Álgebra/Álgebra II/Álgebra Lineal

Examen Final – 1/7/2024

Nombres y apellidos:

Correo UNC: Carrera:

Importante

- Todos los resultados deben estar debidamente justificados, mostrando paso a paso la obtención de los mismos.
- No podés usar calculadora, celular o cualquier otro dispositivo electrónico mientras estés haciendo el examen.
- Los alumnos en Condición Regular no deben resolver el ítem (b) del Ejercicio 3: el puntaje del mismo se les sumará automáticamente por revestir esta condición.

Ejercicios teóricos

(1) (10%) Demostrar que si A, B son matrices $n \times n$ invertibles, entonces AB es una matriz invertible y decir cual es la inversa de AB.

(2) (10%) Sea T transformación lineal, entonces T es monomorfismo si y sólo si $\mathrm{Nu}(T) = 0$.

Ejercicios

(3) (a) (5%) Describir de manera paramétrica el conjunto solución del sistema homogéneo:

$$\begin{cases} 2y + z = 0 \\ -x + y + 2z = 0 \\ x + 3y = 0 \end{cases}$$

(b) (5%) (**solo alumnos libres**) Indicar cuál es la MERF asociada al sistema anterior. Debe justificar la respuesta.

(4) (10%) Sea $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \end{bmatrix}$ la matriz

(a) Calcular el determinante de A.

(b) Calcular la inversa de A. Usar el método explicado en clase, con operaciones de filas.

(5) (20%) Sean W_1 y W_2 los siguientes subespacios de $\mathbb{R}^3$:

$$W_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \ : \ x + y - 2z = 0\},$$
$$W_2 = \langle (1, -1, 1), (2, 1, -2), (3, 0, -1) \rangle.$$

(a) Dar una base de W_1 (justificar).

(b) Determinar $W_1 \cap W_2$, y describirlo por generadores y con ecuaciones.

(6) (20%) Sea $T : P_2 \longrightarrow P_3$, la transformación lineal definida

$$T(ax + b) = (2a + 3b)x^2 + (a + b)x + a - b.$$

(a) Dar una base del núcleo y la imagen de T.

(b) Dar la matriz de T en las bases $\mathcal{B}_2 = \{1, x + 1\}$ y $\mathcal{B}_3 = \{1, 1 + x, 1 + x + x^2\}$ de P_2 y P_3, respectivamente.

Continúa atrás.

(7) (10%) Sea $A = \begin{bmatrix} 7 & 1 \\ 2 & 8 \end{bmatrix}$.

(a) Calcular los autovalores de A.

(b) Describir paramétricamente los autoespacios asociados a los autovalores de A, y decidir si A es diagonalizable.

(8) (10%) Sean $T : \mathbb{R}^3 \to W$ y $S : W \to \mathbb{R}^3$ dos transformaciones lineales entre espacios vectoriales tal que $S \circ T(x, y, z) = (x + y, y + z, x + z)$.

(a) (2%) Probar que $Nu(S \circ T) = 0$.

(b) (3%) Probar que $S \circ T$ es biyectiva.

(c) (5%) Probar que T es inyectiva.

Ejercicio	1	2	3	4
%				
Ejercicio	5	6	7	8
%				

Total %

Nota