LÝ THUYẾT ĐỒ THỊ

Mỗi đỉnh của Q_n có bậc n, mà Q_n có 2^n đỉnh

=> tổng số bậc của các đỉnh thuộc $Q_n = n.2^n$

=> theo ĐLBT có số cạnh của $Q_n = n.2^n/2 = n2^{n-1}$

Ma trận liền kề biểu diễn G:

$$A_G = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = A^1$$

$$A^2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} x \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 0 & 1 & 2 \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \end{pmatrix}$$

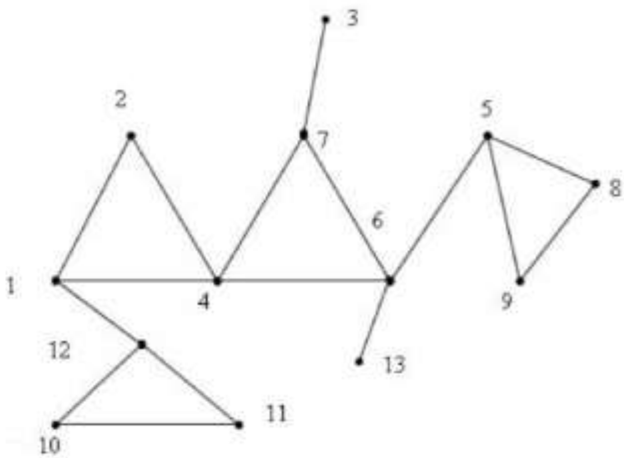
Số đường đi độ dài 2 từ đỉnh a đến đỉnh f là $a_{16} = 2$

đó là: acf và abf

$A^1 + A^2 \ldots + A^5 = A^*$

Nếu tất cả các phần tử của A* đều khác 0 thì G liên thông, ngược lại G không liên thông

Đường đi trong đồ thị:



11->13 : 11,12,1,4,6,13

A: 12 -> 6: (12,1) (1,4) (4,6) = 12,1,4,6 => độ dài 3,

A là đường đi đơn

B: 12 -> 6: (12,1) (1,2) (2,4) (4,1) (1,2) (2,4) (4,7) (7,6) = 12,1,2,4,1,2,4,7,6 =>độ dài 8

B là đường đi không đơn

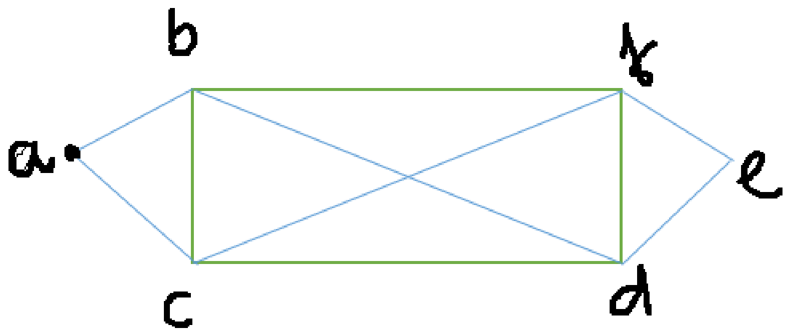
…

Chu trình: 1,2,4,1 : chu trình đơn

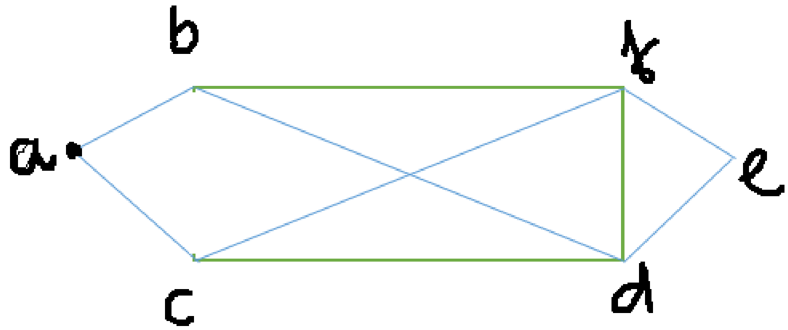
1,2,1 : không là chu trình đơn vì chứa cạnh (1,2) 2 lần

Chu trình Euler:

Chu trình đơn: abca, bcdfb : không là chu trình trình Euler



abfedfcbdca: chu trình đơn chứa mọi cạnh của G => là 1 chu trình Ơ le của G

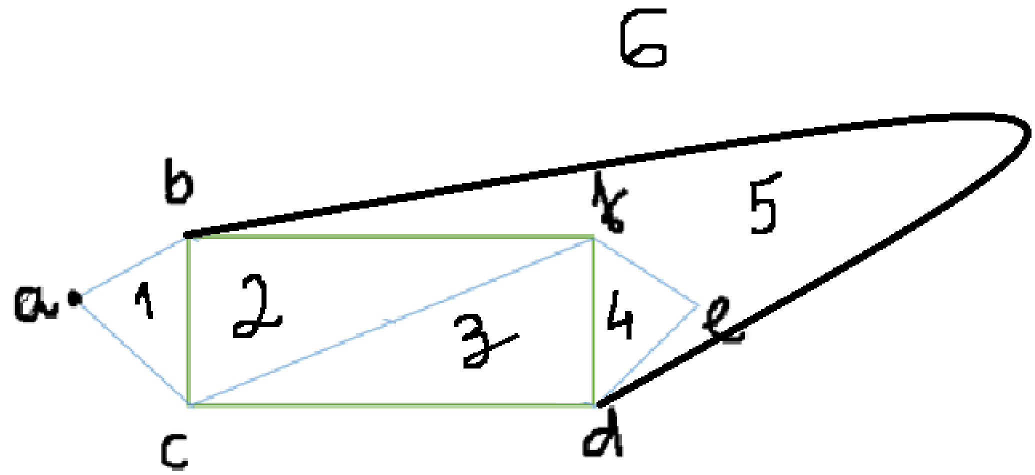


bacdfedbfc : là đường đi Euler

Chu trình Hamilton: abfedca

abfca là một chu trình đơn nhưng nó chứa chu trình đơn khác : abca => abfca không là 1 miền phẳng

abca: là 1 chu trình đơn mà không chứa chu trình đơn khác bên trong => abca là 1 miền phẳng



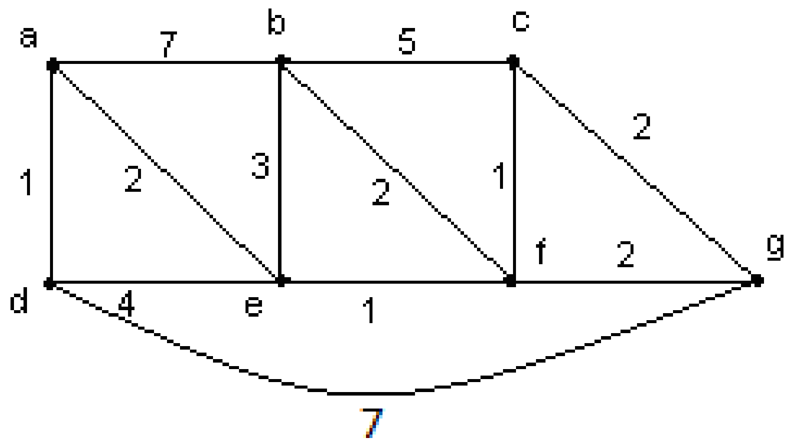
- abca, bfcb, dcfd, edfe, bfedb: 5 miền hữu hạn,

- bên ngoài của acdb: 1 miền vô hạn

$6 = 10 – 6 +2$

$10 \quad <= 3*6 – 6$: tm

K_5 có 5 đỉnh và 10 cạnh: $10 \; > \; 3*5 – 6$ => K5 ko là đồ thị phẳng



Bài toán:

Các đỉnh là các thành phố, các cạnh là các đường cao tốc nối giữa các thành phố. Trên mỗi cạnh được gán một số thực tương ứng với độ dài của đường cao tốc. Tìm đường đi ngắn nhất từ thành phố d đến c?

DN1: Đồ thị có trọng số là đồ thị mà trên mỗi cạnh được gán một số thực tương ứng.

DN2: Độ dài đường đi trên đồ thị có trọng số được tính bằng tổng trọng số của các cạnh trên đường đi. Trong đó trọng số của mỗi cạnh là số thực được gán cho cạnh đó.

vd: đường đi dabc có độ dài là 13

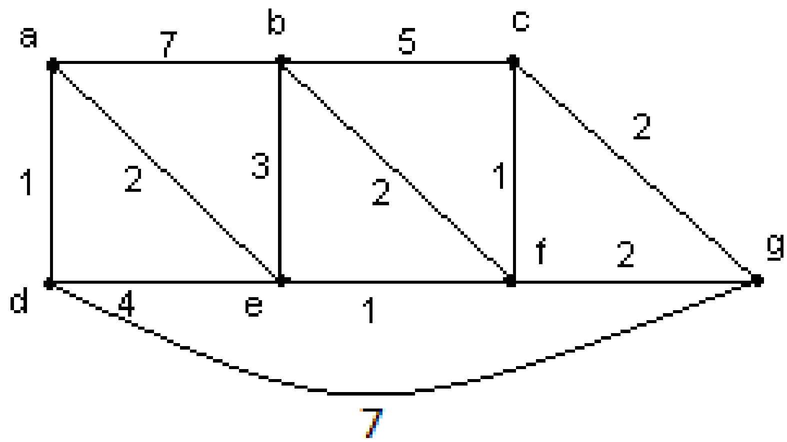
đường đi dgc có độ dài 9

Thuật toán Dijkstra:

Một số ký hiệu:

- $L(v_i)$: chứa độ dài đường đi từ đỉnh xuất phát đến đỉnh v_i

- $Truoc(v_i)$: chứa đỉnh đứng ngay trước đỉnh v_i trong đường đi tương ứng từ đỉnh xuất phát đến đỉnh v_i



ví dụ: đường đi dab có $L(v_i) = L(b) = 8$, Truoc(b) = a

defb có L(b) = 7, Truoc(b) = f

đường đi dgc có độ dài 9 => có L(c) = 9, Truoc(c) = g

S: là tập các đỉnh được chọn

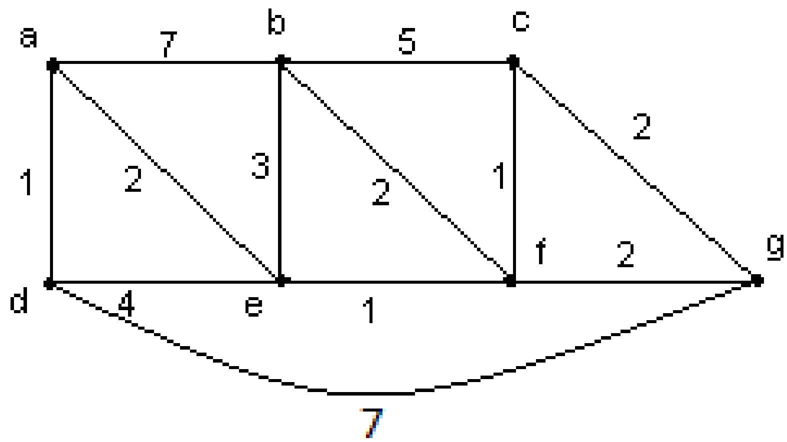
w(u,v) là trọng số cạnh nối đỉnh u với đỉnh v.

w(u,v)= ∞ nếu không có cạnh nối đỉnh u với đỉnh v

vd: w(a,e) = 2

w(a,f) = ∞

Bài toán: Tìm đường đi ngắn nhất từ **d** đến c trên đồ thị G sau, biết thứ tự lựa chọn đỉnh tuân theo thứ tự của bảng chữ cái:



Áp dụng thuật toán Dijkstra:

Bước	u	a	b	c	d	e	f	g
0		(∞, d)	(∞, d)	(∞, d)	$(0, d)$	(∞, d)	(∞, d)	(∞, d)
1	d	(1,d)	(∞, d)	(∞, d)	*	$(4, d)$	(∞, d)	$(7, d)$
2	a	*	(8,a)	(∞, d)		(3,a)	(∞, d)	$(7, d)$
3	e		(6,e)	(∞, d)		*	(4,e)	$(7, d)$
4	f		(6,e)	(5,f)			*	(6,f)
5	c		(6,e)	*				(6,f)

Xét L(u) + w(u,v) ? L(v) <=> 3 + ∞ > ∞

u=d:

- Duyệt v=a: => Xét: L(d) + w(d,a) ? L(a) <=> 0 + 1 < ∞ => L(a) = 1, Truoc(a) = d

- Duyệt v=b: => Xét L(d) + w(d,b) ? L(b) <=> 0 + ∞ = ∞

- Duyệt v = c: =>

u= a:

- Duyệt v=b: =>Xét L(a)+w(a,b) ? L(b) ⇔ 1 + 7 < ∞

Khi c được chon => dừng vòng lặp

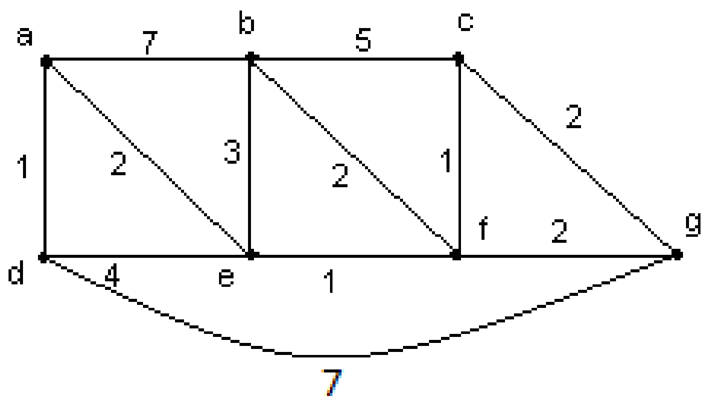
Return:

Bước	u	a	b	c	d	e	f	g
0		(∞, d)	(∞, d)	(∞, d)	$(0, d)$	(∞, d)	(∞, d)	(∞, d)
1	d	(1,d)	(∞, d)	(∞, d)	*	$(4, d)$	(∞, d)	$(7, d)$
2	a	*	(8,a)	(∞, d)		(3,a)	(∞, d)	$(7, d)$
3	e		(6,e)	(∞, d)		*	(4,e)	$(7, d)$
4	f		(6,e)	(5,f)			*	(6,f)
5	c		(6,e)	*				(6,f)

Độ dài đường đi ngắn nhất từ d ->c là L(c) = 5

Đường đi đó là: daefc

Duyệt đồ thị:



- Duyệt theo chiều sâu (DFT): abcfedg

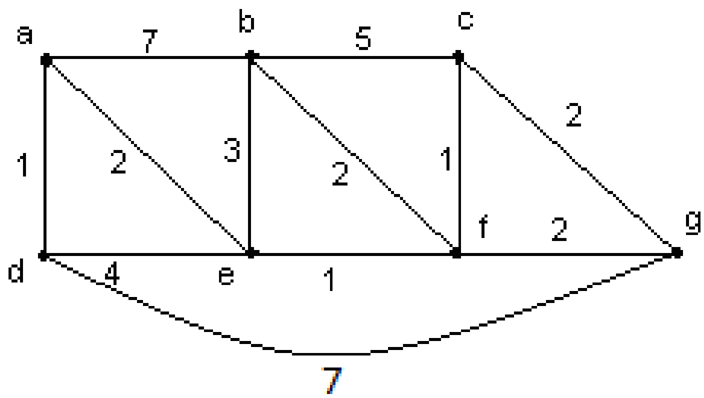
B1: Chọn 1 đỉnh bất kỳ để duyệt đầu tiên (chọn ưu tiên theo 1 thứ tự nào đó, vd thứ tự từ điển)

B2: Duyệt đỉnh kề với đỉnh vừa được duyệt

B3: Lặp lại bước 2 cho đến khi không còn đỉnh để duyệt thì ta quay lui về đỉnh đã duyệt ở bước trước

B4: Lặp lại B2-B3 cho đến khi đã duyệt hết các đỉnh của đồ thị.

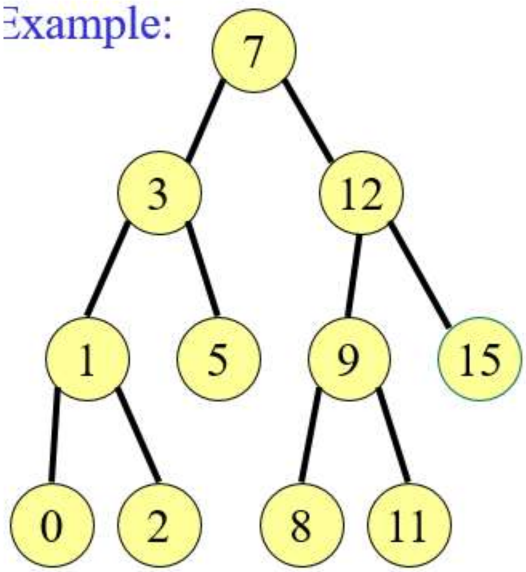
- Duyệt theo chiều rộng: abdecfg



B1: Chọn 1 đỉnh bất kỳ để duyệt đầu tiên (chọn ưu tiên theo 1 thứ tự nào đó, vd thứ tự từ điển)

B2: Duyệt tất cả các đỉnh kề với đỉnh vừa duyệt

B3: Lặp lại B2 cho đến khi không còn đỉnh chưa được duyệt

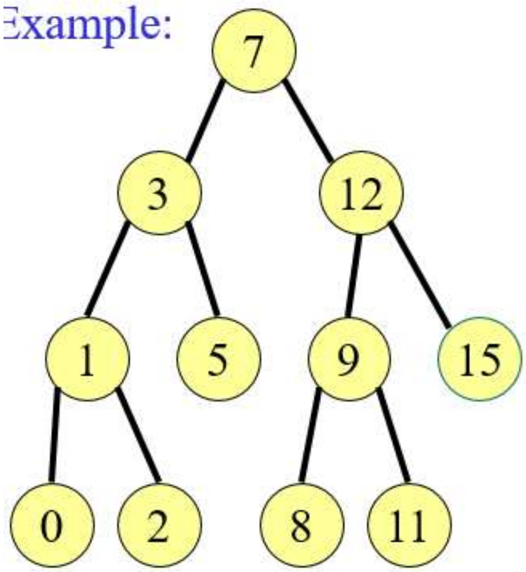


- Duyệt Tiền thứ tự: 7 3”   12’’ => 7 3 1” 5 12   9” 15 => 7 3 1 0 2 5 12 9   8 11 15

B1: Duyệt gốc

B2: Duyệt tiền thứ tự cây con trái của cây vừa duyệt

B3: Duyệt tiền thứ tự cây con phải của cây vừa duyệt



- Duyệt trung thứ tự: 3” 7 12” => 1” 3 5 7 9” 12 15

=> 0 1 2 3 5 7 8 9 11 12 15

B1: Duyệt trung thứ tự cây con trái của cây đang xét

B2: duyệt gốc

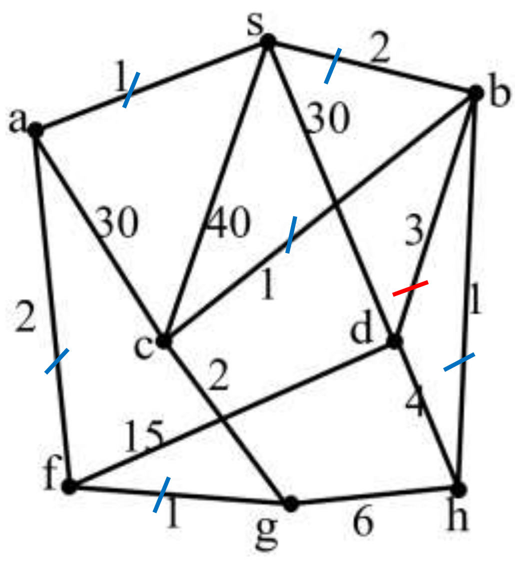
B3: Duyệt trung thứ tự cây con phải của cây đang xét

- Duyệt hậu thứ tự: 0 2 1 5 3 8 11 9 15 12 7

B1: Duyệt hậu thứ tự cây con trái

B2: Duyệt hậu thứ tự cây con phải

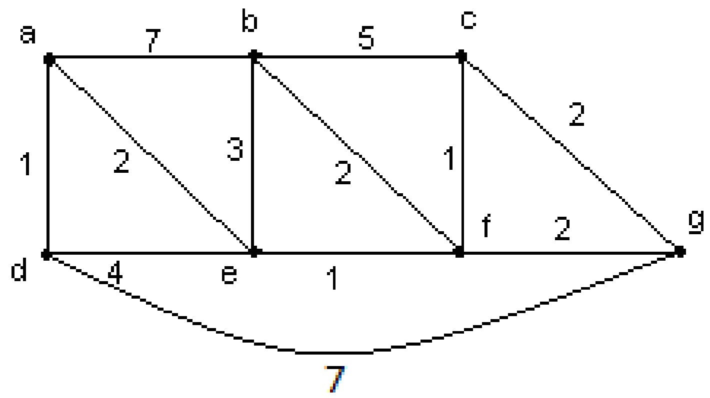
B3: Duyệt gốc



Áp dụng thuật toán Kruskal: ~~as~~,~~bc~~,~~bh~~,~~fg~~,~~af~~,~~bs~~,~~cg~~,bd,dh,gh,df,ac,sd

Bước	uv	Thành phần	|T|
0		[a][b] [c] [d] [f] [g] [h] [s]	0
1	as	[as] [b] [c] [d] [f] [g] [h]	1
2	bc	[as] [bc] [d] [f] [g] [h]	2
3	bh	[as] [bch] [d] [f] [g]	3
4	fg	[as] [bch] [d] [fg]	4
5	af	[as fg] [bch] [d]	6
6	bs	[as fgbch] [d]	8
7	bd	[as fgbchd]	11

Cây khung nhỏ nhất là T = {as,bc,bh,fg,af,bs,bd} có trọng số 11



Sử dụng thuật toán Prim tìm cây khung nhỏ nhất của đồ thị trên, biết thứ tự duyệt đỉnh tuân theo thứ tự BCC

Bước	u	a	b	c	d	e	f	g	T	|T|
0	a	$(0, a)$*	(7,a)	(∞, a)	(1,a)*	(2,a)	(∞, a)	(∞, a)		0
1	d		(7,a)	(∞, a)		(2,a)*	(∞, a)	(7,d)	da	1
2	e		(3,e)	(∞, a)			(1,e)*	(7,d)	ea	3
3	f		(2,f)	(1,f)*				(2,f)	fe	4
4	c		(2,f)*					(2,f)	cf	5
5	b							(2,f)*	fb	7
6	g								fg	9

Cây khung nhỏ nhất là T={da,ea,fe,cf,fb,fg} có trọng số là 9