắt (O) tại C. Chứng minh AC là tiếp tuyến của (O).

tại B

Mà $\angle ABC = 90^\circ$ (AB là tiếp tuyến (O))

Mặt khác $\angle AOC = 90^\circ \Rightarrow AC \perp OC$ tại C

$\Rightarrow AC \perp OC$ tại C

Giải (O) ta có:

$$\begin{cases} AC \perp OC \text{ tại } C \text{ (vnt)} \\ C \in (O) \text{ (gt)} \end{cases} \Rightarrow AC \text{ là tiếp tuyến của } (O) \text{ tại } C$$

Bài 4. Cho điểm I nằm ngoài đường tròn (O). Đường tròn (I; IO) cắt (O) tại A và B và cắt tia OI tại M. Chứng minh MA và MB là 2 tiếp tuyến của (O).

Giải (I) coi OI tại M

$\Rightarrow OM$ là dây cung

mà OM đi qua tâm I

$\Rightarrow OM$ là đường kính

Giải (I) ta có:

$\begin{cases} OM \text{ là dây cung} \\ OM \text{ đi qua tâm } I \end{cases}$

$\Rightarrow OM$ là đường kính của (I)

Giải (I) ta có:

$$\begin{cases} \triangle AMO \text{ nội tiếp } (I) \quad (A, M, O \in (I)) \\ AO \text{ là đường kính } (vnt) \end{cases}$$

$\Rightarrow \triangle AMO$ vuông tại A

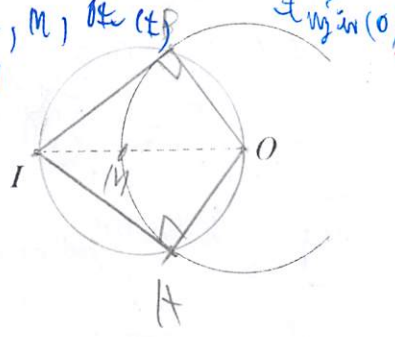
$\Rightarrow MA \perp AO$ tại A

Giải (I) ta có:

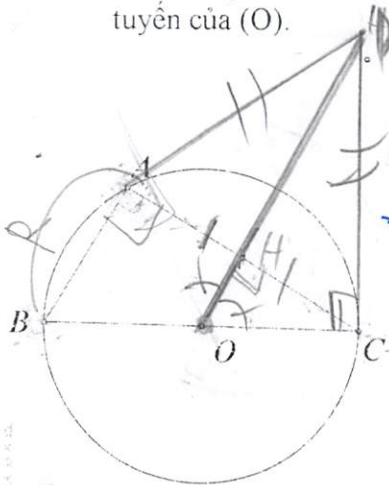
$$\begin{cases} \triangle IMO \text{ nội tiếp } (I) \quad (I, M, O \in (I)) \\ IO \text{ là đường kính } (vnt) \end{cases}$$

$\Rightarrow \triangle IMO$ vuông tại M

$\Rightarrow MB \perp IO$ tại M



Bài 5. Cho đường tròn (O, R) đường kính BC và một điểm A nằm trên đường tròn (O) sao cho $AB = R$. Gọi H là trung điểm của dây cung AC . Qua C vẽ tiếp tuyến của (O) cắt tia OH tại D . Chứng minh DA là tiếp tuyến của (O) .



C/m DA là tiếp tuyến của (O)

Xét (O) , ta có:

$\begin{cases} AC \text{ là dây cung } K' \text{ chứa tâm} \\ H \text{ là trung điểm } AC \end{cases}$

$\Rightarrow OH \perp AC \text{ tại } H \Rightarrow OA \perp AC \text{ tại } H (H \in OD)$

Xét $\triangle ADC$, ta có:

$\begin{cases} OH \text{ là đường trung tuyến} \\ OH \perp AC \text{ tại } H \end{cases}$

$\Rightarrow H \text{ là đường trung tuyến } (H \text{ là trung điểm } AC)$

$\Rightarrow \triangle ADC \text{ cân tại } D$

$\Rightarrow AD = AC$

Xét $\triangle ADO$ và $\triangle CDO$, ta có:

$\begin{cases} OD = OD \text{ (cạnh chung)} \\ AD = CD \text{ (cm)} \\ OA = OC \text{ (bán kính)} \end{cases}$

$\Rightarrow \triangle ADO = \triangle CDO \text{ (c.c.c)}$

$\Rightarrow \widehat{DAO} = \widehat{PCO}$ (2 góc tương ứng)

$\Rightarrow \widehat{DAO} = \widehat{PCO} = 90^\circ$

nhớ $\widehat{PCO} = 90^\circ$

$\Rightarrow \widehat{DAO} = 90^\circ$
 $\Rightarrow AD \perp OA \text{ tại } A$

Xét (5) + (6) $\Rightarrow AD \perp OA$
 $\Rightarrow AD$ là tiếp tuyến của (O) tại A

Bài 6. Cho $\triangle ABC$ nội tiếp $(O; R)$ đường kính BC có $AB = R$. Gọi M là trung điểm AB .

a) Tiếp tuyến của (O) tại A cắt tia OM ở D . Chứng tỏ BD là tiếp tuyến của (O)

b) Chứng minh: $\triangle ABO$ đều, tính AC theo R .

Tính OM theo R

a) BD là tiếp tuyến của (O)

Xét (O) ta có:

$\begin{cases} M \text{ là trung điểm } AB \\ AB \text{ là dây } K' \text{ qua tâm} \end{cases}$

$\Rightarrow OM \perp AB$

$\Rightarrow OD$ là đường trung trực của đoạn AB

$\Rightarrow DA = DB$

Xét $\triangle AOD$ và $\triangle BOD$ ta có:

$\begin{cases} OA = OB (= R \text{ của } (O)) \\ OD \text{ là cạnh chung} \\ DA = DB \text{ (cm)} \end{cases}$

$\Rightarrow \triangle AOD = \triangle BOD$

$\Rightarrow \widehat{DAO} = \widehat{DBO} = 90^\circ$

$\Rightarrow DB \perp OB \text{ tại } B$

Xét (O) ta có:

$\begin{cases} DB \perp OB \text{ tại } B \text{ (cm)} \\ B \in (O) (OB = R) \end{cases}$

$\Rightarrow BD$ là tiếp tuyến của (O) tại B

b) C/m $\triangle ABO$ đều
tính AC theo R

Xét $\triangle ABO$ ta có:

$AB = BO = AO = R$

$\Rightarrow \triangle ABO$ đều

Xét $\triangle ABC$ vuông tại A ta có:

$AC^2 = BC^2 - AB^2$

$= (2R)^2 - R^2$

$= 3R^2$

$\Rightarrow AC = \sqrt{3R^2} = R\sqrt{3}$

c) tính OM theo R

Xét $\triangle ABC$ ta có:

$\begin{cases} OM \perp AB \text{ tại } M \\ AM = MB \end{cases}$

$\Rightarrow OM$ là đường trung trực của AB

$\Rightarrow OM = \frac{1}{2} AC$

