APP Traitement de Signal
Rapport des questions du problème 1

Elèves Isep, groupe G4D

David Feng, Jorel Ruyer, Pierre Lucas, Adrien Danel
Christophe Kang, Andrew Phillipick, Stéphane Pires

Vendredi 24 Février 2017
LaTeX

Table des matières

Table des figures

1 Introduction

2 Etude des signaux échantillonnes dans le domaine temporel

2.1 Signaux usuels périodiques

Signal Sinusoïdal

Créons sur MatLab un signal sinusoïdal discret x dont les caractéristiques sont les suivantes :

— Fréquence du sinus $f_0 = 1KHz$, la période $T_0 = \frac{1}{f_0}$
— Amplitude $A = 2V$
— Fréquence d'échantillonnage $Fe = 16KHz$

MatLab :

```
%Données du signal
Fe = 16000;    %fq d'échantillonnage
A = 2;         %amplitude en Volt
F0 = 1000;     %fq du signal en Hz
T0 = 1/F0;     %période du signal
P = 5;         %nb de périodes
S = 5*T0;      %5 fois la période
Te = 1/Fe;     %le pas d'échantillonnage
t = 0 :Te :S;  %intervalle de temps avec 1/Fe le pas d'échantillonnage

Y1 = A*sin(2*pi*F0*t); %signal continu

%Affichage
figure(1)
plot(t,Y1);
xlabel('seconds');
ylabel('Volts');
title('Signal in the domain - 5 periods');
```

Résultat de l'affichage sur MatLab :

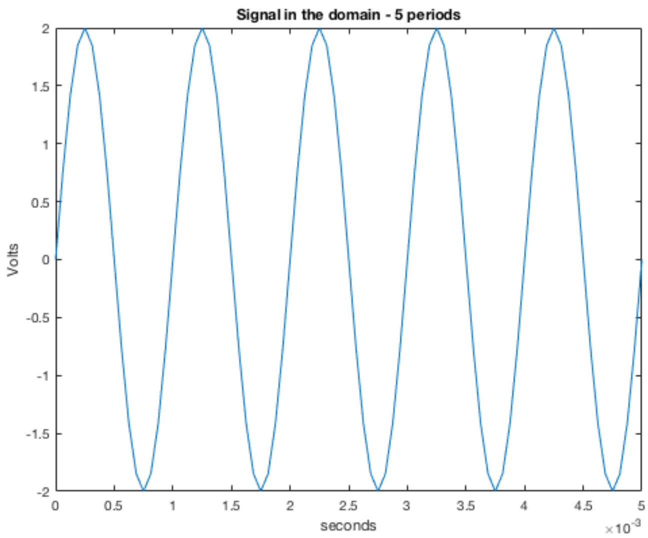

FIGURE 1 – Signal Sinusoïdal

Calcul de la valeur moyenne et de la puissance moyenne d'un signal

On raisonne sur le signal continu $x_c(t) = A \cdot \sin(2\pi f_0 t)$.

Montrons à présent que la valeur moyenne théorique du signal sinusoïdal est nulle et que sa puissance moyenne théorique est :

$$P = \frac{A^2}{2}\,(W)$$

Rappel : La **valeur moyenne** d'un signal, mesurée entre deux instants t_1 et t_2 est donnée par :

$$\bar{x}_c(t_1, t_2) = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} x_c(t) \ \mathrm{d}t$$

Supposons que la période T du signal $x_c(t)$ sinusoïdal discret vaut $\frac{1}{f_0}$.

Valeur moyenne de $x_c(t)$:

$$\begin{aligned}
\bar{x}_c(t) &= \frac{1}{T} \int_0^T A \cdot \sin(2\pi f_0 t) \ \mathrm{d}t \\
&= \frac{A}{2\pi f_0 T} \left[-\cos(2\pi f_0 t)\right]_0^T \\
&= \frac{A}{2\pi f_0 T} \left[-\cos(2\pi) + \cos(0)\right] \\
\bar{x}_c(t) &= 0
\end{aligned}$$

Rappel : La **puissance moyenne** dissipée entre t_1 et t_2 est l'énergie dissipée divisée par la durée d'observation :

$$P\left(x,t_1,t_2\right)=\frac{1}{t_2-t_1}\int_{t_1}^{t_2} x_c^2\left(t\right)\ \mathrm{d}t$$

Puissance moyenne de $x_c(t)$:

$$P = \frac{A^2}{T}\int_0^T \sin^2\left(2\pi f_0 t\right)\ \mathrm{d}t$$

Rappel : **Formule d'Euler**

$$\sin x=\frac{\mathrm{e}^{ix}-\mathrm{e}^{-ix}}{2i} \qquad \cos x=\frac{\mathrm{e}^{ix}+\mathrm{e}^{-ix}}{2}$$

$D'o^1 enutilisantlaformuled'Euler$:

$$\begin{aligned}
P &= \frac{A^2}{T}\int_0^T \left(\frac{\mathrm{e}^{i2\pi f_0 t}-\mathrm{e}^{-i2\pi f_0 t}}{2i}\right)^2 \mathrm{d}t\\
P &= \frac{A^2}{T}\int_0^T \left(\frac{\mathrm{e}^{i4\pi f_0 t}-2\mathrm{e}^{i2\pi f_0 t}\mathrm{e}^{-i2\pi f_0 t}+\mathrm{e}^{-i4\pi f_0 t}}{-4}\right)\ \mathrm{d}t\\
P &= \frac{A^2}{T}\int_0^T \left(\frac{\mathrm{e}^{i4\pi f_0 t}+\mathrm{e}^{-i4\pi f_0 t}}{-4}+\frac{2}{4}\right)\ \mathrm{d}t\\
P &= \frac{A^2}{T}\int_0^T \left(\frac{1-\cos\left(4\pi f_0 t\right)}{2}\right)\ \mathrm{d}t\\
P &= \frac{A^2}{T}\left[\frac{T}{2}-\frac{1}{4\pi f_0}\cdot\frac{\sin\left(4\pi f_0 T\right)}{2}\right]\\
Or, \sin\left(4\pi f_0 T\right)=\sin\left(4\pi\right)=0\\
Donc : P &= \frac{A^2}{2}
\end{aligned}$$

Estimation sur MatLab

MatLab :

```
%Question C partie 1
n = Fe/F0; %nb d'échantillons sur une période du signal
syms k; %déclarer la variable k
C = 1/((n+1)-1); %facteur dans l'approximation de Riemann

Y2 = A*sin(2*pi*F0*k*Te); %Signal sinusoïdal discret

%Calcul valeur moyenne
ValMoyY2 = C*symsum(Y2, k, 1, n) %valeur moyenne estimée du signal Y2 sur 1 période

%Calcul énergétique moyenne
EY2 = Te*symsum((Y2.^2), k, 1, n) %Energie estimée du signal Y2 sur 1 période

%Calcul puissance moyenne
PowerY2 = C*symsum((Y2.^2), k, 1, n) %Puissance moyenne estimée du signal Y2 sur 1 période

%Question C partie 2
Fe1 = 20000; %nouvelle fréquence d'échantillonnage
Te1 = 1/Fe1; %nouveau pas d'échantillonnage
n1 = Fe1/F0; %nb d'échantillons sur une période du signal

Y3 = A*sin(2*pi*F0*k*Te1); %Signal sinusoïdal discret

%Calcul valeur moyenne
ValMoyY3 = C*symsum(Y3, k, 1, n) %valeur moyenne estimée du signal Y3 sur une période

%Calcul énergétique moyenne
EY3 = Te*symsum((Y3)^2, k, 1, n1) %Energie estimée du signal Y3 sur 1 période

%Calcul puissance moyenne
PowerY3 = C*symsum((Y3)^2, k, 1, n1) %Puissance moyenne estimée du signal Y3 sur une période
```

Résultat sur Matlab : ValMoyY2 = 0 V ; EY2 = 1/500 = 0.002 J ; PowerY2 = 2.000 W.

On retrouve les résultats théoriques vu précédemment, ie. que la valeur moyenne du signal sinusoïdal est nulle et que sa puissance moyenne est égale à son amplitude au carré divisé par 2.

Résultat sur Matlab : ValMoyY3 = 0.2132 V ; EY3 = 0.0025 J ; PowerY3 = 2.4999 W.

Malgré une augmentation de la fréquence d'échantillonnage, la valeur moyenne et la puissance moyenne du signal restent les mÃªmes.

Refaisons le mÃªme travail pour les signaux suivants :

$x_2(n) = \begin{cases} 0 & si\ 0 \leqslant mod(nT_e, T_0) < \frac{T_0}{2} \\ x(n) & sinon \end{cases}$	$x\_2 = max(x, 0)$
$x_3(n) = \ \mid x(n) \mid$	$x\_3 = abs(x)$
$x_4(n) = \begin{cases} 2 & si\ 0 \leqslant mod(nT_e, T_0) < \frac{T_0}{2} \\ 0.5 & sinon \end{cases}$	$fonction\ square$

MatLab :

```
%Question D partie 1 : fonction max
%Affichage
figure(2)
Y1t=max(Y1,0);
plot(t,Y1t);
xlabel('seconds');
ylabel('Volts');
title('Signal in the domain - 5 periods');

%Calcul valeur moyenne
ValMoyY1t = C*symsum(Y1t, k, 1, n); %valeur moyenne estimée du signal Y1t à chaque k
ResultValMoyY1t = mean(ValMoyY1t) %valeur moyenne estimée du signal Y1t sur une période

%Calcul énergetique moyenne
Y1tbis = Y1t.*Y1t; %Y1t au carré
EY1t = Te*symsum(Y1tbis, k, 1, n); %Energie estimée du signal Y1t à chaque k
ResultEY1t = mean(EY1t) %Energie estimée du signal Y1t sur 1 période

%Calcul puissance moyenne
PowerY1t = C*symsum(Y1tbis, k, 1, n); %Puissance moyenne estimée du signal Y1t à chaque k
ResultPowerY1t = mean(PowerY1t) %Puissance moyenne estimée du signal Y1t sur une période
```

Résultat de l'affichage sur MatLab :

ResultValMoyY1t = 0.620 V ; ResultEY1t = 0.000987 J ; ResultPowerY1t = 0.987 W.

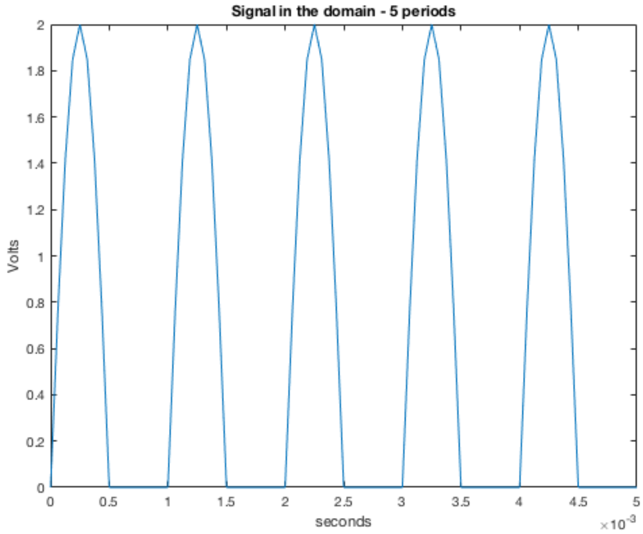

FIGURE 2 – Signal Sinusoïdal Max

MatLab :

```
%Question D partie 2 : fonction abs
%Affichage
figure(3)
Y4 = abs(Y1);
plot(t,Y4);
xlabel('seconds');
ylabel('Volts');
title('Signal in the domain - 5 periods');

%Calcul valeur moyenne
ValMoyY4 = C*symsum(Y4, k, 1, n); %valeur moyenne estimée du signal Y4 à chaque k
ResultValMoyY4 = mean(ValMoyY4) %valeur moyenne estimée du signal Y4 sur une période

%Calcul énergétique moyenne
Y4bis = Y4.*Y4; %Y4 au carré
EY4 = Te*symsum(Y4bis, k, 1, n); %Energie estimée du signal Y4 à chaque k
ResultEY4 = mean(EY4) %Energie estimée du signal Y4 sur 1 période

%Calcul puissance moyenne
PowerY4 = C*symsum(Y4bis, k, 1, n); %Puissance moyenne estimée du signal Y4 à chaque k
ResultPowerY4 = mean(PowerY4) %Puissance moyenne estimée du signal Y4 sur une période
```

Résultat de l'affichage sur MatLab :
ResultValMoyY4 = 1.241 V ; ResultEY4 = 0.00197 J ; ResultPowerY4 = 1,975 W.

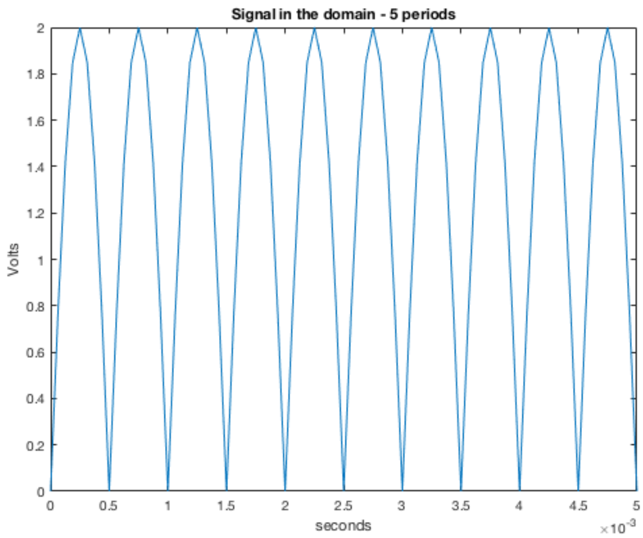

FIGURE 3 – Signal Sinusoïdal Abs

MatLab :

```
%Question D partie 3 : fonction square
%Affichage
figure(4)
Y5t = 2*square(2*pi*F0*t);
Y5 = max(Y5t,0.5);
plot(t,Y5);
xlabel('seconds');
ylabel('Volts');
title('Signal in the domain - 5 periods');

%Calcul valeur moyenne
ValMoyY5 = C*symsum(Y5, k, 0, n); %valeur moyenne estimée du signal Y5 à chaque k
ResultValMoyY5 = mean(ValMoyY5) %valeur moyenne estimée du signal Y5 sur une période

%Calcul énergetique moyenne
Y5bis = Y5.*Y5; %Y5 au carré
EY5 = Te*symsum(Y5bis, k, 0, n); %Energie estimée du signal Y5 à chaque k
ResultEY5 = mean(EY5) %Energie estimée du signal Y5 sur 1 période

%Calcul puissance moyenne
PowerY5 = C*symsum(Y5bis, k, 0, n); %Puissance moyenne estimée du signal Y5 à chaque k
ResultPowerY5 = mean(PowerY5) %Puissance moyenne estimée du signal Y5 sur une période
```

Résultat de l'affichage sur MatLab :

ResultValMoyY5 = 1.338 V ; ResultEY5 = 0.00228 J ; ResultPowerY5 = 2,282 W.

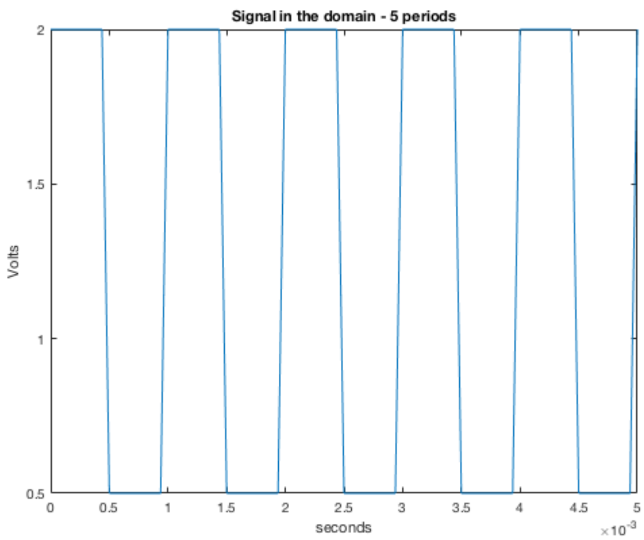

FIGURE 4 – Signal Square

2.2 Signaux Quelconques

Rappel : **Puissance d'un signal quasi stationnaire**

La puissance d'un signal échantillonné $x(n)$ est estimée en chaque instant nT_e par :

$$P(n) = \frac{1}{2K+1} \sum_{k=n-K}^{n+K} x(n)^2$$

avec $(2K+1)T_e$ la durée de la fenêtre temporelle pour l'estimation

MatLab :

```
% Question E : calculer la puissance instantannée des signaux de paroles et
% de musiques
clear all
clc

K = 100; %à partir duquel le son commence

%Fichier audio bonjour.wav

[signal,ech_signal] = audioread('../Signaux/bonjour.wav');%importation du fichier audio

somme = 0; %valeur moyenne du signal

for n = 1+K :1 :length(signal)-K %on parcourt tout le long du signal
somme=signal(n-K :n+K); %valeur moyenne du signal à chaque instant n
puissance_watt(n+K) = 1/(2*K+1)*mean(somme.^2);%puissance instantannée du signal à chaque instant n en watt
puissance_dbm(n+K) = 10*log10(puissance_watt(n+K)*0.001);%puissance instantannée du signal à chaque instant n en dBm
end

d =0.987; %durée du signal déterminée sur audacity
c = length(signal)/d;%coefficient pour réajuster l'abscisse en une abscisse de temps en seconde

t=1/c :1/c :(n+K)/c;

figure(1)
subplot(3,1,1);
plot (t,signal,'b');
ylabel('Volts');
xlabel('Temps en seconde')
title('signal bonjour')

subplot(3,1,2);
plot(t,puissance_dbm,'g');
ylabel('dBm');
title('puissance instantannée du signal en dBm');

subplot(3,1,3);
plot(t,puissance_watt,'g');
ylabel('W');
title('puissance instantannée du signal en watt');
```

MatLab :

```
%Fichier audio HaydnL.wav

[signal1,ech_signal1] = audioread('../Signaux/Haydn.wav');%importation du fichier audio
somme1 = 0; %valeur moyenne du signal
for n = 1+K :1 :length(signal1)-K %on parcourt tout le long du signal
somme1=signal1(n-K :n+K); %valeur moyenne du signal à chaque instant n
puissance_watt1(n+K)=1/(2*K+1)*mean(somme1.^2);%puissance instantannée du signal à chaque instant n en watt
puissance_dbm1(n+K)= 10*log10(puissance_watt1(n+K)*0.001);%puissance instantannée du signal à chaque instant n en dBm
end

d1=14.410;%durée du signal 1 déterminée sur audacity
c1= length(signal1)/d1;%coefficient pour réajuster l'abscisse en une abscisse de temps en seconde

t=1/c1 :1/c1 :(n+K)/c1;

figure(2)
subplot(3,1,1);
title('Signal')
plot (t,signal1,'b');
ylabel('Volts');
xlabel('Temps en seconde')
title('signal HaydnL')

subplot(3,1,2);
plot(t,puissance_dbm1,'g');
ylabel('dBm');
title('puissance instantannée du signal en dBm');

subplot(3,1,3);
plot(t,puissance_watt1,'g');
ylabel('W');
title('puissance instantannée du signal en watt');
```

Résultat de l'affichage sur MatLab :

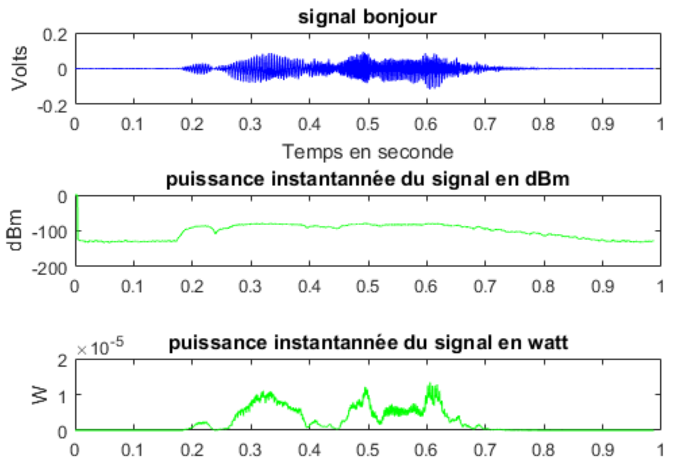

Figure 5 – Signal Bonjour question E

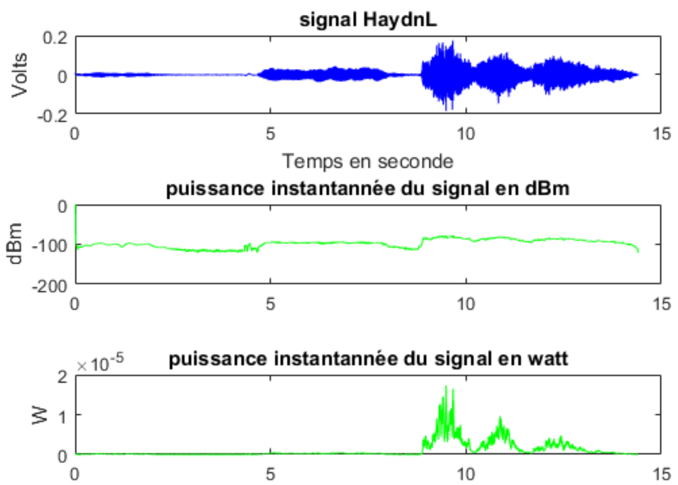

Figure 6 – Signal HaydnL question E