

CHƯƠNG 3: QUAN HỆ

Câu 1, Đối với mỗi quan hệ dưới đây trên tập $\{1,2,3,4\}$, hãy xác định xem nó có là phản xạ, đối xứng, phản đối xứng và bắc cầu không? Vì sao?

- a, $\{(2,2), (2,3), (2,4), (3,2), (3,3), (3,4)\}$
- b, $\{(1,1), (1,2), (2,1), (2,2), (3,3), (4,4)\}$
- c, $\{(1,2), (2,3), (3,4)\}$
- d, $\{(1,3), (1,4), (2,3), (2,4), (3,1), (3,4)\}$

Câu 2, Cũng câu hỏi trên với quan hệ R trên tập các số nguyên sao cho:

- a, $R = \{(x,y) : x \equiv y \pmod{5}\}$
- b, $R = \{(x,y) : x = y^2\}$
- c, $R = \{(x,y) : xy \geq 1\}$

Câu 3, Có bao nhiêu quan hệ có tính chất phản xạ trên một tập hợp có n phần tử?

Câu 4, Cho $R = \{(1,2), (1,3), (2,3), (2,4), (3,1)\}$ và $S = \{(2,1), (3,1), (3,2), (4,2)\}$

- Tìm $R \circ S$ và $S \circ R$.
- Tìm R^5 và S^3

Câu 5, Cho R_1 và R_2 là hai quan hệ trên tập A được biểu diễn bằng các ma trận:

$$M_{R_1} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{và} \quad M_{R_2} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Tìm các ma trận biểu diễn :

- a, $R_1 \cup R_2$
- b, $R_1 \cap R_2$
- c, $R_1 \circ R_2$
- d, R_2^3

Câu 6, Cho R là một quan hệ trên tập $\{0, 1, 2, 3\}$ chứa các cặp được sắp $(0,1), (1,1), (1,2), (2,0), (2,2), (3,0)$.

- Biểu diễn R bằng đồ thị có hướng.
- Tìm bao đóng phản xạ của R
- Tìm bao đóng đối xứng của R

Câu 7, Cho R là quan hệ trên tập $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ chứa các cặp được sắp $(1,3), (2,4), (3,1), (3,5), (4,3), (5,1), (5,2), (5,4)$. Tìm

- a, R^3
- b, R^6
- c, R^*

Câu 8, Dùng thuật toán sử dụng quan hệ liên thông tìm bao đóng bắc cầu của các quan hệ sau cho trên tập $\{1, 2, 3, 4\}$

- a, $\{(1,2), (2,1), (2,3), (3,4), (4,1)\}$
- b, $\{(2,1), (2,3), (3,1), (3,4), (4,1), (4,3)\}$

Câu 9, Dùng thuật toán Warshall tìm bao đóng bắc cầu của các quan hệ cho trên tập $\{a, b, c, d, e\}$ sau:

- a, $\{(a,c), (b,d), (c,a), (d,b), (e,d)\}$
- b, $\{(a,e), (b,a), (b,d), (c,d), (d,a), (d,c), (e,a), (e,b), (e,c), (e,e)\}$

Câu 10, Các quan hệ nào trong số các quan hệ trên tập $\{0,1,2,3\}$ sau đây là quan hệ tương đương, là quan hệ thứ tự bộ phận?

- a, $\{(0,0), (1,1), (1,2), (2,1), (2,2), (3,3)\}$
- b, $\{(0,0), (0,2), (2,0), (2,2), (2,3), (3,2), (3,3)\}$
- c, $\{(0,1), (0,5), (1,1), (2,3), (2,2), (3,1), (3,3)\}$
- d, $\{(0,0), (1,1), (2,2), (3,3)\}$
- e, $\{(0,0), (0,1), (1,1), (1,3), (2,1), (2,2), (3,2), (3,3)\}$

Câu 11, Xét quan hệ trên tập các hàm từ Z đến Z dưới đây, kiểm tra tính chất phản xạ, phi phản xạ, đối xứng, phi đối xứng, bắc cầu đối với quan hệ đó?

- a, $\{(f,g) \mid f(x) = 2.g(x)\}$
- b, $\{(f,g) \mid f(0) = g(0)\}$
- c, $\{(f,g) \mid f(x) - g(x) = 0\}$

Câu 12, Chứng tỏ rằng quan hệ R trên tập tất cả các xâu bit sao cho sRt khi và chỉ khi s và t chứa cùng một số các số 1 là quan hệ tương đương.

- Xác định lớp tương đương của xâu bit 011 đối với quan hệ R trên
- Câu 13, Tìm phân hoạch của tập $A = \{-12, -11, -10, \dots, 10, 11, 12\}$ theo quan hệ đồng dư theo modun 6.
- Câu 14, Trong số các tập hợp của các tập con sau, tập hợp nào là phân hoạch của tập các số nguyên?
- Tập con các số chẵn và tập con các số lẻ
 - Tập các số nguyên dương và tập các số nguyên âm
 - Tập các số nguyên chia hết cho 3, tập các số nguyên chia cho 3 dư 1, tập các số nguyên chia cho 3 dư 2.
- Câu 15, Cho tập $A = \{S \mid S \subseteq \mathbb{Z}\}$, và quan hệ thứ tự \subseteq trên A. Cho $S_1 = \{-4, 2, 4, 6, 0\}$ và $S_2 = \{0, 2, 5, 6, -3\}$. Hãy tìm cận trên nhỏ nhất và cận dưới lớn nhất của S_1 và S_2
- Câu 16, Cho quan hệ R chứa tất cả các cặp (x, y) trong đó x và y là các xâu bit có chiều dài lớn hơn hoặc bằng 3 và có 3 bit đầu tiên như nhau.
- Hỏi R có phải là một quan hệ tương đương trên tập các xâu bit có chiều dài lớn hơn hoặc bằng 3 không? Vì sao?
 - Nếu có hãy xác định lớp tương đương của các xâu bit: 011, 11111, 10110100
- Câu 17, Cho R là quan hệ trên tập tất cả các cặp số nguyên dương được sắp sao cho R chứa cặp $((a, b), (c, d))$ nếu và chỉ nếu $ad = bc$.
- Hỏi R có phải là quan hệ tương đương không? Vì sao?
 - Tìm lớp tương đương của $(1, 2)$
- Câu 18, Tìm quan hệ tương đương nhỏ nhất trên tập $\{a, b, c, d, e\}$ chứa quan hệ $\{(a, b), (b, b), (c, e), (e, a)\}$
- Câu 19, Cho quan hệ tương đương $S = \{(1, 1), (1, 3), (2, 2), (3, 1), (3, 3), (4, 4)\}$ trên tập $A = \{1, 2, 3, 4\}$.
Hãy tìm phân hoạch trên A tương ứng với quan hệ S.