

# pn结

复旦大学 微电子学系

13307130163

李琛

July 5, 2015

## Contents

<b>1</b>	<b>平衡pn结</b>	<b>3</b>
1.1	pn结的形成 . . . . .	3
1.2	空间电荷区 . . . . .	3
1.3	平衡结中费米能级 . . . . .	4
1.4	pn结接触电势差 . . . . .	4
1.5	pn结载流子分布 . . . . .	5
<b>2</b>	<b>pn结电流电压特性</b>	<b>6</b>
2.1	平衡pn结静电特性 . . . . .	6
2.2	非平衡pn结能带图 . . . . .	7
2.3	理想pn结的J-V特性 . . . . .	8
2.4	非理想pn结 . . . . .	8
<b>3</b>	<b>pn结电容</b>	<b>10</b>
3.1	势垒电容 . . . . .	10

3.2	扩散电容 . . . . .	11
<b>4</b>	<b>pn结击穿</b>	<b>12</b>
4.1	雪崩击穿 . . . . .	12
4.2	齐纳击穿 . . . . .	12
4.3	两种击穿比较 . . . . .	13
<b>5</b>	<b>隧道效应</b>	<b>13</b>

# 1 平衡pn结

## 1.1 pn结的形成

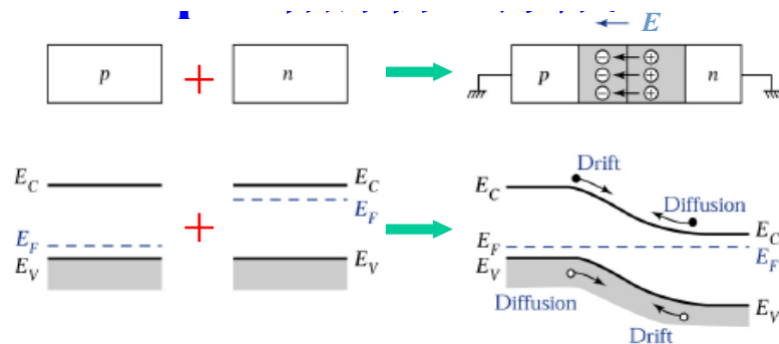


Figure 1: pn结的形成

- 突变结 载流子浓度高，较浅  
 $x < x_j, N(x) = N_A - N_D; \quad x > x_j, N(x) = N_D$   
 $N_A \gg N_D \rightarrow p^+ - n \text{ 结} \quad N_D \gg N_A \rightarrow n^+ - p \text{ 结}$
- 缓变结 载流子浓度低，较深  $N_D - N_A = \alpha_j(x - x_j)$

## 1.2 空间电荷区

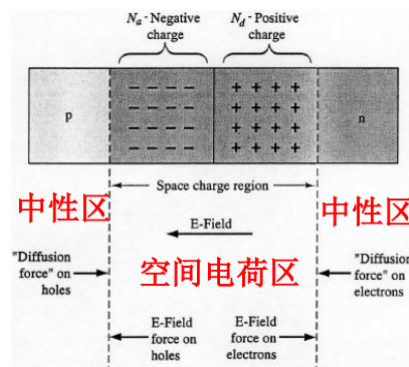


Figure 2: pn结的结构

载流子浓度梯度  $\Rightarrow$  扩散  $\Rightarrow$  破坏电中性  $\Rightarrow$  自建电场  $\Rightarrow$  漂移电流  $\Rightarrow$  动态平衡  $\Rightarrow$  零净电流

$$J_n = J_{n,diff} + J_{n,drift} = 0, J_p = J_{p,diff} + J_{p,drift} = 0$$

### 1.3 平衡结中费米能级

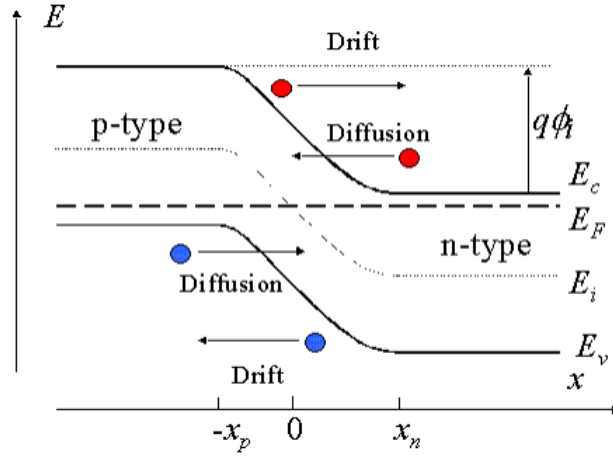


Figure 3: 平衡pn结能带图

平衡结中费米能级为一条直线，推导如下：

$$\because n_0 = n_i \exp\left(\frac{E_F - E_i}{kT}\right), E = -\frac{dV(x)}{dx} = \frac{1}{q} \frac{dE_i}{dx}$$

$$\therefore \frac{dn_0}{dx} = \frac{n_0}{k_B T} \left( \frac{dE_F}{dx} - \frac{dE_i}{dx} \right)$$

$$\therefore \frac{dn_0}{dx} = -\frac{n_0}{k_B T} \left( \frac{dE_F}{dx} - qE \right)$$

$$\because J_n = qn_0\mu E + qD_n \frac{dn_0}{dx}, \frac{D_n}{\mu_n} = \frac{k_B T}{q}$$

$$\therefore J_n = qn_0\mu E - qD_n n_0 \frac{qE}{kT} + n_0 \frac{qD_n}{kT} \frac{dE_F}{dx} = 0$$

$$\therefore \frac{dE_F}{dx} = 0, \text{得证}$$

### 1.4 pn结接触电势差

$$\because qV_D = E_{F(n)} - E_{F(p)}$$

$$\begin{cases} E_{F(n)} = E_i + kT \ln(N_D/n_i) \\ E_{F(p)} = E_i - kT \ln(N_A/n_i) \end{cases}$$

$$\therefore V_D = \frac{kT}{q} \ln\left(\frac{N_A N_D}{n_i^2}\right)$$

对于Si,  $V_D \approx 0.7V$  对于Ge,  $V_D \approx 0.3V$

## 1.5 pn结载流子分布

$n_{n0}$ :电中性n型区的电子浓度  $p_{p0}$ :电中性p型区的空穴浓度

$n_{p0}$ :电中性p型区的电子浓度  $p_{n0}$ :电中性n型区的空穴浓度

$$n(x) = n_{p0} \exp\left(\frac{qV(x)}{kT}\right), p(x) = p_{p0} \exp\left(-\frac{qV(x)}{kT}\right)$$

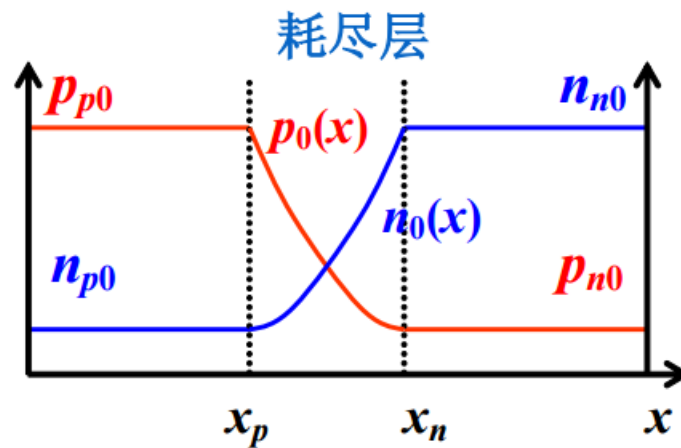


Figure 4: 平衡pn结载流子分布

耗尽层近似 势垒区中全部载流子被耗尽，可忽略

## 2 pn结电流电压特性

### 2.1 平衡pn结静电特性

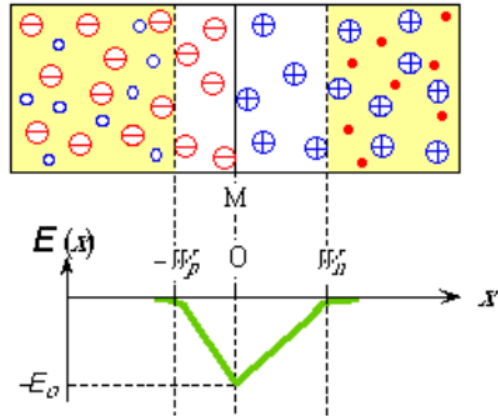


Figure 5: pn结电场分布

思路：

利用耗尽层近似求出空间电荷密度 $\rho(x)$

利用泊松方程积分 $\rho(x)$ 求出 $E(x)$

对 $E(x)$ 积分求出 $V(x)$

由玻尔兹曼统计得到 $n(x)$

对于突变结 $p^+n$

电荷分布

$$\rho(x) = q(N_D + N_A + p - n) = \begin{cases} \rho(x) = -qN_A, -x_p \leq x \leq 0 \\ \rho(x) = qN_D, 0 \leq x \leq x_n \end{cases}$$

泊松方程

$$\frac{d^2V(x)}{dx^2} = -\frac{\rho(x)}{\epsilon_0\epsilon_r} = -\frac{dE}{dx}$$

边界条件

$$E(-x_p) = E(x_n) = 0$$

$$V(-x_p) = 0, V(x_n) = V_D$$

$$\therefore E(x) = \int \frac{\rho(x)}{\epsilon_0\epsilon_r} dx$$

$$E_p(x) = -\frac{qN_A}{\epsilon_0\epsilon_r}(x + x_p), E_n(x) = -\frac{qN_D}{\epsilon_0\epsilon_r}(x_n - x)$$

$$\therefore V(x) = - \int E(x) dx$$

$$V_p(x) = \frac{qN_A}{\epsilon_0\epsilon_r}(x+x_p)^2, V_n(x) = V_D - \frac{qN_D}{\epsilon_0\epsilon_r}(x-x_n)^2$$

$x=0$ 处, 电场强度最大

$$E_M = -\frac{qN_A}{\epsilon_0\epsilon_r}x_p = -\frac{qN_D}{\epsilon_0\epsilon_r}x_n$$

$$\therefore \frac{x_n}{x_p} = \frac{N_A}{N_D} \quad (\text{正负电荷总量相等})$$

$x=0$ 处,  $V_p(x) = V_n(x)$

$$V_D = \frac{qN_A}{2\epsilon_0\epsilon_r}x_p^2 + \frac{qN_D}{2\epsilon_0\epsilon_r}x_n^2$$

$$\therefore X_D = x_p + x_n, \frac{x_n}{x_p} = \frac{N_A}{N_D}$$

$$\therefore X_D = \sqrt{\frac{2\epsilon_0\epsilon_r(N_A + N_D)V_D}{qN_A N_D}}$$

$$p^+n: X_D = \sqrt{\frac{2\epsilon_0\epsilon_r V_D}{qN_D}} \approx x_n; \quad n^+p: X_D = \sqrt{\frac{2\epsilon_0\epsilon_r V_D}{qN_A}} \approx x_p$$

对于线性缓变结的求解思路相同

## 2.2 非平衡pn结能带图

正偏压下, 势垒降低, 变窄; 反偏压下, 势垒升高, 变宽  
一般只考虑正偏压:

- 势垒高度降低为 $q(V_D - V)$
- $I_{diff} > I_{drift}$ , 少子注入p区和n区

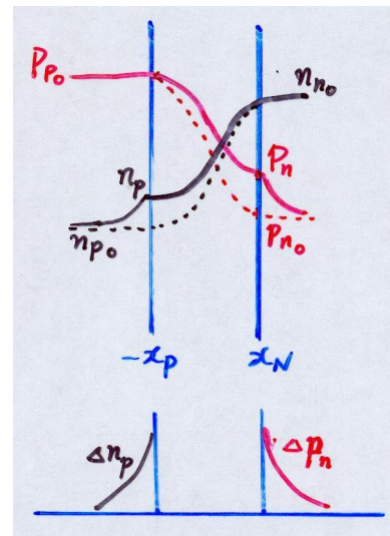


Figure 6: 正偏压下浓度的变化

- 不存在统一费米能级

## 2.3 理想pn结的J-V特性

前提条件：

- 小注入条件：注入的少数浓度比平衡多数浓度小得多
- 突变耗尽层条件：耗尽层中载流子浓度非常小，外加电压和接触电势差多数降在耗尽层上
- 通过耗尽层的电子和空穴电流为常量，不考虑载流子在耗尽层中的产生和复合
- 忽略扩散区和中性区的电场和电压
- 玻尔兹曼边界条件：在耗尽层两端，载流子分布满足玻尔兹曼统计分布

$$J = J_p(x_n) + J_n(x_p)$$

若通过空间电荷区不发生复合,  $J = J_p(x_n) + J_n(x_p)$

$$\text{又由一维稳定扩散情况 } J = \frac{qD_p}{L_p} \Delta p(x_n) + \frac{qD_n}{L_n} \Delta n(x_p)$$

解连续性方程，得  $\Delta p(x_n) = p_{n0}(e^{\frac{qV}{kT}} - 1)$ ,  $\Delta n(x_p) = n_{p0}(e^{\frac{qV}{kT}} - 1)$ ,

$$\text{令 } J_s = \left( \frac{qD_p p_{n0}}{L_p} + \frac{qD_n n_{p0}}{L_n} \right), \text{ 得到shockley equation } J = J_s \left[ \exp\left(\frac{qV}{kT}\right) - 1 \right]$$

Law of Junction:

$$p_{\text{zone}} = n_i \exp\left(\frac{E_i - E_{Fp}}{k_B T}\right), n_{\text{zone}} = n_i \exp\left(\frac{E_{Fn} - E_i}{k_B T}\right)$$

在p区、n区、空间电荷区都适用

PS:空间电荷区中

$$\because qV = E_{Fn} - E_{Fp} \therefore pn = n_i^2 \exp\left(\frac{qV}{k_B T}\right)$$

## 2.4 非理想pn结

- 势垒区的产生与复合

复合率

$$U = \frac{N_t r(np - n_i^2)}{n + p + 2n_i}, np = n_i^2 \exp\left(\frac{E_F^n - E_F^p}{k_B T} = n_i^2 \exp(qV/k_B T)\right)$$



- 正偏压下,  $n = p = n_i^2 \exp(qv/2k_B T)$

$$\therefore U = \frac{n_i}{2\tau} \frac{\exp\left(\frac{qV}{k_B T} - 1\right)}{\exp\left(\frac{qV}{2k_B T} - 1\right)} = \frac{n_i}{2\tau} \exp\left(\frac{qV}{2k_B T}\right)$$

$$\therefore J_r = \int_{-x_p}^{x_n} qU dx = \frac{qn_i X_D}{2\tau} \exp\left(\frac{qV}{2k_B T}\right)$$

$$\text{又扩散电流 } J_{fd} = \frac{qD_p n_i^2}{L_p N_D} \exp\left(\frac{qV}{k_B T}\right)$$

$$\therefore \frac{J_{fd}}{J_r} \propto \frac{2n_i L_p}{N_D X_D} \exp\left(\frac{qV}{2k_B T}\right)$$

小电压时, 复合电流起主要作用; 大电压时, 扩散电流起主要作用

J-V经验公式

$$J_f \propto \exp\left(\frac{qV}{mk_B T}\right), \text{理想因子 } m: 1 \sim 2$$

- 反偏压下  $n \approx p \approx 0$ ,

$$\therefore U = \frac{n_i}{2\tau}$$

$$\therefore J_G = \int_{-x_p}^{x_n} qU dx = \frac{qn_i}{2\tau} X_D$$

$$\frac{J_{rd}}{J_G} = 2 \frac{n_i}{N_D} \frac{L_p}{X_D} \quad \text{室温下 } J_G \gg J_{rd}$$

温度升高, 少子寿命降低, 禁带宽度变小, 都会导致  $J_G$  增加, 即反向电流增加

# ● 大注入条件

$$n_{n0} = N_D = n_i$$

$$J_p = q\mu_p p_n(x_n)E(x_n) - qD_p \frac{d\Delta p_n(x)}{dx}$$

$$J_n = q\mu_n n_n(x_n)E(x_n) + qD_n \frac{d\Delta n_n(x)}{dx}$$

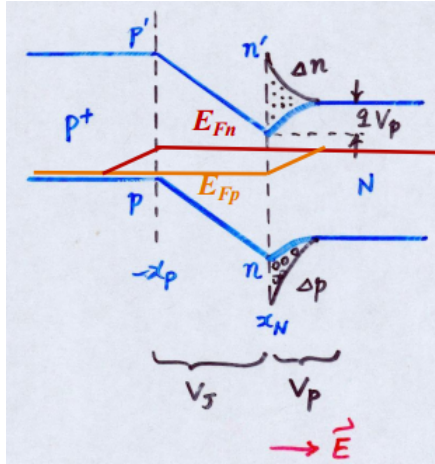
$$\text{内建电场 } J_n = 0, E(x_n) = -\frac{D_n}{\mu_n} \frac{1}{n_n(x_n)} \frac{d\Delta n_n(x)}{dx}$$

$$\therefore J_p = -qD_p \left[1 + \frac{p_n(x_n)}{n_n(x_n)}\right] \frac{d\Delta p_n(x)}{dx} = -2qD_p \frac{d\Delta p_n(x)}{dx}$$

$$\therefore p_n n_n = n_i^2 \exp(qV/k_B T), p_n \approx n_n$$

$$\therefore p_n(x_n) = n_i \exp(qV/2k_B T)$$

$$\therefore J_f = 2qD_p \frac{n_i}{L_p} \exp(qV/2k_B T)$$



在 $p^+n$ 结的大注入条件下，电子的扩散电流与漂移电流大小相等，方向相反而相互抵消；

在正向电流密度中，空穴扩散电流和空穴漂移电流大小相等，方向相同，使得总空穴电流是扩散电流的两倍。

Figure 7: 大注入下能带图

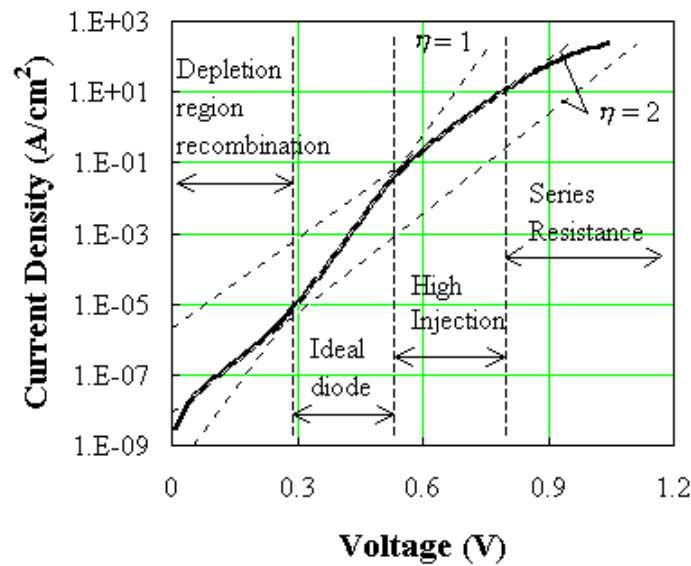


Figure 8: 非理想pn结总结

### 3 pn结电容

#### 3.1 势垒电容

产生原因：空间电荷区厚度发生变化突变结：

$$\therefore |Q| = AqN_A x_p = AqN_D x_n \quad X_D = \sqrt{\frac{2\epsilon_0\epsilon_r(N_A + N_D)V_D}{qN_A N_D}} \quad x_n = \frac{N_A}{N_A + N_D} X_D$$

$$\begin{aligned}\therefore |Q| &= Aq \left[ \frac{2\varepsilon_0\varepsilon_r}{q} \frac{N_A N_D}{N_A + N_D} (V_D - V) \right]^{1/2} \\ \therefore C_T &= \frac{dQ}{dV} = A \left[ \frac{\varepsilon_0\varepsilon_r q}{2(V_D - V)} \frac{N_A N_D}{N_A + N_D} \right]^{1/2} = \frac{A\varepsilon_0\varepsilon_r}{X_D}\end{aligned}$$

若为突变结，令 $N_B$ 为轻掺杂浓度

$$C_T = A \sqrt{\frac{q\varepsilon_0\varepsilon_r N_B}{2(V_D - V)}}$$

若考虑势垒区的载流子作用

$$C_T = 4C_T(0) = 4A \sqrt{\frac{q\varepsilon_0\varepsilon_r N_A N_D}{2(N_A + N_D)V_D}}$$

对于线性缓变结，思路相同，只是 $X_D$ 不同

$$C_T = \frac{dQ}{dV} = A \left[ \frac{q\alpha_j \varepsilon_0^2 \varepsilon_r^2}{12(V_D - V)} \right]^{1/3} = \frac{A\varepsilon_0\varepsilon_r}{X_D}$$

无论杂质如何分布，在一定反向偏压下的微分电容，都可以等效为一个平行板电容器的电容。

### 3.2 扩散电容

在正向偏压下，空间电荷区外扩散长度范围内存贮有过剩载流子 $\Delta n \Delta p$ ，这些电荷的存贮量是随正向偏压增加的，这部分电容效应成为扩散电容。

对于N区

$$\begin{aligned}\Delta p(x) &= p_{n0} \left[ \exp\left(\frac{qV}{kT}\right) - 1 \right] \exp\left(-\frac{x - x_n}{L_p}\right) \\ \therefore Q_p &= Ae \int_{x_n}^{\infty} \Delta p(x) dx = AqL_p p_{n0} \left[ \exp\left(\frac{qV}{kT}\right) - 1 \right] \\ \therefore C_{dp} &= \frac{dQ_p}{dV} = A \frac{q^2 L_p p_{n0}}{kT} \exp\left(\frac{qV}{kT}\right) \\ \text{P区 } C_{dn} &= \frac{dQ_n}{dV} = A \frac{q^2 L_n n_{p0}}{kT} \exp\left(\frac{qV}{kT}\right) \\ \therefore C_d &= C_{dp} + C_{dn} = \left[ Aq^2 \frac{(n_{p0}L_n + p_{n0}L_p)}{kT} \right] \exp\left(\frac{qV}{kT}\right)\end{aligned}$$

## 4 pn结击穿

### 4.1 雪崩击穿

在高反偏的p-n结势垒区中电场很强，载流子在强电场下将获得很大的动能，会发生碰撞电离而激发出新的电子—空穴对，并持续下去

估算击穿电压：即为E-x关系图所围成面积

$$\text{突变结: } V_{BR} = \frac{1}{2} E_c \cdot X_D = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r}{2q} \frac{E_c^2}{N_B}$$

$$\text{缓变结: } V_{BR} = \left( \frac{32 \epsilon_0 \epsilon_r E_c^3}{9 \alpha_j q} \right)^{1/2}$$

**雪崩击穿具有正的温度系数** 随着温度的增加，半导体晶格振动加强，载流子与晶格碰撞几率增加，从而因碰撞而损失的能量也就增加。因此要达到碰撞所需的能量，必须有更强的电场。

### 4.2 齐纳击穿

在两边都重掺杂的pn结中是主要的击穿机制。当反向偏压很高时，p区的价带顶高于N区的导带底。当价带电子所需越过的势垒宽度  $d = E_g / qE$  时，价带电子可以直接隧穿到导带

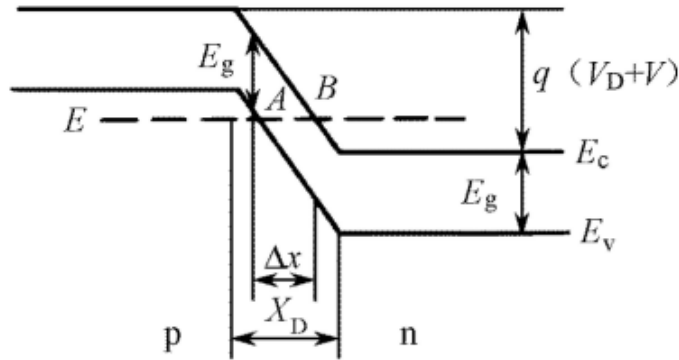


Figure 9: 齐纳击穿

$$\text{隧穿几率 } P = \exp \left[ -\frac{8\pi}{3} \left( \frac{2m_n^*}{h^2} \right)^{1/2} E_g^{1/2} \Delta x \right]$$

$$\text{其中 } \Delta x = \frac{E_g}{q} \left( \frac{2\epsilon_0 \epsilon_r}{q} \frac{1}{N_{eff} V_r} \right)^{1/2}, N_{eff} = \frac{N_D N_A}{N_D + N_A}$$

### 4.3 两种击穿比较

	雪崩击穿	齐纳击穿
掺杂浓度	低; $N \uparrow, E_B \uparrow$	高; $N \uparrow, E_B \downarrow$
$E_g$	$E_g \uparrow, E_B \uparrow (V_{BR} > 6E_g/q)$	$E_g \uparrow, E_B \uparrow (V_{BR} < 4E_g/q)$
温度关系	$T \uparrow, E_B \uparrow$	$T \uparrow, E_g \downarrow, E_B \downarrow$
隧道长度	d大利于雪崩击穿	d小利于齐纳击穿

## 5 隧道效应

- 简并半导体的费米能级可以在导带顶上，也可以在价带底下
- 江崎二极管结一边的导带电子直接通过隧道效应穿透到对面的价带（或相反），这个过程称为pn结中的隧道效应，这种效应只涉及到两个带中多子数量的变化，不会造成载流子的非平衡积累
- 江崎二极管具有负阻区