Виділити контур (перепадів яскравості) зі згладжуванням поверхнею другого порядку для зображення cameraman.tif

Розглянемо метод апроксимації яскравості функцією (поліномом другого порядку) для вікна 3×3

$$\begin{bmatrix} f(x-1,y-1) & f(x-1,y) & f(x-1,y+1) \\ f(x,y-1) & f(x,y) & f(x,y+1) \\ f(x+1,y-1) & f(x+1,y) & f(x+1,y+1) \end{bmatrix} . (1)$$

Для елементів цього вікна побудувати апроксимуючу площину

$$\hat{f}(x, y) = ax^2 + by^2 + cxy + \alpha x + \beta y + \gamma$$
. (2)

Якщо площина побудована, тобто відомі $a,b,c,\alpha,\beta,\gamma$, то можна знайти частинні похідні

$$\frac{\partial \hat{f}(x,y)}{\partial x} = 2ax + cy + \alpha, \ \frac{\partial \hat{f}(x,y)}{\partial y} = 2by + cx + \beta.$$
 (3)

1) Обчислити модуль градієнта, це - ознака локального перепаду яскравості:

$$\left|\nabla\hat{f}(x,y)\right| = \sqrt{\left(\frac{\partial\hat{f}(x,y)}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial\hat{f}(x,y)}{\partial y}\right)^2}$$
. (4)

2) Відобразити значення матриці системи лінійних алгебраїчних рівнянь, які отримуються з необхідних умов мінімуму квадратичної похибки при апроксимації функцією (2).

Ax = b, де вектор $x^{T} = (a, b, c, \alpha, \beta, \gamma)$, матриця A розмірності 6×6 , вектор b розмірності 6.

Описати алгоритм та програмно реалізувати його, надіслати до 12:00 29.04.2021 код програми та її результати. Висилати файл в PDF форматі.