

Bài 9.

- Số các số tự nhiên < 500 chia hết cho 6 là $498:6 + 1 = 84 (\lfloor 499:6 \rfloor + 1)$
- Số các số tự nhiên < 500 chia hết cho 4 là $496:4 + 1 = 125 (\lfloor 499:4 \rfloor + 1)$
- Số các số tự nhiên < 500 chia hết cho 6 và 4, tức là chia hết cho 12 là:
 $492:12 + 1 = 42 (\lfloor 499:12 \rfloor + 1)$

Theo nguyên lý bù trừ có số các số tự nhiên < 500 chia hết cho 6 hoặc 4 là $84 + 125 - 42 = 167$ Bài 7:

a, 5^6

b, 720

c, NV1: Chọn ảnh cho phần tử thứ 1 của tập nguồn có 6 phần tử là: 5 cách

NV2: Chọn ảnh cho phần tử thứ 2 của tập nguồn có 6 phần tử là: 4 cách

NV3: Chọn ảnh cho phần tử thứ 3 của tập nguồn có 6 phần tử là: 3 cách

NV4: Chọn ảnh cho phần tử thứ 4 của tập nguồn có 6 phần tử là: 2 cách

NV5: Chọn ảnh cho phần tử thứ 5 của tập nguồn có 6 phần tử là: 1 cách

NV6: Chọn ảnh cho phần tử thứ 6 của tập nguồn có 6 phần tử là: 0 cách

Theo nguyên lý nhân, số hàm đơn ánh từ tập nguồn có 6 phần tử vào tập đích có 5 phần tử là $5.4.3.2.1.0 = 0$

\Rightarrow Số hàm đơn ánh cần tìm là 0

Bài 16,

Với mỗi cách cất 100 cái bút vào 3 hộp A, B, C, gọi x_A, x_B, x_C là số bút được cất vào lần lượt trong các hộp A, B, C.

\Rightarrow Số cách cất bút cần tìm là số nghiệm nguyên không âm của phương trình sau

$$x_A + x_B + x_C = 100 \quad (*)$$

Số nghiệm nguyên không âm của (*) là số tổ hợp lặp chập 100 của 3 và bằng:

$$C(3-1+100, 100) = C(102, 100) = 5151$$

Bài 15,

Từ tập A có thể lập được 6 cặp có tổng = 13: $\{1,12\}\{2,11\}\{3,10\}\{4,9\}\{5,8\}\{6,7\}$

Gọi số phần tử ít nhất cần lấy từ tập A để đảm bảo có ít nhất 1 cặp có tổng bằng 13 là x. Theo nguyên lý Dirichlet có x là số nhỏ nhất thỏa mãn:

$$\lceil x/6 \rceil = 2$$

$$\Rightarrow x = 1 \cdot 6 + 1 = 7$$

Bài 14,

Gọi x là số bóng cần lấy để đảm bảo có ít nhất 4 quả bóng cùng màu. Theo nguyên lý Dirichlet có x là số nguyên nhỏ nhất thỏa mãn phương trình sau:

$$\lceil x/3 \rceil = 4$$

$$\Rightarrow x = 3 \cdot 3 + 1 = 10 \text{ (quả)}$$