输运现象

复旦大学 微电子学系

13307130163

李琛

May 26, 2015

Contents

1 电导率 **2**

2 载流子的散射 **2**

3 迁移率、电阻率与杂质浓度和温度的关系 **4**

4 霍尔效应 **4**

5 *玻尔兹曼输运方程 **5**

1 电导率

- $\because V = V_0 + at = V_0 + \frac{eE}{m}t, \bar{V_0} = 0$

  $\therefore V_d = \bar{V_0} = \frac{eE}{m}t$,即$V_d = \frac{e\tau}{m}E, \tau$为平均自由运动时间

- $I = nvsq \to j = nqV_d$,又由欧姆定律$j = \sigma E$

  又$V_d = \frac{e\tau}{m}E$，令迁移率$\mu = \frac{e\tau}{m}$

  则$\sigma = nq\mu = nq\mu_n + pq\mu_p$

2 载流子的散射

- 若没有散射，在电场中的电子的速度会变得无穷大，也会发生bloch振荡。

  载流子在运动中，由于晶格热振动和电离杂质以及其他因素的影响，不断遭到散射，电场不可能使之无限加速。

  散射的根本原因：周期性势场被破坏。由于附加势场的作用，使能带中的电子发生在不同k状态间的跃迁。

- **平均自由时间**

  - 实际上自由载流子在两次散射之间才真正是自由运动的，其连续两次散射间自由运动的平均路程称为平均自由程，而平均时间τ 称为平均自由时间。

  - 令$N(t)$为在t时刻所有未受到散射的电子数，P为散射几率，即单位时间内受到散射的次数,则

    $N(t)Pdt = N(t) - N(t+dt) = -\frac{dN(t)}{dt} \cdot dt$

    $\because N(t) = N_0 exp(-Pt) = N_0 exp(-t/\tau)$,

    平均自由时间$\tau = \frac{1}{N_0}\int_0^\infty tPN_0 exp(-Pt)dt = \frac{1}{P}$

  - 实际情况中，τ为能量的函数，即$\tau = \tau(E)$

    $\therefore < \tau(E) > = \frac{\int_\tau (E) g(E) f(E) dE}{n}$, g(E)是能量态密度，f(E)是费米函数

- τ**的物理意义** 载流子的自由时间遵循统计分布，但简单地可以认为所有电子从时间$t = 0$ 开始被加速“自由”地运动，平均来说当$t = \tau$时，电子受到一次散射，因此

  $\therefore \bar{V}_d = -\frac{qE}{m_n^*}\tau_n \therefore \mu_n = \frac{e\tau_n}{m_n^*}, \sigma_n = \frac{ne^2\tau}{m_n^*}$

- **电导有效质量**

以硅为例，

$$j = nq\mu_n E$$

$$\because \mu_n = \frac{1}{3}(\mu_l + 2\mu_t), \mu_l = \frac{q\tau}{m_l^*}, \mu_t = \frac{q\tau}{m_t^*}$$

$$\therefore \mu_n = \frac{e\tau_n}{m_{cn}^*}, \frac{1}{m_{cn}^*} = \frac{1}{3}\left(\frac{1}{m_l} + \frac{2}{m_t}\right)$$

$$\mu_p = \frac{e\tau_p}{m_{cp}^*}, \frac{1}{m_{cp}^*} = \frac{(m_{cl}^*)^{1/2} + (m_{ch}^*)^{1/2}}{(m_{cl}^*)^{3/2} + (m_{ch}^*)^{3/2}}$$

- **电离杂质散射**

散射几率P和杂质浓度大体成正比，和能量的3/2次方成反比

由于能量与温度成正比，因此在温度较低时，电离杂质有较强的散射作用$\mu_i \propto \frac{T^{3/2}}{N_i}$

N_i 越大，散射几率越大

T 越高，载流子平均热运动速度越大，散射几率越小.

- **晶格散射**

格波：晶格原子的本征运动称为格波。

声学波：长波极限下，同一原胞两个不等价原子振动方向相同。

光学波：长波极限下，同一原胞两个不等价原子振动方向相反。

声子：格波能量量子化，作为玻色子处理，引入“声子”表示晶格振动能量量子化的单元，即晶格振动能量的量子。

对于Si，Ge等半导体只考虑纵声学波对电子的散射$\mu_s \propto T^{2/3}$

T 越高，散射几率越大.

3 迁移率、电阻率与杂质浓度和温度的关系

- 当几种散射机构同时存在时，$P = \Sigma P_i \rightarrow \frac{1}{\tau} = \Sigma \frac{1}{\tau_i} \rightarrow \frac{1}{\mu} = \Sigma \frac{1}{\mu_i}$

- 同时考虑多种散射，

$$\mu = q\frac{\tau}{m_{nc}^*} = \frac{q}{m^*}\frac{1}{AT^{3/2} + \frac{BN_i}{T^{3/2}}}$$

- 随着温度升高

$$\mu \approx \mu_N \propto N_n^{-1} \quad 中性杂质散射 \Rightarrow$$

$$\mu \approx \mu_I \propto T^{3/2}/N_I \quad 电离杂质散射 \Rightarrow$$

$$\mu \approx \mu_S \propto T^{-3/2} \quad 声学杂质散射 \Rightarrow$$

$$\mu \approx \mu_O \propto exp\left(\frac{\bar{h}\omega}{k_B T} - 1\right) \quad 光学杂质散射$$

- 低电场下，V_d与E成线性关系，但强电场下，V_d趋向于饱和。其解释是，在强电场下漂移速度趋向于热运动速度，相当于电子的有效温度增加，而在高温下以光学杂质散射为主，温度升高V_d趋向于饱和。

4 霍尔效应

- 电流沿x方向，在垂直于电流的z方向施加磁场B，那么在垂直于电流和磁场的y方向上将出现横向电场，这个效应称为霍尔效应。

- 做漂移运动的载流子，在垂直磁场作用下，受洛仑兹力产生偏转，在样品两侧产生电荷积累。横向电场所引起的漂移电流(qE_H)和洛仑兹力产生的霍尔偏转电流(qV_xB_z)抵消。

- 横向电场E_y正比于$j_x \cdot B_z$，可写成$E_y = R \cdot j_x \cdot B_z$；$R$是比例系数，称为霍尔系数。

  $\because eV_dB - eE_y = 0 \therefore V_dB = E_y$

  $\because j_x = n - eV_d \therefore E_y = V_d \cdot B = -\frac{1}{ne} j_x \cdot B \Rightarrow R = -\frac{1}{ne}\frac{1}{pe}$

5 *玻尔兹曼输运方程

- $$\because \frac{\partial f}{\partial t} = \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_d (\text{漂移项}) + \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_s (\text{碰撞项}),$$

  $$\text{稳态时} \quad \frac{\partial f}{\partial t} = 0$$

  $$\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_d = -\nabla_r f \cdot v - \nabla_k f \cdot \frac{dk}{dt}$$

  $$\therefore \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_s = \nabla_r f \cdot v + \nabla_k f \cdot \frac{dk}{dt}$$

  即为玻尔兹曼输运方程

- 对于均匀半导体，$\nabla_r f = 0$, $\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_s = \nabla_k f \cdot \frac{dk}{dt}$

- 为解此方程引入弛豫时间近似,设

  $$\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_s = -\frac{f - f_0}{\tau}$$

  $$\therefore -\frac{f - f_0}{\tau} = \nabla_k f \cdot \frac{dk}{dt}$$

- 弱电场下，求得σ为一张量，各项同性时，

  $$\sigma = -\frac{2e^2}{(2\pi)^3} \int_\tau v^2 \frac{\partial f_0}{\partial E} dk$$