BẢNG

LOGIC MỆNH ĐỀ

Toán đại số:

A= “10+5 – 15”

được xây dựng từ: các số thực và các phép toán +, -

1. Mệnh đề đơn:

   Định nghĩa: **là một câu trần thuật đơn** phản ánh một thực tế khách quan nào đó. **Một mệnh đề đơn chỉ có thể có giá trị chân lý là đúng (T), hoặc có giá trị chân lý là sai (F) chứ không thể nhập nhằng vừa đúng lại vừa sai.** Một mệnh đề đơn được gọi là có giá trị chân lý đúng nếu nội dung của nó phản ánh đúng thực tế khách quan, ngược lại nếu nội dung của nó phản ánh sai thực tế khách quan thì mệnh đề đơn sẽ được gọi là có giá trị chân lý sai.

“x là số nguyên tố” : giá trị chân lý mập mờ => ko là mệnh đề.

p = “5 là số chẵn” => p=F

r = “11 là số nguyên tố” => r=T

A = “5 là số lẻ **và** 5 chia hết cho 2”

q = “5 là số lẻ”

t = “5 chia hết cho 2”

Hội = $\wedge$ = “và”

=> A = $q \wedge t$

2. Phép toán Bool (kết nối Bool, phép toán logic mệnh đề)

   2.1 Phép phủ định:

   Định nghĩa: Cho mệnh đề đơn p, **phủ định** của p là một mệnh đề phức mà có giá trị chân lý ngược với giá trị chân lý của p. Ký hiệu : $\neg p$ hoặc $\overline{p}$

2.2 Phép hội:

Định nghĩa: Cho 2 mệnh đề đơn p và q, **hội** của p và q là một mệnh đề phức. Mệnh đề phức này chỉ nhận giá trị đúng khi p và q cùng đúng. Ký hiệu: $p \wedge q$

Phép hội dùng để biểu diễn cho liên từ "và", "nhưng", "tuy nhiên"

B= $p \wedge q \wedge r$

$$\begin{cases} x > 5 \\ x\%2 == 0 \end{cases}$$

p	q	r
F	F	F
F	F	T
F	T	T

2.3 Phép tuyển:

Định nghĩa : Cho 2 mệnh đề đơn p và q, tuyển của p và q là một mệnh đề phức. Mệnh đề phức này chỉ nhận giá trị sai khi p và q cùng sai.

Ký hiệu: $p \vee q$

Ý nghĩa: biểu diễn cho liên từ "hoặc"

$$\left[\begin{array}{l} x > 5 \\ x\%2 == 0 \end{array}\right.$$

2.4 Phép tuyển loại trừ:

Định nghĩa: Cho 2 mệnh đề đơn p và q, tuyển loại trừ của p và q là một mệnh đề phức, mệnh đề phức này chỉ nhận giá trị đúng khi p và q có giá trị chân lý khác nhau.

Ký hiệu: $p \oplus q$

Ý nghĩa: biểu diễn cho liên từ "hoặc" trong trường hợp loại trừ cả 2 vế cùng đúng

p = "Pat is a singer"

q= "Pat is a writer"

=> $p \vee q$ = "Pat is a singer or Pat is a writer"

2.5 Phép kéo theo

Định nghĩa: Cho 2 mệnh đề đơn p và q, mệnh đề p kéo theo q là một mệnh đề phức, mệnh đề phức này chỉ nhận giá trị sai khi p đúng và q sai.

Ký hiệu: $p \to q$ (p là nguyên nhân, q là kết quả)

Ý nghĩa: biểu diễn cho liên từ "Nếu…thì…", "p la điều kiện đủ của q", "q là điều kiện cần của p"…

A = "Điều kiện cần để tôi đi bơi là trời nắng"
Hãy biểu diễn A thành biểu thức logic mệnh đề?
p = "tôi đi bơi"
q = "trời nắng"
A = $p \to q$
A = "Nếu trời nắng thì tôi đi bơi" = "Điều kiện cần để tôi đi bơi là trời nắng"

~~A = $q \to p$~~

p	q	$\overline{p}$	$\overline{q}$	$p \to q$	$q \to p$	$\overline{p} \to \overline{q}$	$\overline{q} \to \overline{p}$
F	F	T	T	T	T	T	T
F	T	T	F	T	F	F	T
T	F	F	T	F	T	T	F
T	T	F	F	T	T	T	T

2.6 Phép điều kiện 2 chiều:

Định nghĩa: Cho 2 mệnh đề đơn và q, điều kiện 2 chiều của p và q là một mệnh đề phức, mệnh đề phức này chỉ đúng khi p và q có giá trị chân lý giống nhau.

Ký hiệu: $p \leftrightarrow q$

Ý nghĩa: biểu diễn cho liên từ "khi và chỉ khi", "nếu và chỉ nếu" , "p là điều kiện cần và đủ của q", "q là điều kiện cần và đủ của p"

Toán đại số: A= 5+7*8-6/2

Toán lô gic mệnh đề:

3. Mệnh đề tương đương

Định nghĩa: Hai mệnh đề gọi là tương đương với nhau nếu chúng có cùng bảng chân lý

Ký hiệu : $p \equiv q, p \Leftrightarrow q$ hoặc p = q

$$p \rightarrow q \equiv \overline{q} \rightarrow \overline{p}$$

$$p \vee T \Leftrightarrow T$$

p	q	$p \oplus q$	$p \vee q$	$p \leftrightarrow q$
F	F	F	F	T
F	T	T	T	F
T	F	T	T	F
T	T	F	T	T

$$p \oplus q = (p \vee q) \wedge \overline{p \wedge q}$$

$$p \oplus q \Leftrightarrow (p \wedge \overline{q}) \vee (\overline{p} \wedge q)$$

Bài tập ví dụ: Hãy chứng minh

$p \to q \equiv \overline{q} \to \overline{p}$

1, Trái -> Phải

2, Phải -> Trái

3, Phải ->A

Trái ->A

$p \to q = \overline{p} \vee q = q \vee \overline{p} = \overline{\overline{q}} \vee \overline{p} = \overline{q} \to \overline{p}$

Vậy 2 mệnh đề này tương đương

p	$\overline{p}$	$p \vee \overline{p}$
T	F	T
F	T	T

$p \vee \overline{p}$ là Hằng đúng

vd: Hãy kiểm tra xem mệnh đề sau có phải là Hằng đúng?

A = $(p \wedge (p \to q) \to q)$ = T

A’ = $\neg(p \wedge (p \to q) \to q)$ =F

B = $(p \to q) \to \overline{p}$

$$= \overline{(\overline{p} \vee q)} \vee \overline{p}$$

$$= (p \wedge \overline{q}) \vee \overline{p} = (\overline{p} \vee p) \wedge (\overline{p} \vee \overline{q})$$

$$= T \wedge (\overline{p} \vee \overline{q}) = \overline{p} \vee \overline{q} = \overline{p \wedge q}$$

Vậy B là Thoả được vì với (p,q)=(T,T) thì B = F và với (p,q) = (T,F) thì B=T

$p \wedge r$ là 1 hội sơ cấp

p là 1 hội sơ cấp vì p = $p \wedge T$

Ví dụ về dạng CTT:

$$A(p,q,t) = (p \wedge t) \vee \overline{q} \vee (\overline{p} \wedge q \wedge t)$$

Bài tập ví dụ: Hãy tìm dạng CTTHT của biểu thức A sau:

$$A = p \to q \oplus (\overline{u} \vee p) \leftrightarrow p \wedge \overline{q} \to u$$

$$A1 = p \to q \oplus (\overline{u} \vee p)$$

$$A2 = A1 \leftrightarrow p \quad ; \quad A3 = A2 \wedge \overline{q}$$

p	q	u	$\overline{u}$	$\overline{q}$	$\overline{u} \vee p$	$p \to q$	A1	A2	A3	A
T	T	T	F	F	T	T	F	F	F	T
T	T	F	T	F	T	T	F	F	F	T
T	F	T	F	T	T	F	T	T	T	T
T	F	F	T	T	T	F	T	T	T	F
F	T	T	F	F	F	T	T	F	F	T
F	T	F	T	F	T	T	F	T	F	T
F	F	T	F	T	F	T	T	F	F	T
F	F	F	T	T	T	T	F	T	T	F

Dạng chuẩn tắc tuyển hoàn toàn của A:

$$A = (p \wedge q \wedge u) \vee (p \wedge q \wedge \overline{u}) \vee (p \wedge \overline{q} \wedge u) \vee (\overline{p} \wedge q \wedge u) \vee (\overline{p} \wedge q \wedge \overline{u}) \vee (\overline{p} \wedge \overline{q} \wedge u)$$

Dạng chuẩn tắc hội hoàn toàn của A:

$$A = (p^{\overline{T}} \vee q^{\overline{F}} \vee u^{\overline{F}}) \wedge (p^{\overline{F}} \vee q^{\overline{F}} \vee u^{\overline{F}})$$

$$= (\overline{p} \vee q \vee u) \wedge (p \vee q \vee u)$$

Tối thiểu hoá biểu thức A sau bằng pp QMC:

$$A = (p \wedge q \wedge u) \vee (p \wedge q \wedge \overline{u}) \vee (p \wedge \overline{q} \wedge u) \vee (\overline{p} \wedge q \wedge u) \vee (\overline{p} \wedge q \wedge \overline{u}) \vee (\overline{p} \wedge \overline{q} \wedge u)$$

A = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 +6

A=1.1.1+110+101+011+010+001

<u>Bảng rút gọn:</u>

010(1)*	(1,3)-10*	-1-	q
001(2)*	(1,5)01-*	--1	u
110(3)*	(2,4)-01*		
101(4)*	(2,5)0-1*		
011(5)*	(3,6)11-*		
111(6)*	(4,6)1-1*		
	(5,6)-11*		

Chú ý: - Các xâu bít ở cùng 1 nhóm không thể ghép cặp được với nhau để tham gia B3

- Chỉ có thể ghép cặp các xâu bít ở nhóm thứ i với các xâu bít ở nhóm thứ i+1

- Chỉ có thể ghép cặp khi các xâu bít có vị trí dấu "-" giống nhau

<u>Bảng tối thiểu:</u>

$$A = (p \wedge q \wedge u) \vee (p \wedge q \wedge \overline{u}) \vee (p \wedge \overline{q} \wedge u) \vee (\overline{p} \wedge q \wedge u) \vee (\overline{p} \wedge q \wedge \overline{u}) \vee (\overline{p} \wedge \overline{q} \wedge u)$$

A = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 +6

A	1	2	3	4	5	6
q	x	x		x	x	
u	x		x	x		x

Bước 6: V={q,u}

Bước 7 tìm được V là tập con nhỏ nhất phủ toàn bộ A

A = $q \vee u$ là dạng tối thiểu của A

LOGIC VỊ TỪ

Ví dụ: A = “5 là số nguyên tố”

Trong logic mệnh đề: p = “5 là số nguyên tố”

Trong logic vị từ:

A = “5 là số nguyên tố”

Xây dựng vị từ: P(x) = “x là số nguyên tố”

=> biểu diễn A = P(5) = “5 là số nguyên tố”

B = “9 là số nguyên tố”

Trong logic mệnh đề: q = “9 là số nguyên tố”

Trong logic vị từ:

Đã có: P(x) = “x là số nguyên tố”

B = P(9)

<u>Định nghĩa:</u> Vị từ P(x) là một hàm (quy tắc) ánh xạ biến x về tập giá trị {T,F}. Nếu x thuộc tập U thì ta có ký hiệu:

$$P : U \rightarrow \{\mathrm{T,F}\}$$

ví dụ: P : Z -> {T,F}

P(x) = “x là số chẵn”

=> P(7) = “7 là số chẵn” = F

=> P(8) = “8 là số chẵn” = T

Bài tập ví dụ: Hãy biểu diễn luật sau bởi CTLGVT

A = “ Nếu 5 là số chẵn thì 5 chia hết cho 2”

- Nếu sử dụng logic mệnh đề ta có biểu diễn:

p = “5 là số chẵn”

q = “5 chia hết cho 2”

A= $p \rightarrow q$

- Nếu sử dụng logic vị từ:

Xây dựng vị từ: P(x) = “x là số chẵn”

Q(y) = “y chia hết cho 2”

A = $P(5) \rightarrow Q(5) = \overline{P(5)} \vee Q(5)$

Q(x,y)= “x+y=0” $U_1, U_2 = R$

$\forall x \exists y Q(x,y)$ = “Mọi số thực luôn tồn tại một số thực cộng với nó =0” = T

$\exists x \exists y Q(x,y)$ = “Tồn tại một số thực mà có ít nhất một số thực cộng với nó =0” = T

$\exists x \forall y Q(x,y)$ = “Tồn tại một số thực mà nó cộng với mọi số thực đều =0” = F

$\forall x \forall y Q(x,y)$ = “Mọi số thực cộng với tất cả các số thực đều bằng 0” = F

$\exists y Q(x,y)$ = “Tồn tại một số thực cộng với x =0”

Q(1,2) = “1+2=0” =F

$Q: U_1 \times U_2 \to \{\text{T,F}\}$

$\forall x P(x)$ (U là tập số thực) = "Mọi số thực là số chẵn" = F

$\exists x P(x)$ (U là tập số thực) = "Có ít nhất một số thực là số chẵn" = "Tồn tại số thực là số chẵn" = T

Chú ý:

1, $\forall x P(x) = P(x_1) \wedge P(x_2) \wedge P(x_3) \wedge \ldots \wedge P(x_n)$ ($x_1, x_2, \ldots, x_n$: là tất cả các giá trị của x thuộc tập U)

2, $\exists x P(x) = P(x_1) \vee P(x_2) \vee P(x_3) \vee \ldots \vee P(x_n)$ ($x_1, x_2, \ldots, x_n$: là tất cả các giá trị của x thuộc tập U)

R(x)= "x là số nguyên tố", U = {2,5,6,8,7}

$\forall x R(x) = R(2) \wedge R(5) \wedge R(6) \wedge R(8) \wedge R(7)$ =F

$\exists x R(x) = R(2) \vee R(5) \vee R(6) \vee R(8) \vee R(7)$ =T

Q(x,y)= "x+y=0" U_1=U_2 = {-8,-7,-6…,6,7,8}

$\forall x \exists y Q(x,y) = \exists y Q(-8,y) \wedge \exists y Q(-7,y) \wedge \exists y Q(-6,y) \wedge \ldots \wedge \exists y Q(7,y) \wedge \exists y Q(8,y)$

= $(Q(-8,-8) \vee Q(-8,-7) \vee Q(-8,-6) \vee \ldots \vee Q(-8,7) \vee Q(-8,8))$

$\wedge \exists y Q(-7,y) \wedge \exists y Q(-6,y) \wedge \ldots \wedge \exists y Q(7,y) \wedge \exists y Q(8,y)$

= T

Định nghĩa: Cho vị từ P(x,y,z…), khi đó một biến tử (x,y hoặc z) được gọi là bị trói buộc nếu nó bị tác động bởi một lượng tử nào đó, ngược lại nó được gọi là biến tự do.

Bài tập ví dụ: Biểu diễn phát biểu sau bằng biểu thức loogic vị từ:

A= "Mọi sinh viên khoa CNTT đều học môn TRR và môn CTDL và GT"

Đặt:

U: tập con người

P(x,y)= "x học khoa y"

Q(y)= "y học môn TRR"

R(x) = "x học môn CTDL&GT"

H(y,z)= "y học môn z"

A = $\forall x(P(x, CNTT) \to (H(x, TRR) \wedge H(x, CTDL \& GT)))$

B= "Tồn tại sinh viên khoa ĐTVT học môn TRR và môn CTDL&GT"

B = $\exists y(P(y, DTVT) \wedge (Q(y) \wedge R(y)))$