

**Práctico 2**  
**Matemática Discreta I – Año 2021/1**  
**FAMAF**

- (1) La cantidad de dígitos o cifras de un número se cuenta a partir del primer dígito distinto de cero. Por ejemplo, 0035010 es un número de 5 dígitos.
  - a) ¿Cuántos números de 5 dígitos hay?
  - b) ¿Cuántos números pares de 5 dígitos hay?
  - c) ¿Cuántos números de 5 dígitos existen con sólo un 3?
  - d) ¿Cuántos números capicúas de 5 dígitos existen?
  - e) ¿Cuántos números capicúas de a lo sumo 5 dígitos hay?
- (2) ¿Cuántos números de 6 cifras pueden formarse con los dígitos de 112200?
- (3) ¿Cuántos números impares de cuatro cifras hay?
- (4) ¿Cuántos números múltiplos de 5 y menores que 4999 hay?
- (5) En los boletos viejos de ómnibus, aparecía un *número* de 5 cifras (en este caso podían empezar con 0), y uno tenía un *boleto capicúa* si el número lo era.
  - a) ¿Cuántos boletos capicúas había?
  - b) ¿Cuántos boletos había en los cuales no hubiera ningún dígito repetido?
- (6) Las antiguas patentes de auto tenían una letra indicativa de la provincia y luego 6 dígitos. (En algunas provincias, Bs. As. y Capital, tenían 7 dígitos, pero ignoremos eso por el momento). Luego vinieron patentes que tienen 3 letras y luego 3 dígitos. Finalmente, ahora las patentes tienen 2 letras, luego 3 dígitos y a continuación dos letras más ¿Cuántas patentes pueden hacerse con cada uno de los sistemas?
- (7) Si uno tiene 8 CD distintos de Rock, 7 CD distintos de música clásica y 5 CD distintos de cuartetos,
  - a) ¿Cuántas formas distintas hay de seleccionar un CD?
  - b) ¿Cuántas formas hay de seleccionar tres CD, uno de cada tipo?
  - c) Un sonidista en una fiesta de casamientos planea poner 3 CD, uno a continuación de otro. ¿Cuántas formas distintas tiene de hacerlo si le han dicho que no mezcle más de dos estilos?
- (8) Mostrar que si uno arroja un dado  $n$  veces y suma todos los resultados obtenidos, hay  $\frac{6^n}{2}$  formas distintas de obtener una suma par.
- (9) ¿Cuántos enteros entre 1 y 10000 tienen exactamente un 7 y exactamente un 5 entre sus cifras?
- (10) ¿Cuántos subconjuntos de  $\{0, 1, 2, \dots, 8, 9\}$  contienen al menos un impar?

- (11) El truco se juega con un mazo de 40 cartas, y se reparten 3 cartas a cada jugador. Obtener el 1 de espadas (el *macho*) es muy bueno. También lo es, por otros motivos, obtener un 7 y un 6 del mismo palo (*tener 33*). ¿Qué es más probable: obtener el macho, o tener 33?
- (12) ¿Cuántos comités pueden formarse de un conjunto de 6 mujeres y 4 hombres, si el comité debe estar compuesto por 3 mujeres y 2 hombres?
- (13) ¿De cuántas formas puede formarse un comité de 5 personas tomadas de un grupo de 11 personas entre las cuales hay 4 profesores y 7 estudiantes, si:
- No hay restricciones en la selección?
  - El comité debe tener exactamente 2 profesores?
  - El comité debe tener al menos 3 profesores?
  - El profesor  $X$  y el estudiante  $Y$  no pueden estar juntos en el comité?
- (14) Si en un torneo de fútbol participan  $2n$  equipos, probar que el número total de opciones posibles para la primera fecha es  $1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots (2n - 1)$ . sugerencia: use un argumento por inducción.
- (15) En una clase hay  $n$  chicas y  $n$  chicos. Dar el número de maneras de ubicarlos en una fila de modo que todas las chicas estén juntas.
- (16) ¿De cuántas maneras distintas pueden sentarse 8 personas en una mesa circular?
- (17) *a)* ¿De cuántas maneras distintas pueden sentarse 6 hombres y 6 mujeres en una mesa circular si nunca deben quedar dos mujeres juntas?  
*b)* Ídem, pero con 10 hombres y 7 mujeres.
- (18) *a)* ¿De cuántas formas distintas pueden ordenarse las letras de la palabra MATEMATICA  
*b)* Ídem con las palabras ALGEBRA, GEOMETRIA.  
*c)* ¿De cuántas formas distintas pueden ordenarse las letras de la palabra MATEMATICA si se pide que las consonantes y las vocales se alternen?
- (19) ¿Cuántas diagonales tiene un polígono regular de  $n$  lados?
- (20) Dados  $m, n$  y  $k$  naturales tales que  $m \leq k \leq n$ , probar que se verifica
- $$\binom{n}{k} \binom{k}{m} = \binom{n}{m} \binom{n-m}{k-m}.$$
- (21) Probar que para todo  $i, j, k \in \mathbb{N}_0$  vale
- $$\binom{i+j+k}{i} \binom{j+k}{j} = \frac{(i+j+k)!}{i!j!k!}$$
- (22) Demostrar que para todo  $n \in \mathbb{N}$  vale:

$$a) \binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \cdots + \binom{n}{n} = 2^n.$$

$$b) \binom{n}{0} - \binom{n}{1} + \cdots + (-1)^n \binom{n}{n} = 0$$

(23) Probar que para todo natural  $n$  vale que

$$\binom{2n}{2} = 2\binom{n}{2} + n^2.$$

### § Ejercicios adicionales (para repasar)

- (24) Con 20 socios de un club se desea formar 5 listas electorales (disjuntas). Cada lista consta de 1 Presidente, 1 Tesorero y 2 vocales. ¿De cuántas formas puede hacerse?
- (25) ¿De cuántas formas se pueden fotografiar 7 matrimonios en una hilera, de tal forma que cada hombre aparezca al lado de su esposa?
- (26) ¿De cuántas formas pueden distribuirse 14 libros distintos entre dos personas de manera tal que cada persona reciba al menos 3 libros?
- (27) Cecilia ha olvidado la contraseña de su correo electrónico, la cual está formada por 11 caracteres: 4 dígitos y 7 letras todos mezclados. ¿Cuál es el máximo número de intentos que debería probar para entrar a su correo si:
- a) tiene en cuenta que hay 26 letras?
  - b) la letra B y el dígito 2 no pueden estar ambos en la contraseña?
  - c) recuerda que ha formado la clave de la siguiente manera: los primeros siete caracteres son una mezcla de las letras de su nombre (CECILIA), y los últimos cuatro caracteres son una permutación de las cuatro cifras de su año de nacimiento (1998)?