



## FACULDADE DE ENGENHARIAS

Ficha de Exercícios nº 6 Variáveis Aleatórias e Distribuições de Probabilidades

Ano: 2023

1. O número de paradas de máquinas em uma grande fábrica durante uma semana tem a seguinte distribuição de probabilidade:

X	5	10	15	20	25
P(X = x)	0,25	0,30	0,25	0,15	0,05

Usando essa distribuição, Calcule  $E[X]$  e  $Var[X]$

2. Um vendedor de carros oferece a todos os seus potenciais clientes uma corrida de 30 milhas no tipo de carro que o cliente está interessado em comprar, mais um almoço ou jantar gratuitos. Todos estes custos são cerca de 10.000,00Mts. Se o cliente não compra o carro, o vendedor perde 10.000,00Mts, mas se o cliente comprar o carro, o lucro médio do vendedor é de cerca de 100.000,00Mts (dos quais os custos da corrida e da refeição devem ser deduzidos). No passado, 20 % dos clientes compraram o carro depois da corrida e da refeição gratuita. Qual é o lucro esperado para o vendedor nessa situação?
3. Um processo de produção é paralisado para ajuste toda vez que uma amostra aleatória de cinco itens, seleccionada com reposição, apresenta dois ou mais defeituosos. Ache a probabilidade de que o processo será paralisado após uma inspeção se ele está produzindo:
- 20 % de defeituosos
  - 10 % de defeituosos
  - 5 % de defeituosos
4. A média e o desvio-padrão de uma variável aleatória  $x$  são 5,0 e 2,0, respectivamente. Determine a média e o desvio-padrão das seguintes variáveis aleatórias:
- $3 + x$
  - $3x$
  - $3x + 4$
5. Suponha que a probabilidade de um componente de computador ser defeituoso é de 0,2. Determine a probabilidade de o primeiro defeito ocorrer no sétimo componente.
6. Na Loto 5/90, um apostador escolhe 5 números de 1 a 90 (sem repetição), sorteando-se posteriormente uma combinação ganhadora. Determine a probabilidade de:
- Acertar todos os 5 números ganhadores.
  - Acertar exactamente 4 dentre os 5 números ganhadores.
  - Acertar exactamente 3 dentre os 5 números ganhadores.
  - Não acertar qualquer número ganhador.
7. Em um levantamento recente, a probabilidade de que um acidente de carro é causado por um motorista embriagado é cerca de 0,229. Nos próximos três acidentes, qual é a probabilidade de que:
- exactamente um acidente seja causado por um motorista embriagado?
  - No mínimo um acidente seja causado por um motorista embriagado?

8. Um dentista tem 5 cadeiras disponíveis para pacientes em sua sala de espera. A distribuição de probabilidade do número de cadeiras ocupadas,  $x$ , é dada por

$x$	$p(x)$
0	0,304
1	0,228
2	0,171
3	0,128
4	0,096
5	0,073

- a) Ache a média  $\mu$  da variável aleatória  $x$ .  
b) Calcule o desvio padrão,  $\sigma$ , da variável aleatória  $x$ .  
c) Calcule  $P(2 \leq x \leq 5)$ .
9. Suponha que a variável aleatória  $T$  tenha a seguinte distribuição de probabilidade:

$t$	0	1	2
$P(T = t)$	0,5	0,3	0,2

- a) Ache  $P(T \leq 0)$   
b) Ache  $P(T \geq 0 \text{ e } T < 2)$   
c) Calcule  $E(T)$ ,
10. Um patologista sabe que 14,9% de todas as mortes podem ser atribuídas a infarto do miocárdio. Ache a média e o desvio-padrão do número dessas mortes que ocorrerão em uma região típica com 5000 mortes.

11. Uma variável aleatória  $X$  tem a seguinte função de distribuição:

$$F(X) = \begin{cases} 0 & \text{se } x < -1 \\ 0,2 & \text{se } -1 \leq x < 2; \\ 0,5 & \text{se } 2 \leq x < 5; \\ 0,7 & \text{se } 5 \leq x < 6; \\ 0,9 & \text{se } 6 \leq x < 15; \\ 1 & \text{se } x \geq 15 \end{cases}$$

Determine a função de probabilidade de  $X$ .

12. As pacientes diagnosticadas com câncer de mama precocemente têm 80% de probabilidade de serem completamente curadas. Para um grupo de 12 pacientes nessas condições, calcule a probabilidade de:
- a) Oito ficarem completamente curadas.  
b) Entre 3 e 5 (inclusive) não ficarem curadas.  
c) Não mais de 2 permanecerem com a doença.
13. Em um estudo sobre o crescimento de crocodilos, uma pequena lagoa contém 4 exemplares de espécie A e 5 da espécie B. A evolução de peso e tamanho dos 9 crocodilos da lagoa é acompanhada pelos pesquisadores através de capturas periódicas. Determine a probabilidade de, em três crocodilos capturados de uma vez, obtermos:
- a) Todos da espécie A.  
b) Nem todos serem da espécie B.

c) A maioria ser da espécie A.

14. Uma urna contém 5 bolas brancas e seis pretas, enquanto uma segunda urna contém 8 bolas brancas e 10 pretas. Duas bolas são selecionadas aleatoriamente da primeira e colocadas na segunda urna. Se três bolas são selecionadas casualmente da segunda urna, qual o número esperado de bolas brancas entre estas três?
15. Lança-se uma moeda equilibrada até observar 10 caras. Determine a probabilidade aproximada de que sejam necessários, no mínimo, 22 lançamentos.
16. Se a probabilidade de ocorrência de uma peça defeituosa é de 20%, determinar a média e o desvio-padrão da distribuição de peças defeituosas de um total de 600.
17. O fluxo de carros que passam em determinado pedágio é 1,7 carro por minuto. Qual a probabilidade de passarem exatamente dois carros em dois minutos?
18. Sabe-se por experiência que 1,5% das pastilhas de freio fabricadas por determinada empresa apresentam defeito. O controle de qualidade da empresa, para tal, escolheu, ao acaso, cem peças de pastilhas. Determinar a probabilidade de que:
  - a) no máximo duas sejam defeituosas;
  - b) pelo menos duas apresentem defeitos.
19. Uma editora apresenta a probabilidade de se encontrar uma página editada com erro igual a 0,8%. Em um livro de 500 páginas, determinar a probabilidade de se encontrar, no máximo, quatro páginas com correção.
20. Ao decolar de um porta-aviões, determinado avião tem probabilidade igual a 0,02% de se perder por queda no mar. Qual a probabilidade de dois ou mais acidentes dessa natureza em 500 decolagens?
21. Uma loja vende, em média, 2,5 fogões por dia. Certo dia, ao encerrar o expediente, verifica-se existirem três fogões em stock, e sabe-se que a nova remessa só chegará depois de dois dias. Qual a probabilidade de, no fim desses dois dias, a loja não ter deixado de atender, por falta de estoque, às pessoas que vierem comprar?
22. O número de rádios vendidos por dia por uma empresa de electrodomésticos possui uma distribuição aproximadamente de Poisson com média 2. Calcule a probabilidade de a firma vender, ao menos, três rádios num período de dois dias.
23. A voltagem média de uma bateria é de 15,0 volts, com desvio-padrão de 0,2 volts. Qual a probabilidade de quatro dessas baterias ligadas em série terem uma voltagem combinada maior que 60,8 volts?
24. Uma máquina produz esferas metálicas cujo diâmetro  $D$  (medido em mm) é uma variável aleatória aproximadamente normal de valor esperado 9 mm e desvio-padrão 0,35 mm. Toda esfera produzida é testada em dois calibres: um de 9,5 mm e o outro de 8,5 mm, sendo aceito pelo controle de qualidade se passa pelo maior e não passa pelo menor, caso contrário é rejeitado. Escolhidas duas esferas, qual a probabilidade de pelo menos uma ser rejeitada?
25. Uma distribuição binomial possui média igual a 3 e variância 2. Calcule  $P(X > 2)$ .

26. Se chover, um vendedor de guarda-chuva pode ganhar 30 dólares por dia, caso contrário pode perder 6 dólares. Determinar a esperança de ganho mensal (30 dias), sabendo-se que a probabilidade de chuva é da ordem de 30%.
27. Em uma determinada cidade 20% dos habitantes utilizam o produto da marca X. Numa pesquisa realizada com 200 habitantes, qual é a probabilidade de que mais de 30 destes utilize tal produto?
28. Em um teste de múltipla escolha temos 200 questões, cada uma com 4 alternativas de respostas, das quais apenas 1 é correcta. Qual é a probabilidade de que um estudante acerte entre 25 e 30 questões se ele não sabe nada?
29. Um dado honesto é lançado 100 vezes consecutivas.
- Qual é a probabilidade de que em 18 ou mais destes lançamentos ocorra a face 2?
  - Qual é a probabilidade de que ocorra face par em mais de 65 lançamentos?
30. Uma central telefônica de uma empresa recebe chamadas que tem um tempo (em minutos) distribuído uniformemente sobre o intervalo 0,5 - 5. Supondo que um dos troncos tenha recebido em um determinado dia 104 chamadas, calcule a probabilidade de que o tempo de utilização do tronco tenha ultrapassado 3,5 horas.
31. Em uma linha de produção certo tipo de eixo apresenta o diâmetro com comportamento uniforme entre 3,5 mm e 3,8 mm.
- Qual é a percentagem de eixos com diâmetro superior a 3,7mm?
  - Qual é o diâmetro esperado para este tipo de eixo?
  - Se a aplicabilidade deste tipo de eixo exigisse um diâmetro de no máximo 3,72mm, poderíamos considerar que esta linha de produção apresenta 80% dos eixos produzidos atendendo esta exigência?
  - Considerando que um eixo apresenta seu diâmetro superior a 3,7mm, qual é a probabilidade de que o diâmetro seja menor do que 3,75mm?
32. Suponha os escores  $z$  distribuídos normalmente com média 0 e desvio-padrão 1.
- Se  $P(0 < z < A) = 0,3212$ , determine A.
  - Se  $P(-B < z < B) = 0,3182$ , determine B.
  - Se  $P(z > C) = 0,2358$ , determine C.
  - Se  $P(z > D) = 0,7517$ , determine D.
  - Se  $P(z < E) = 0,4090$ , determine E.
33. Seja  $X$  normalmente distribuída com média  $\mu = 100$  e desvio padrão  $\sigma = 7$  (daqui a diante indicaremos tal distribuição como  $X \sim N(100;7)$ ). Determinar:
- $P(X > 100)$
  - $P(|X - 95| < 5)$
  - $P(|X - 100| < 10)$
34. Em uma distribuição normal com média 3 e variância 49, quais são o limite superior e inferior para os 50 % dos dados centrais?
35. Uma centena de estudantes fazem um teste no qual o valor médio foi 73 e a variância foi 64. Um grau A é dado para todo estudante que tiver nota igual ou superior a 85. Aproximadamente quantos A's ocorreram assumindo distribuição normal?

36. Assuma que as notas de 600 estudantes são normalmente distribuídas com uma média de 76 e um desvio-padrão de 8. Qual é o número de estudantes com notas entre 70 e 82?
37. Considere uma distribuição normal com  $\mu = 67$  e  $\sigma^2$ . Se cada valor é aumentado de 7 pontos, que percentagem dos novos valores é menor do que 74?
38. Uma variável aleatória contínua  $X$  apresenta distribuição normal com média 40 e desvio padrão igual a 3. Determine os valores de  $X$  para os seguintes valores de  $Z$ :  
a) 0,10 b) 2,00 c) 0,75 d) -2,53 e) -3,00 f) -3,20
39. Uma variável aleatória contínua  $X$  apresenta distribuição normal com média 50 e desvio padrão igual a 5. Determine a percentagem de valores de  $X$  que estão em cada um dos seguintes intervalos:  
a)  $P(40 < X < 50)$                       b)  $P(49 < X < 50)$                       c)  $P(40 < X < 45)$   
d)  $P(56 < X < 60)$                       e)  $P(40 < X < 65)$                       f)  $P(45 < X < 55)$
40. Suponha que o escore dos estudantes no exame de admissão seja uma variável aleatória com distribuição normal com média 550 e variância 900. Qual é a probabilidade de um estudante ser admitido, Se a admissão em certo curso exige um escore mínimo de  
a) 575?  
b) 540?
41. Existe um processo para fabricação de eixos que apresenta comportamento praticamente normal com média de 3,062 mm e variância de 0,0001 mm<sup>2</sup>.  
a) Qual é a percentagem de eixos produzidos com diâmetro superior a 3,05 mm?  
b) Se o diâmetro deverá ter no mínimo 3,04 mm e no máximo 3,08 mm, e se o custo por eixo é de 65Mts e é vendido por 300Mts, e que eixos produzidos ou muito largos ou muito estreitos são perdidos, qual é o lucro esperado numa produção de 100 eixos?
42. Sabe-se que a precipitação anual de chuva em certa localidade, cuja altura é medida em cm, é uma variável aleatória normalmente distribuída com altura média igual a 29,5 cm e desvio padrão de 2,5 cm de chuva.  
a) Qual é altura de chuva ultrapassada em cerca de 5% das medições?  
b) Se em mais de 45% das vezes a altura de chuva ultrapassar 32 cm torna-se viável a instalação de um sistema para colecta e armazenamento de água da chuva (como complemento à atual malha de abastecimento). É viável instalar o sistema na localidade?
43. Uma empresa produz televisores e garante a restituição da quantia paga se qualquer televisor apresentar algum defeito grave, no prazo de 6 meses. Ela produz televisores do tipo A-comum e do tipo B- Luxo, com um lucro respectivo de 64.000,00Mts e 128.000,00Mts caso não haja restituição, e com um prejuízo de 195.000,00Mts e 500.000,00Mts se houver restituição. Suponha que o tempo para a ocorrência de algum defeito grave seja, em ambos os casos, uma variável aleatória com distribuição normal, respectivamente com médias de 9 meses e 12 meses, e variâncias de 4 meses<sup>2</sup> e 9 meses<sup>2</sup>. Se você tivesse que planejar uma estratégia de marketing para a empresa você incentivaria as vendas dos aparelhos do tipo A ou do tipo B?

44. Um professor aplica um teste e obtém resultados distribuídos normalmente com média 10 e desvio padrão 2. Se as notas são atribuídas segundo o esquema a seguir, determine os limites numéricos para cada conceito:
- A: 10% superiores; B: notas acima dos 70% inferiores e abaixo dos 10% superiores; C: notas acima dos 30% inferiores e abaixo dos 30% superiores; D: notas acima dos 10% inferiores e abaixo dos 70% superiores; E: 10% inferiores
45. Realizou-se um estudo da utilização de cintos de segurança entre crianças envolvidas em acidentes de automóvel que exigiram hospitalização. Verificou-se que as crianças que não usavam nenhum dispositivo de segurança acusaram um internamento hospitalar em média de 7,37 dias em hospitais, com desvio-padrão de 0,79 dias. Seleccionadas aleatoriamente 40 dessas crianças, determine a probabilidade de sua permanência média em hospital ser superior a 7,00 dias.
46. Uma pequena cidade tem um serviço de colecta de lixo que acusa sobrecarga se a média do lixo das suas 4872 casas exceder 27,88 lb em uma semana. Os pesos totais têm distribuição normal com média de 27,44 lb e desvio-padrão de 11,46 lb. Qual é a proporção de semanas em que o serviço de colecta de lixo acusa sobrecarga?
47. As durações da gravidez têm distribuição normal com média de 268 dias e desvio-padrão de 15 dias. Seleccionada aleatoriamente uma mulher grávida, determine a probabilidade de a duração de sua gravidez ser inferior a 260 dias.
48. As notas de uma cadeira têm distribuição normal com média de 16,0 e desvio-padrão de 5,2. Dentre os 60 candidatos que fizeram teste, quantos podemos esperar que tenham nota entre 12,0 e 14,0?
49. Uma Companhia fabrica pneus de automóveis cuja vida útil (em distância percorrida) tem distribuição normal com média 35.600 milhas e desvio-padrão de 4275 milhas.
- a) Escolhido aleatoriamente um pneu, qual a probabilidade de durar 30.000 milhas?
- b) Escolhidos aleatoriamente 40 pneus. qual a probabilidade de suas vidas úteis terem média superior a 35.000 milhas?
- c) Se o fabricante deseja garantir os pneus de modo que a 3% deles precisem ser substituídos antes do número de milhas, por quantas milhas os pneus devem ser garantidos?
50. Para se ajustar a uma maquina a correia deve ter entre 60 e 62 cm de comprimento. Tendo em vista o processo de fabricação, o comprimento dessas correias pode ser considerado como uma variável aleatória com distribuição Normal de media 60.7 cm e desvio padrão 0,8 cm. Pergunta-se:
- a) Qual a probabilidade de uma correia, escolhida ao acaso, poder ser usada na maquina?
- b) Um grande revendedor dessas correias estabelece um controle de qualidade nos lotes que compra da fabrica: ele sorteia 4 correias do lote e só aceita o lote se o comprimento médio estiver dentro do tamanho aceito pela maquina. Calcule a probabilidade de aceitação do lote.