

Autômato de Pilha

Analogamente às Linguagens Regulares, a Classe das Linguagens Livres do Contexto pode ser associada a um formalismo do tipo autômato, denominado Autômato com Pilha.

O Autômato com Pilha é análogo ao Autômato Finito que reconhece as Linguagens Livre de Contexto, basicamente um AFND_e incluindo uma pilha como memória auxiliar e a facilidade de não-determinismo. A pilha é independente da fita de entrada e não possui limite máximo de tamanho ("infinita").

Estruturalmente, sua principal característica é que o último símbolo gravado é o primeiro a ser lido. (FIFO last in first out). Ao contrário da fita de entrada, a pilha pode ser lida e alterada durante um processamento;

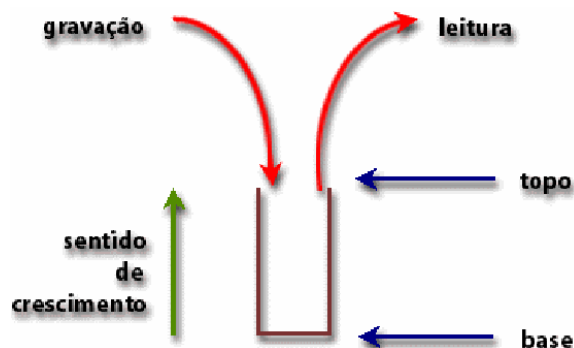
A base de uma pilha é fixa e define o seu início.

O topo é variável e define a posição do último símbolo gravado.

A facilidade de não-determinismo é importante e necessária, pois aumenta o poder computacional dos Autômatos com Pilha, permitindo reconhecer exatamente a Classe das Linguagens Livres do Contexto e Gramática Livres de Contexto. Por exemplo, o reconhecimento da linguagem:

$$\{ ww^r \mid w \text{ é palavra sobre } \{ a, b \} \}$$

só é possível por um Autômato com Pilha Não-Determinístico.



Características da Transicao

Um AFP em uma transição:

- Consome da entrada o símbolo que ele utiliza na transição, com exceção de λ .
- Substitui o símbolo do topo da pilha por qualquer cadeia.
 - Se for λ , corresponde a uma extração da pilha.
 - Se for o mesmo símbolo que estava presente no topo da pilha, a pilha não se altera.
 - Podemos colocar uma cadeia, então o topo é substituído pela cadeia.
- Normalmente usa-se para símbolo inicial da pilha o carácter especial # (cardinal).

Definicao

$$P = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, Z_0, F)$$

Q : conjunto finito de estados

Σ : alfabeto (símbolos de entrada)

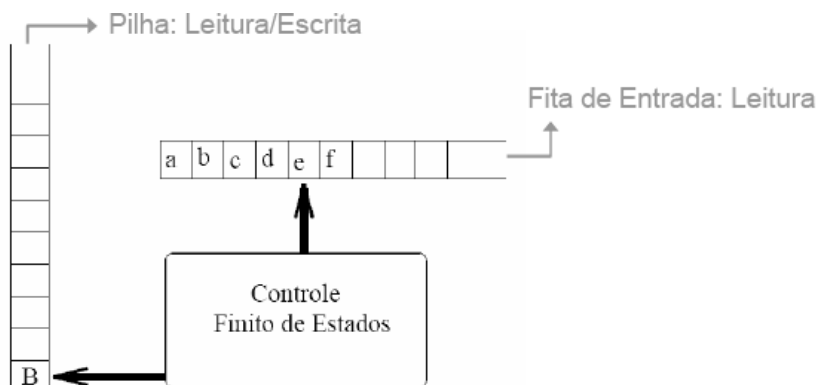
Γ : alfabeto finito a pilha

δ : função de transição - $\delta: Q \times (\Sigma \cup \lambda) \times \Gamma \rightarrow Q \times \Gamma^*$

q_0 : estado inicial

Z_0 : símbolo de início da pilha (opcional)

F : o conjunto de estados finais.



Funcao de Transicao (δ)

$$\delta(q, \alpha, \beta) = \{ (q', \gamma) \}$$

q : estado atual

α : carácter lido à entrada

β : símbolo no topo da pilha

q' : estado seguinte

γ : transicao

Exemplo :

$$\delta(q_0, a, 0) = \{ (q_1, 10) \}$$

q_0 : estado atual

a : carácter lido à entrada

0 : símbolo no topo da pilha

q_1 : estado seguinte

10 : escrever 1 no topo, por cima do zero; i.e., "push 1".

Operações sobre a pilha

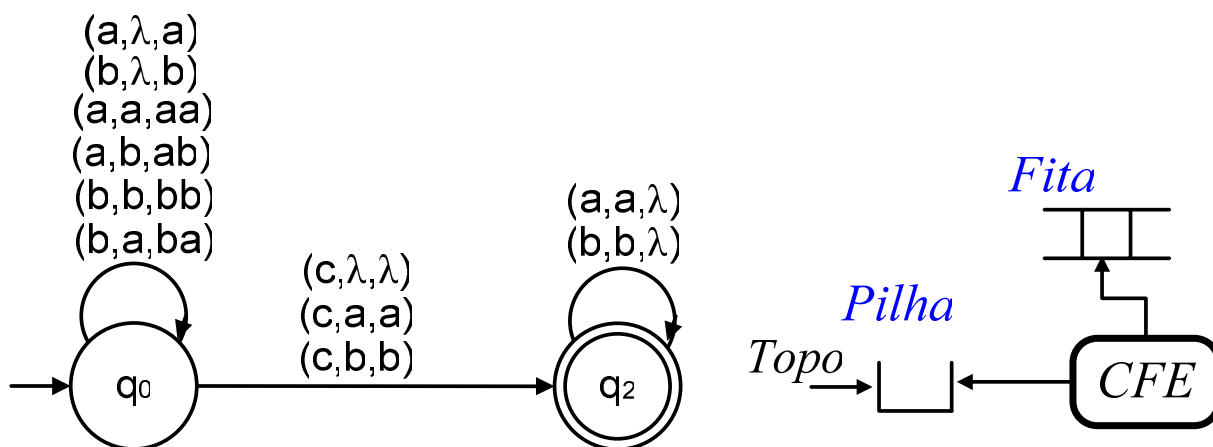
Transições	Operações sobre a a pilha	Significado
1. $\delta(q_0, a, \#) = \{ (q_1, 0\#) \}$	<i>push</i>	acrescenta 0
2. $\delta(q_0, b, 1) = \{ (q_1, \lambda) \}$	<i>pop</i>	apaga 1
3. $\delta(q_1, b, 0) = \{ (q_1, 1) \}$	substituição	substitui 0 por 1
4. $\delta(q_0, b, 1) = \{ (q_1, 1) \}$	nenhuma	não altera
5. $\delta(q_1, \lambda, 0) = \{ (q_2, \lambda) \}$	<i>pop</i>	apaga 0
6. $\delta(q_1, \lambda, 0) = \{ (q_2, 10) \}$	<i>push</i>	acrescenta 1

Exemplo

Projetar automato de pilha (P) para aceitar a linguagem $L = \{wcw^r \mid w \in \Sigma = \{a,b,c\}^*\}$. Onde $P = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, F)$ $Q = \{q_0, q_1\}$, $\Sigma = \{a,b,c\}$, $\Gamma = \{a, b\}$, $F = \{q_1\}$

Funcao de Transicao (δ)

- | | |
|---|---|
| 1) $\delta(q_0, a, \lambda) = \{(q_0, a)\}$ | 7) $\delta(q_0, c, \lambda) = \{(q_1, \lambda)\}$ |
| 2) $\delta(q_0, b, \lambda) = \{(q_0, b)\}$ | 8) $\delta(q_0, c, a) = \{(q_1, a)\}$ |
| 3) $\delta(q_0, a, a) = \{(q_0, aa)\}$ | 9) $\delta(q_0, c, b) = \{(q_1, b)\}$ |
| 4) $\delta(q_0, a, b) = \{(q_0, ab)\}$ | 10) $\delta(q_1, a, a) = \{(q_1, \lambda)\}$ |
| 5) $\delta(q_0, b, a) = \{(q_0, ba)\}$ | 11) $\delta(q_1, b, b) = \{(q_1, \lambda)\}$ |
| 6) $\delta(q_0, b, b) = \{(q_0, bb)\}$ | |



Teste :

Entrada = *abbcbbba*

ESTADO	FITA (entrada nao lida)	PILHA	TRANSICAO UTILIZADA
q0	<i>abbcbbba</i>	λ	-
q0	<i>bbcbbba</i>	<i>a</i>	1
q0	<i>bcbbba</i>	<i>ba</i>	5
q0	<i>Cbba</i>	<i>bba</i>	6
q1	<i>Bba</i>	<i>bba</i>	9
q1	<i>Ba</i>	<i>ba</i>	11
q1	<i>A</i>	<i>a</i>	11
q1	<i>λ</i>	λ	10

Exercícios

- 1) Apartir do automato de pilha (P) do exemplo, testar as seguintes entradas

1 - *aacaa* 2 - *babcbab* 3- *abcab* 4 - *cbc* 5- *babbcbbab*

- 2) Desenhar o seguinte Automato de Pilha (P) para aceitar a linguagem $L = \{wcw^r \mid w \in \Sigma = \{a,b\}^*\}$. Onde $P = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, F)$ $Q = \{q_0, q_1\}$, $\Sigma = \{a,b,c\}$, $\Gamma = \{a, b\}$, $F = \{q_1\}$. E Testar as seguintes entradas

- | | |
|---|---|
| 1) $\delta(q_0, a, \lambda) = \{(q_0, a)\}$ | 5) $\delta(q_0, b, a) = \{(q_0, ba)\}$ |
| 2) $\delta(q_0, b, \lambda) = \{(q_0, b)\}$ | 6) $\delta(q_0, b, b) = \{(q_0, bb)\}$ |
| 3) $\delta(q_0, a, a) = \{(q_0, aa)\}$ | 7) $\delta(q_1, a, a) = \{(q_1, \lambda)\}$ |
| 4) $\delta(q_0, a, b) = \{(q_0, ab)\}$ | 8) $\delta(q_1, b, b) = \{(q_1, \lambda)\}$ |

1 - *bbbb* 2 - *babbab* 3- *abab* 4 - *ab* 5- *aabaabaa*