Matemática Discreta I
Clase 9 - Cociente y resto

FAMAF / UNC

18 de abril de 2023

Cociente y resto

Cuando somos chicos aprendemos que 6 "cabe" cuatro veces en 27 y el resto es 3, o sea

$$27 = 6 \cdot 4 + 3.$$

Cociente y resto

Cuando somos chicos aprendemos que 6 “cabe” cuatro veces en 27 y el resto es 3, o sea

$$27 = 6 \cdot 4 + 3.$$

Un punto importante es que el resto debe ser menor que 6. Aunque, también es verdadero que, por ejemplo

$$27 = 6 \cdot 3 + 9.$$

Cociente y resto

Cuando somos chicos aprendemos que 6 "cabe" cuatro veces en 27 y el resto es 3, o sea

$$27 = 6 \cdot 4 + 3.$$

Un punto importante es que el resto debe ser menor que 6. Aunque, también es verdadero que, por ejemplo

$$27 = 6 \cdot 3 + 9.$$

En la división debemos tomar el menor valor para el resto, de forma que "lo que queda" sea un número no negativo lo más chico posible.

Cociente y resto

Cuando somos chicos aprendemos que 6 “cabe” cuatro veces en 27 y el resto es 3, o sea

$$27 = 6 \cdot 4 + 3.$$

Un punto importante es que el resto debe ser menor que 6. Aunque, también es verdadero que, por ejemplo

$$27 = 6 \cdot 3 + 9.$$

En la división debemos tomar el menor valor para el resto, de forma que “lo que queda” sea un número no negativo lo más chico posible.

El hecho de que el conjunto de posibles “restos” tenga un mínimo es una consecuencia del *axioma del buen orden.*

Teorema (Algoritmo de división)

Sean a y b números enteros cualesquiera con $b \in \mathbb{N}$, entonces existen enteros únicos q y r tales que

$$a = b \cdot q + r \qquad y \qquad 0 \leq r < b.$$

Teorema (Algoritmo de división)

Sean a y b números enteros cualesquiera con $b \in \mathbb{N}$, entonces existen enteros únicos q y r tales que

$$a = b \cdot q + r \qquad y \qquad 0 \leq r < b.$$

A la q del teorema anterior lo llamaremos el *cociente de b por a.*

A r lo llamamos el *resto de dividir b por a.*

Idea de la prueba.

Debemos aplicar el axioma del buen orden al conjunto de los “restos”

$$R = \{x \in \mathbb{N}_0 | a = by + x \ \text{ para algún } \ y \in \mathbb{Z}\}.$$

Idea de la prueba.

Debemos aplicar el axioma del buen orden al conjunto de los "restos"

$$R = \{x \in \mathbb{N}_0 | a = by + x \text{ para algún } y \in \mathbb{Z}\}.$$

Primero se demuestra que R no es vacío

Idea de la prueba.

Debemos aplicar el axioma del buen orden al conjunto de los “restos”

$$R = \{x \in \mathbb{N}_0 | a = by + x \ \text{ para algún } \ y \in \mathbb{Z}\}.$$

Primero se demuestra que R no es vacío (si $a \geq 0$, $a \in R$ tomando $y = 0$).

Idea de la prueba.

Debemos aplicar el axioma del buen orden al conjunto de los "restos"

$$R = \{x \in \mathbb{N}_0 | a = by + x \text{ para algún } y \in \mathbb{Z}\}.$$

Primero se demuestra que R no es vacío (si $a \geq 0$, $a \in R$ tomando $y = 0$).

Entonces, por el axioma del buen orden se encuentra un mínimo $r \in R$. Es decir existe $q \in \mathbb{Z}$ tal que

$$a = b \cdot q + r \qquad \text{y } r \text{ es mínimo de R.}$$

Idea de la prueba.

Debemos aplicar el axioma del buen orden al conjunto de los "restos"

$$R = \{x \in \mathbb{N}_0 | a = by + x \ \text{ para algún } \ y \in \mathbb{Z}\}.$$

Primero se demuestra que R no es vacío (si $a \geq 0$, $a \in R$ tomando $y = 0$).

Entonces, por el axioma del buen orden se encuentra un mínimo $r \in R$. Es decir existe $q \in \mathbb{Z}$ tal que

$$a = b \cdot q + r \qquad \text{y } r \text{ es mínimo de R.}$$

Luego se prueba que $0 \leq r < b$. □

Ejemplos

1. Si $a = 10$ y $b = 3$, entonces $10 = 3 \cdot 3 + 1$. Es decir $q = 3$, $r = 1$.

Ejemplos

1. Si $a = 10$ y $b = 3$, entonces $10 = 3 \cdot 3 + 1$. Es decir $q = 3$, $r = 1$.
2. Si $a = 2$ y $b = 5$, entonces $2 = 5 \cdot 0 + 2$. Es decir $q = 0$, $r = 2$.

Ejemplos

1. Si $a = 10$ y $b = 3$, entonces $10 = 3 \cdot 3 + 1$. Es decir $q = 3$, $r = 1$.
2. Si $a = 2$ y $b = 5$, entonces $2 = 5 \cdot 0 + 2$. Es decir $q = 0$, $r = 2$.
3. Si $a = -10$ y $b = 3$, entonces $-10 = 3 \cdot (-4) + 2$. Es decir $q = -4$, $r = 2$.

Ejemplos

1. Si $a = 10$ y $b = 3$, entonces $10 = 3 \cdot 3 + 1$. Es decir $q = 3$, $r = 1$.
2. Si $a = 2$ y $b = 5$, entonces $2 = 5 \cdot 0 + 2$. Es decir $q = 0$, $r = 2$.
3. Si $a = -10$ y $b = 3$, entonces $-10 = 3 \cdot (-4) + 2$. Es decir $q = -4$, $r = 2$.
4. Si $a = -2$ y $b = 3$, entonces $-2 = 3 \cdot (-1) + 1$. Es decir $q = -1$, $r = 1$.

Desarrollos en base b, $(b \geq 2)$

Los números tal como los escribimos se encuentran en *base 10*.

¿Qué significa esto?

Desarrollos en base b, $(b \geq 2)$

Los números tal como los escribimos se encuentran en *base 10.*

¿Qué significa esto?

Ejemplo

El número 407 se puede escribir como

$$407 = 4 \cdot 10^2 + 0 \cdot 10^1 + 7 \cdot 10^0,$$

Desarrollos en base b, ($b \geq 2$)

Los números tal como los escribimos se encuentran en *base 10.*

¿Qué significa esto?

Ejemplo

El número 407 se puede escribir como

$$407 = 4 \cdot 10^2 + 0 \cdot 10^1 + 7 \cdot 10^0,$$

El número 23827 se puede escribir como

$$23827 = 2 \cdot 10^4 + 3 \cdot 10^3 + 8 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10^1 + 7 \cdot 10^0,$$

En general:

Teorema

Todo número natural x se puede escribir de una única forma como

$$x = r_n 10^n + r_{n-1} 10^{n-1} + \cdots + r_1 10 + r_0,$$

donde $r_n \neq 0$ y $0 \leq r_i < 10$ para $i = 0, 1, \ldots, n$.

En general:

Teorema

Todo número natural x se puede escribir de una única forma como

$$x = r_n 10^n + r_{n-1} 10^{n-1} + \cdots + r_1 10 + r_0,$$

donde $r_n \neq 0$ y $0 \leq r_i < 10$ para $i = 0, 1, \ldots, n$.

Podemos decir entonces que

x se representa como la cadena $r_n r_{n-1} \ldots r_1 r_0$ en base 10.

o también que

$$x = (r_n r_{n-1} \ldots r_1 r_0)_{10}.$$

Este teorema es una consecuencia importante del algoritmo de división y es el que justifica nuestro método usual de representación de enteros.

También podemos desarrollar en potencias de b con b cualquier entero ≥ 2 (y vale el teorema anterior reemplazando 10 por b).

Este teorema es una consecuencia importante del algoritmo de división y es el que justifica nuestro método usual de representación de enteros.

También podemos desarrollar en potencias de b con b cualquier entero ≥ 2 (y vale el teorema anterior reemplazando 10 por b).

Ejemplo (base 5)

Deseamos escribir el número 407 con una expresión de la forma

$$407 = r_n 5^n + r_{n-1} 5^{n-1} + \cdots + r_1 5 + r_0,$$

con $0 \leq r_i < 5$. Veamos que esto es posible y se puede hacer de forma algorítmica.

La forma de hacerlo es, primero, dividir el número original y los sucesivos cocientes por 5:

La forma de hacerlo es, primero, dividir el número original y los sucesivos cocientes por 5:

$$
\begin{aligned}
407 &= 5 \cdot 81 + 2 && (1)\\
81 &= 5 \cdot 16 + 1 && (2)\\
16 &= 5 \cdot 3 \quad + 1 && (3)\\
3 &= 5 \cdot 0 \quad + 3. && (4)
\end{aligned}
$$

La forma de hacerlo es, primero, dividir el número original y los sucesivos cocientes por 5:

$$\begin{aligned} 407 &= 5 \cdot 81 + 2 && (1)\\ 81 &= 5 \cdot 16 + 1 && (2)\\ 16 &= 5 \cdot 3 \quad + 1 && (3)\\ 3 &= 5 \cdot 0 \quad + 3. && (4) \end{aligned}$$

Observar entonces que

$$407 \quad = 5 \cdot 81 + 2 \qquad\qquad \text{por (1)}$$

La forma de hacerlo es, primero, dividir el número original y los sucesivos cocientes por 5:

$$
\begin{aligned}
407 &= 5 \cdot 81 + 2 && (1)\\
81 &= 5 \cdot 16 + 1 && (2)\\
16 &= 5 \cdot 3 \quad + 1 && (3)\\
3 &= 5 \cdot 0 \quad + 3. && (4)
\end{aligned}
$$

Observar entonces que

$$
\begin{aligned}
407 \quad &= 5 \cdot 81 + 2 && \text{por } (1)\\
&= 5 \cdot (5 \cdot 16 + 1) + 2 && \text{por } (2)
\end{aligned}
$$

La forma de hacerlo es, primero, dividir el número original y los sucesivos cocientes por 5:

$$407 = 5 \cdot 81 + 2 \tag{1}$$
$$81 = 5 \cdot 16 + 1 \tag{2}$$
$$16 = 5 \cdot 3 \quad + 1 \tag{3}$$
$$3 = 5 \cdot 0 \quad + 3. \tag{4}$$

Observar entonces que

$$\begin{aligned} 407 \quad &= 5 \cdot 81 + 2 && \text{por } (1) \\ &= 5 \cdot (5 \cdot 16 + 1) + 2 && \text{por } (2) \\ &= 5^2 \cdot 16 + 5 \cdot 1 + 2 \end{aligned}$$

La forma de hacerlo es, primero, dividir el número original y los sucesivos cocientes por 5:

$$
\begin{aligned}
407 &= 5 \cdot 81 + 2 && (1)\\
81 &= 5 \cdot 16 + 1 && (2)\\
16 &= 5 \cdot 3 \quad + 1 && (3)\\
3 &= 5 \cdot 0 \quad + 3. && (4)
\end{aligned}
$$

Observar entonces que

$$
\begin{aligned}
407 \quad &= 5 \cdot 81 + 2 && \text{por } (1)\\
&= 5 \cdot (5 \cdot 16 + 1) + 2 && \text{por } (2)\\
&= 5^2 \cdot 16 + 5 \cdot 1 + 2 && \\
&= 5^2 \cdot (5 \cdot 3 + 1) + 5 \cdot 1 + 2 && \text{por } (3)
\end{aligned}
$$

La forma de hacerlo es, primero, dividir el número original y los sucesivos cocientes por 5:

$$407 = 5 \cdot 81 + 2 \tag{1}$$
$$81 = 5 \cdot 16 + 1 \tag{2}$$
$$16 = 5 \cdot 3 \quad + 1 \tag{3}$$
$$3 = 5 \cdot 0 \quad + 3. \tag{4}$$

Observar entonces que

$$\begin{aligned}
407 \quad &= 5 \cdot 81 + 2 && \text{por } (1)\\
&= 5 \cdot (5 \cdot 16 + 1) + 2 && \text{por } (2)\\
&= 5^2 \cdot 16 + 5 \cdot 1 + 2 && \\
&= 5^2 \cdot (5 \cdot 3 + 1) + 5 \cdot 1 + 2 && \text{por } (3)\\
&= 5^3 \cdot 3 + 5^2 \cdot 1 + 5 \cdot 1 + 2. &&
\end{aligned}$$

La forma de hacerlo es, primero, dividir el número original y los sucesivos cocientes por 5:

$$\begin{align} 407 &= 5 \cdot 81 + 2 \tag{1} \\ 81 &= 5 \cdot 16 + 1 \tag{2} \\ 16 &= 5 \cdot 3 \quad + 1 \tag{3} \\ 3 &= 5 \cdot 0 \quad + 3. \tag{4} \end{align}$$

Observar entonces que

$$\begin{aligned} 407 \quad &= 5 \cdot 81 + 2 && \text{por } (1) \\ &= 5 \cdot (5 \cdot 16 + 1) + 2 && \text{por } (2) \\ &= 5^2 \cdot 16 + 5 \cdot 1 + 2 && \\ &= 5^2 \cdot (5 \cdot 3 + 1) + 5 \cdot 1 + 2 && \text{por } (3) \\ &= 5^3 \cdot 3 + 5^2 \cdot 1 + 5 \cdot 1 + 2. && \end{aligned}$$

En este caso diremos que el desarrollo en base 5 de 407 es 3112 o, resumidamente, $407 = (3112)_5$.

Observar que

$$\begin{aligned} 407 &= 5 \cdot 81 + \mathbf{2} \\ 81 &= 5 \cdot 16 + \mathbf{1} \\ 16 &= 5 \cdot 3 \quad + \mathbf{1} \\ 3 &= 5 \cdot 0 \quad + \mathbf{3}. \end{aligned}$$

Observar que

$$\begin{aligned} 407 &= 5 \cdot 81 + \mathbf{2} \\ 81 &= 5 \cdot 16 + \mathbf{1} \\ 16 &= 5 \cdot 3 \quad + \mathbf{1} \\ 3 &= 5 \cdot 0 \quad + \mathbf{3}. \end{aligned}$$

y que

$$407 = (\mathbf{3112})_5.$$

Observar que

$$\begin{aligned} 407 &= 5 \cdot 81 + \mathbf{2} \\ 81 &= 5 \cdot 16 + \mathbf{1} \\ 16 &= 5 \cdot 3 \quad + \mathbf{1} \\ 3 &= 5 \cdot 0 \quad + \mathbf{3}. \end{aligned}$$

y que

$$407 = (\mathbf{3112})_5.$$

Es decir los restos leídos de abajo hacia arriba forman la escritura en base 5 de 407. Esto es general.

Sea $b \geq 2$ un número entero, llamado *base* para los cálculos. Para cualquier entero positivo x tenemos, por la aplicación repetida del algoritmo de división,

$$\begin{aligned}
x &= bq_0 + r_0 && (0 \leq r_0 < b) \\
q_0 &= bq_1 + r_1 && (0 \leq r_1 < b) \\
&\dots \\
q_{n-2} &= bq_{n-1} + r_{n-1} && (0 \leq r_{n-1} < b) \\
q_{n-1} &= bq_n + r_n. && (0 < r_n < b)
\end{aligned}$$

Sea $b \geq 2$ un número entero, llamado *base* para los cálculos. Para cualquier entero positivo x tenemos, por la aplicación repetida del algoritmo de división,

$$\begin{aligned}
x &= bq_0 + r_0 && (0 \leq r_0 < b)\\
q_0 &= bq_1 + r_1 && (0 \leq r_1 < b)\\
&\dots\\
q_{n-2} &= bq_{n-1} + r_{n-1} && (0 \leq r_{n-1} < b)\\
q_{n-1} &= bq_n + r_n. && (0 < r_n < b)
\end{aligned}$$

Este procedimiento se detiene en el primer $q_{n-1} < b$ (es decir, $q_n = 0$).

Sea $b \geq 2$ un número entero, llamado *base* para los cálculos. Para cualquier entero positivo x tenemos, por la aplicación repetida del algoritmo de división,

$$
\begin{aligned}
x &= bq_0 \quad + r_0 && (0 \leq r_0 < b) \\
q_0 &= bq_1 \quad + r_1 && (0 \leq r_1 < b) \\
\dots \\
q_{n-2} &= bq_{n-1} + r_{n-1} && (0 \leq r_{n-1} < b) \\
q_{n-1} &= bq_n \quad + r_n. && (0 < r_n < b)
\end{aligned}
$$

Este procedimiento se detiene en el primer $q_{n-1} < b$ (es decir, $q_n = 0$).

Reemplazando sucesivamente los cocientes q_i, como lo hicimos en el ejemplo, obtenemos

$$x = r_n b^n + r_{n-1} b^{n-1} + \cdots + r_1 b + r_0.$$

Hemos representado x (con respecto a la base b) por la secuencia de los restos, y escribimos

$$x = (r_n r_{n-1} \dots r_1 r_0)_b.$$

Hemos representado x (con respecto a la base b) por la secuencia de los restos, y escribimos

$$x = (r_n r_{n-1} \ldots r_1 r_0)_b.$$

Convencionalmente $b = 10$ es la base para los cálculos hechos “a mano” y omitimos ponerle el subíndice, entonces tenemos la notación usual

Hemos representado x (con respecto a la base b) por la secuencia de los restos, y escribimos

$$x = (r_n r_{n-1} \dots r_1 r_0)_b.$$

Convencionalmente $b = 10$ es la base para los cálculos hechos “a mano” y omitimos ponerle el subíndice, entonces tenemos la notación usual

Por ejemplo,

$$1984 = 1 \cdot 10^3 + 9 \cdot 10^2 + 8 \cdot 10 + 4.$$

Hemos representado x (con respecto a la base b) por la secuencia de los restos, y escribimos

$$x = (r_n r_{n-1} \dots r_1 r_0)_b.$$

Convencionalmente $b = 10$ es la base para los cálculos hechos "a mano" y omitimos ponerle el subíndice, entonces tenemos la notación usual

Por ejemplo,

$$1984 = 1 \cdot 10^3 + 9 \cdot 10^2 + 8 \cdot 10 + 4.$$

o lo que es lo mismo

$$(1984)_{10} = 1 \cdot 10^3 + 9 \cdot 10^2 + 8 \cdot 10 + 4.$$

La base $b = 2$ es particularmente adaptable para los cálculos en computadoras.

La base $b = 2$ es particularmente adaptable para los cálculos en computadoras.

Ejemplo

¿Cuál es la representación en base 2 de $(109)_{10}$?

La base $b = 2$ es particularmente adaptable para los cálculos en computadoras.

Ejemplo

¿Cuál es la representación en base 2 de $(109)_{10}$?

Solución.

La base $b = 2$ es particularmente adaptable para los cálculos en computadoras.

Ejemplo

¿Cuál es la representación en base 2 de $(109)_{10}$?

Solución. Dividiendo repetidamente por 2 obtenemos

$$
\begin{aligned}
109 &= 2 \cdot 54 + \mathbf{1} \\
54 &= 2 \cdot 27 + \mathbf{0} \\
27 &= 2 \cdot 13 + \mathbf{1} \\
13 &= 2 \cdot 6 \;\; + \mathbf{1} \\
6 &= 2 \cdot 3 \;\; + \mathbf{0} \\
3 &= 2 \cdot 1 \;\; + \mathbf{1} \\
1 &= 2 \cdot 0 \;\; + \mathbf{1}
\end{aligned}
$$

La base $b = 2$ es particularmente adaptable para los cálculos en computadoras.

Ejemplo

¿Cuál es la representación en base 2 de $(109)_{10}$?

Solución. Dividiendo repetidamente por 2 obtenemos

$$\begin{aligned}
109 &= 2 \cdot 54 + \mathbf{1}\\
54 &= 2 \cdot 27 + \mathbf{0}\\
27 &= 2 \cdot 13 + \mathbf{1}\\
13 &= 2 \cdot 6 \;\; + \mathbf{1}\\
6 &= 2 \cdot 3 \;\; + \mathbf{0}\\
3 &= 2 \cdot 1 \;\; + \mathbf{1}\\
1 &= 2 \cdot 0 \;\; + \mathbf{1}
\end{aligned}$$

Por lo tanto: $\quad (109)_{10} = (1101101)_2.$ $\square$

La base 16 también es muy usada en computación.

La base 16 también es muy usada en computación.

Los dígitos disponibles (del 0 al 9) no nos alcanzan para representar un número en base 16, pues se requieren 16 símbolos. La convención usada es

$$\mathtt{A} = 10, \quad \mathtt{B} = 11, \quad \mathtt{C} = 12, \quad \mathtt{D} = 13, \quad \mathtt{E} = 14, \quad \mathtt{F} = 15.$$

La base 16 también es muy usada en computación.

Los dígitos disponibles (del 0 al 9) no nos alcanzan para representar un número en base 16, pues se requieren 16 símbolos. La convención usada es

$$\mathtt{A} = 10, \quad \mathtt{B} = 11, \quad \mathtt{C} = 12, \quad \mathtt{D} = 13, \quad \mathtt{E} = 14, \quad \mathtt{F} = 15.$$

Ejemplo

Representemos 12488 en base 16.

La base 16 también es muy usada en computación.

Los dígitos disponibles (del 0 al 9) no nos alcanzan para representar un número en base 16, pues se requieren 16 símbolos. La convención usada es

$$\mathtt{A} = 10, \quad \mathtt{B} = 11, \quad \mathtt{C} = 12, \quad \mathtt{D} = 13, \quad \mathtt{E} = 14, \quad \mathtt{F} = 15.$$

Ejemplo

Representemos 12488 en base 16.

$$\begin{aligned} 12488 &= 16 \cdot 780 + 8 \\ 780 &= 16 \cdot 48 \quad + 12 \\ 48 &= 16 \cdot 3 \quad\; + 0 \\ 3 &= 16 \cdot 0 \quad\; + 3. \end{aligned}$$

Luego $12488 = (\mathtt{30C8})_{16}$.

Conversiones de base

¿Cómo convertimos un número en base b a base 10?

Lo *calculamos*.

Conversiones de base

¿Cómo convertimos un número en base b a base 10?

Lo *calculamos*.

Ejemplo

Convertir $(1304)_6$ a base 10.

Conversiones de base

¿Cómo convertimos un número en base b a base 10?

Lo *calculamos*.

Ejemplo

Convertir $(1304)_6$ a base 10.

Solución.

¿Cómo convertimos un número en base b a base 10?

Lo *calculamos*.

Ejemplo

Convertir $(1304)_6$ a base 10.

Solución.

$$\begin{aligned}(1304)_6 &= 1 \cdot 6^3 + 3 \cdot 6^2 + 0 \cdot 6^1 + 4 \cdot 6^0 \\ &= 1 \cdot 216 + 3 \cdot 36 + 0 \cdot 6 + 4 \\ &= 216 + 108 + 4 \\ &= 328.\end{aligned}$$

Luego $(1304)_6 = 328$.

Conversiones de base

¿Cómo convertimos un número en base b a base b'?

1. Convertimos el número de base b a base 10 .
2. Convertimos el número obtenido a base b'.

Conversiones de base

¿Cómo convertimos un número en base b a base b'?

1. Convertimos el número de base b a base 10 .
2. Convertimos el número obtenido a base b'.

Ejemplo

Convertir $(1304)_6$ a base 5.

Conversiones de base

¿Cómo convertimos un número en base b a base b'?

1. Convertimos el número de base b a base 10 .
2. Convertimos el número obtenido a base b'.

Ejemplo

Convertir $(1304)_6$ a base 5.

Solución.

Conversiones de base

¿Cómo convertimos un número en base b a base b'?

1. Convertimos el número de base b a base 10 .
2. Convertimos el número obtenido a base b'.

Ejemplo

Convertir $(1304)_6$ a base 5.

Solución.

Primero calculemos $(1304)_6$ en base 10 (el sistema que sabemos manejar).

Conversiones de base

¿Cómo convertimos un número en base b a base b'?

1. Convertimos el número de base b a base 10 .
2. Convertimos el número obtenido a base b'.

Ejemplo

Convertir $(1304)_6$ a base 5.

Solución.

Primero calculemos $(1304)_6$ en base 10 (el sistema que sabemos manejar).

$$\begin{aligned}(1304)_6 &= 1 \cdot 6^3 + 3 \cdot 6^2 + 0 \cdot 6 + 4 \\ &= 1 \cdot 216 + 3 \cdot 36 + 0 \cdot 6 + 4 \\ &= 216 + 108 + 0 + 4 \\ &= 328\end{aligned}$$

Ahora debemos ver como se escribe 328 en base 5.

$$\begin{aligned} 328 &= 5 \cdot 65 + 3 \\ 65 &= 5 \cdot 13 + 0 \\ 13 &= 5 \cdot 2 + 3 \\ 2 &= 5 \cdot 0 + 2 \end{aligned}$$

Luego $328 = (2303)_5$ y como $(1304)_6 = 328$, tenemos

$$(1304)_6 = (2303)_5.$$

$\square$