Команда ГАДы:
Крылов Андрей m3234
Фунин Георгий m3234
Дударев Денис m3235

# Отчет
# Лабораторная работа №3

## Введение

В этой лабораторной работе мы реализовали и исследовали методы стохастической оптимизации поиска минимума многомерных функций, а также сравнили их с методами из прошлых лабораторных работы. В работе были использованы Python 3 и библиотека scipy-optimyze.

## 1 Описание методов

### SGD

Реализация SGD

- Метод возвращает координаты и значение точки, а также историю вычислений
- для инициализации состояния применяется NumPy
- Гиперпараметры отвечают за ускорение сходимости и за остановку вычислений

Листинг 1: Реализация метода SGD

```python
def stochastic_gradient_descent_2d(
    objective_func: Callable,
    gradient_func: Callable,
    x_bounds: Tuple[float, float],
    y_bounds: Tuple[float, float],
    learning_rate: float = 0.01,
    max_iter: int = 10000,
    momentum: float = 0.9,
    tol: float = 1e-6,
    random_state = None
):
    current_x = random.uniform(x_bounds[0], x_bounds[1])
    current_y = random.uniform(y_bounds[0], y_bounds[1])
    current_value = objective_func([current_x, current_y])
    best_x, best_y = current_x, current_y
    best_value = current_value
    history = [current_value]

    velocity = np.zeros(2)

    for k in range(max_iter):
        grad = gradient_func([current_x, current_y])

        velocity = momentum * velocity - learning_rate * grad

        current_x += velocity[0]
        current_y += velocity[1]

        current_x = max(x_bounds[0], min(x_bounds[1], current_x))
        current_y = max(y_bounds[0], min(y_bounds[1], current_y))

        current_value = objective_func([current_x, current_y])
        history.append(current_value)

        if current_value < best_value:
            best_x, best_y = current_x, current_y
            best_value = current_value

        if k > 10 and abs(history[-2] - history[-1]) < tol:
            break

    return (best_x, best_y), best_value, history
```

## 2 Графики

Реализуем отображение графиков на Python, который:

- отображает визуализацию 3D
- отрисовывает траекторию градиентного спуска
- отображает линии уровня функции

### Используемые библиотеки

- `numpy` — работа с массивами данных
- `matplotlib.pyplot` — создание 3D-графиков
- `matplotlib.colors.LightSource` — создание освещения для 3D-графиков

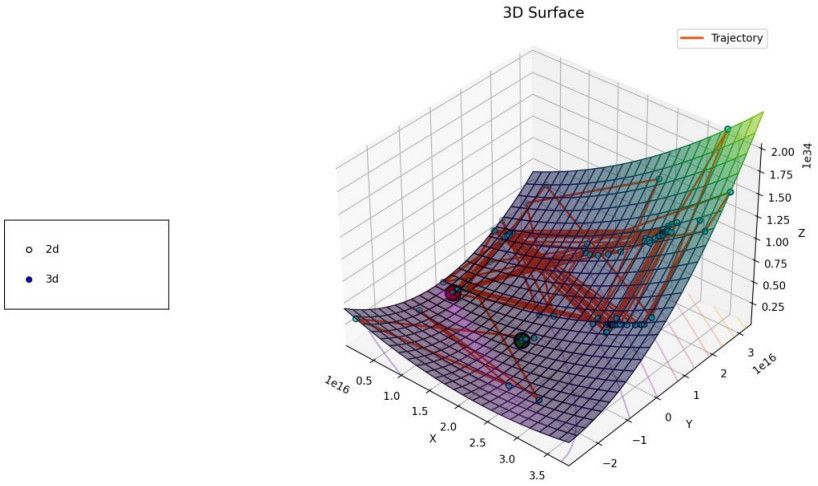
## 3 Описание результатов

а римере ункии иммеллау:

$$z = (x^2 + y - 11)^2 + (x + y^2 - 7)^2 \text{ в точке } (2, -1.5)$$

| Метод | Итерации | Вызовы функции | Вызовы градиента | x | y |
|---|---|---|---|---|---|
| VFSA | 1000 | 1001 | 0 | 3.5844283018777903 | -1.8481265843447385 |
| SGD | 135 | 136 | 135 | 3.5845214196109647 | -1.8482757702034391 |

График SGD

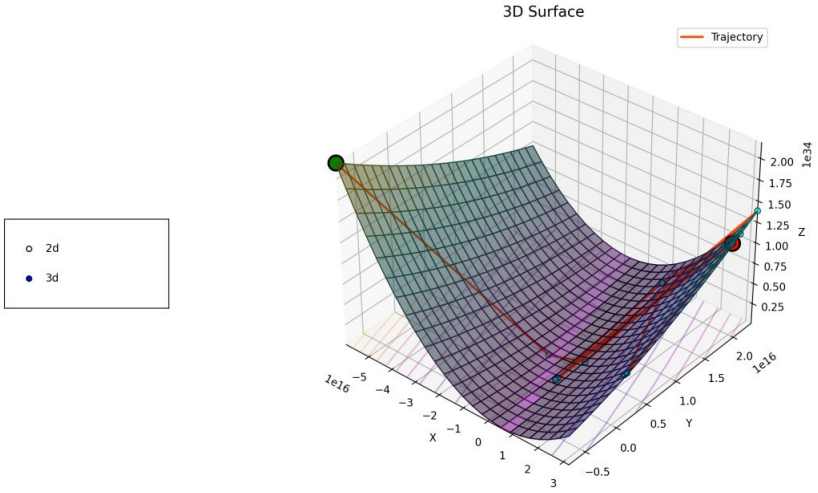



На примере функции Химмельблау:

$$z = (x^2 + y - 11)^2 + (x + y^2 - 7)^2 \text{ в точке } (-5, 0)$$

| Метод | Итерации | Вызовы функции | Вызовы градиента | x | y |
|---|---|---|---|---|---|
| VFSA | 1000 | 1001 | 0 | 3.5844284293403588 | -1.8481265430393075 |
| SGD | 156 | 157 | 156 | -2.8053155593848946 | 3.131665994249259 |

График VSFA

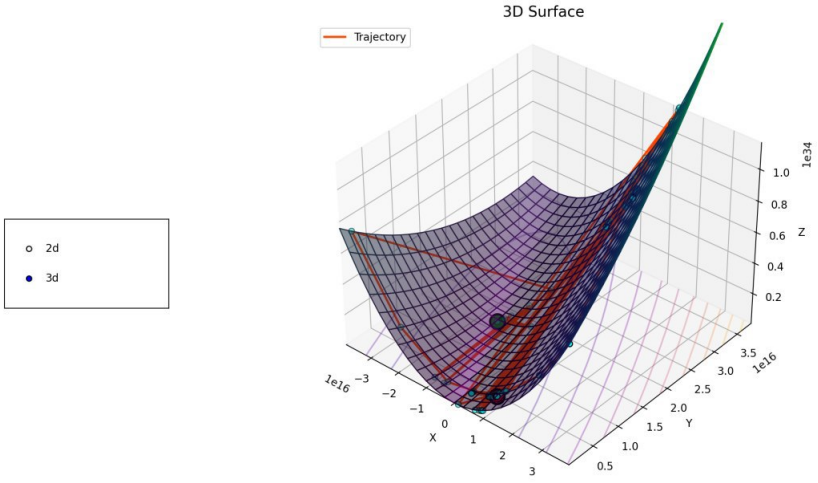



На примере функции Бута

$$z = (x + 2y - 7)^2 + (2x + y - 5)^2 \text{ в точке (-1.5, 1.75)}$$

| Метод | Итерации | Вызовы функции | Вызовы градиента | x | y |
|---|---|---|---|---|---|
| VFSA | 1000 | 1001 | 0 | 1.0004717945794974 | 2.9994346757115355 |
| SGD | 214 | 215 | 214 | 0.9970054058881611 | 3.0030057145346216 |

График SGD

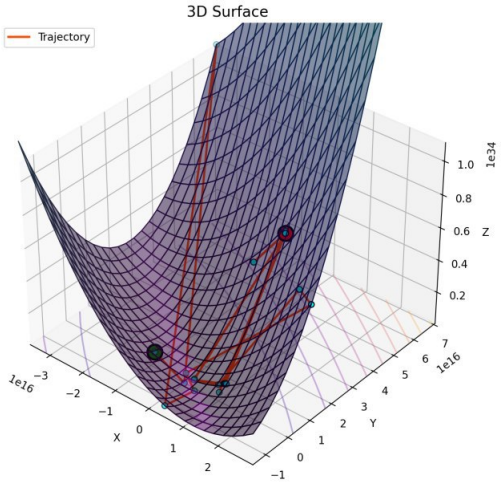



На примере функции Бута

$$z = (x + 2y - 7)^2 + (2x + y - 5)^2 \text{ в точке (1, 0.5)}$$

| Метод | Итерации | Вызовы функции | Вызовы градиента | x | y |
|---|---|---|---|---|---|
| VFSA | 1000 | 1001 | 0 | 1.0002014585959855 | 2.9998479101489495 |
| SGD | 182 | 183 | 182 | 1.0029391954868798 | 2.9972734777757633 |

График VSFA


# 4 Вывод

В данной лабораторной работе мы реализовали и сравнили два стохастических метода оптимизации VFSA и SGD. VFSA показал стабильные результаты даже при разных начальных точках и хорошо справляется с инетересными мультимодальными функциями, при этом не требует градиента, но делает больше вызовов функции. SGD раотает стрее, но увствителен к вору стартово токи и араметров, осоенно скорости оуени, и моет не сотис на слон унки.