



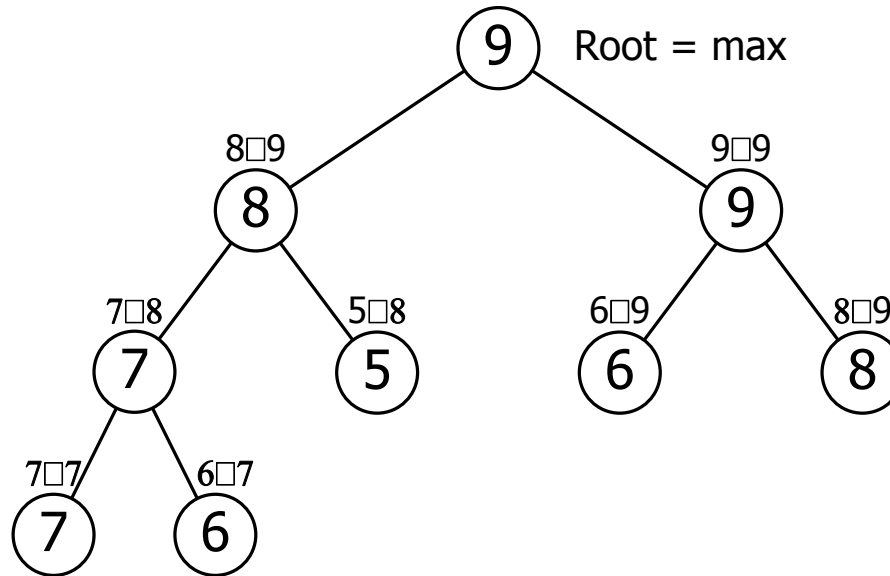
Chapter 07

Heap Tree

Heap Tree

Heap Tree

- ต้นไม้ไม่ต้องเป็น **complete binary tree** (การเกิดโหนดไล่จากซ้ายไปขวาจนเต็มทีละชั้น) ทำให้สามารถใช้ **ARRAY** มา implement ได้
- ค่าของโหนด $N[i]$ ใด ๆ จะต้องมากกว่าหรือเท่ากับ ค่าของโหนดลูก $N[2i]$, $N[2i+1]$

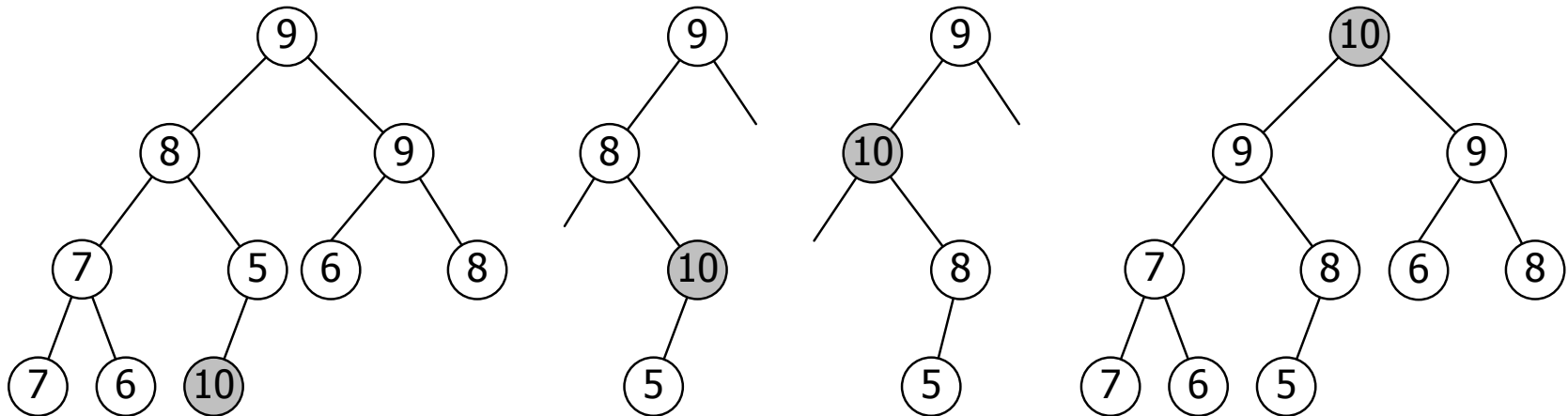


Insert node into heap

✚ การเพิ่มโหนดเข้าไปใน Heap

- นำโหนดใหม่ที่ต้องการเพิ่มไปสร้างเป็นโหนดสุดท้าย
- เปรียบเทียบค่าของโหนดใหม่กับโหนดที่อยู่ข้างบน ถ้ามีค่าน้อยกว่าให้หยุด แต่ถ้ามีค่ามากกว่า ให้สลับค่ากัน แล้วทำต่อขึ้นไปเรื่อยๆ

✚ Example เพิ่มโหนด 10 เข้าไปในฮีป

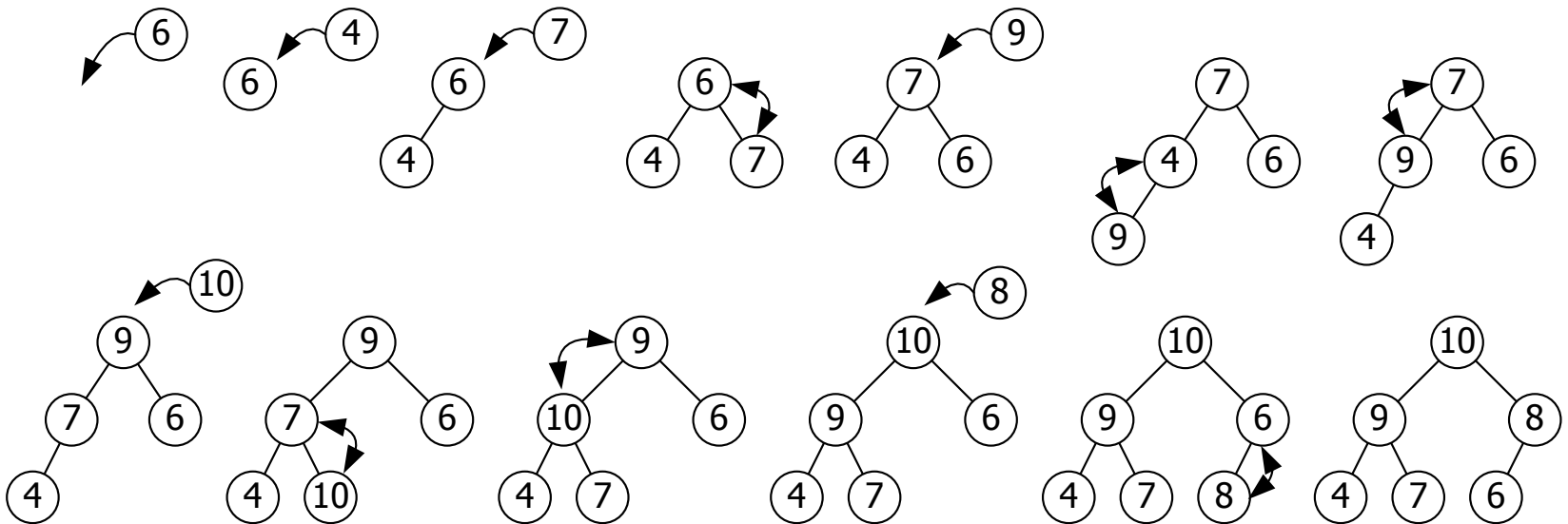


Constructing heap tree

✚ การสร้างต้นไม้แบบฮีป

- นำโหนดที่ต้องการมาเพิ่มเข้าไปในต้นไม้ แล้วเปรียบเทียบเพื่อสลับค่ากับโหนดที่อยู่ข้างบน(Parent) จนครบทุกโหนด

✚ Example สร้างฮีปด้วยข้อมูล 6 4 7 9 10 8

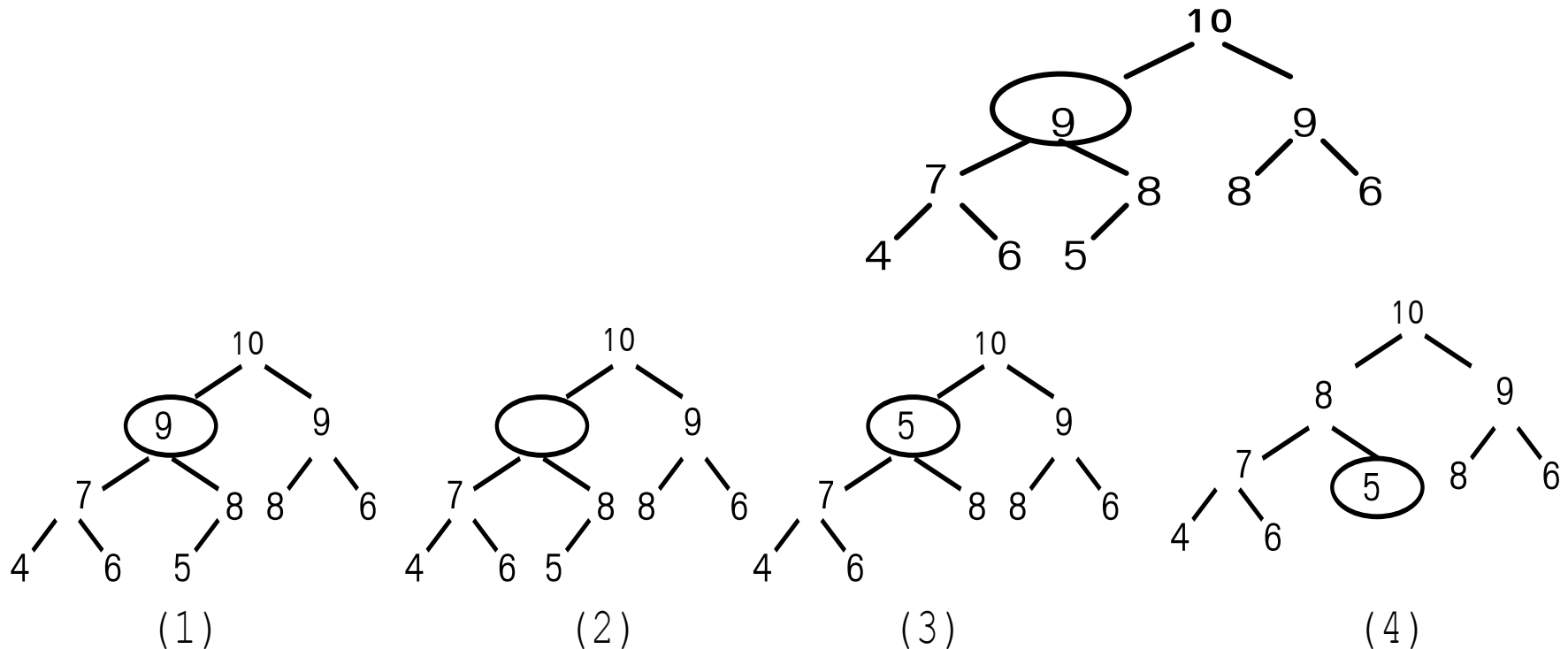


Delete node in heap tree

การลบโหนดออกจากฮีป

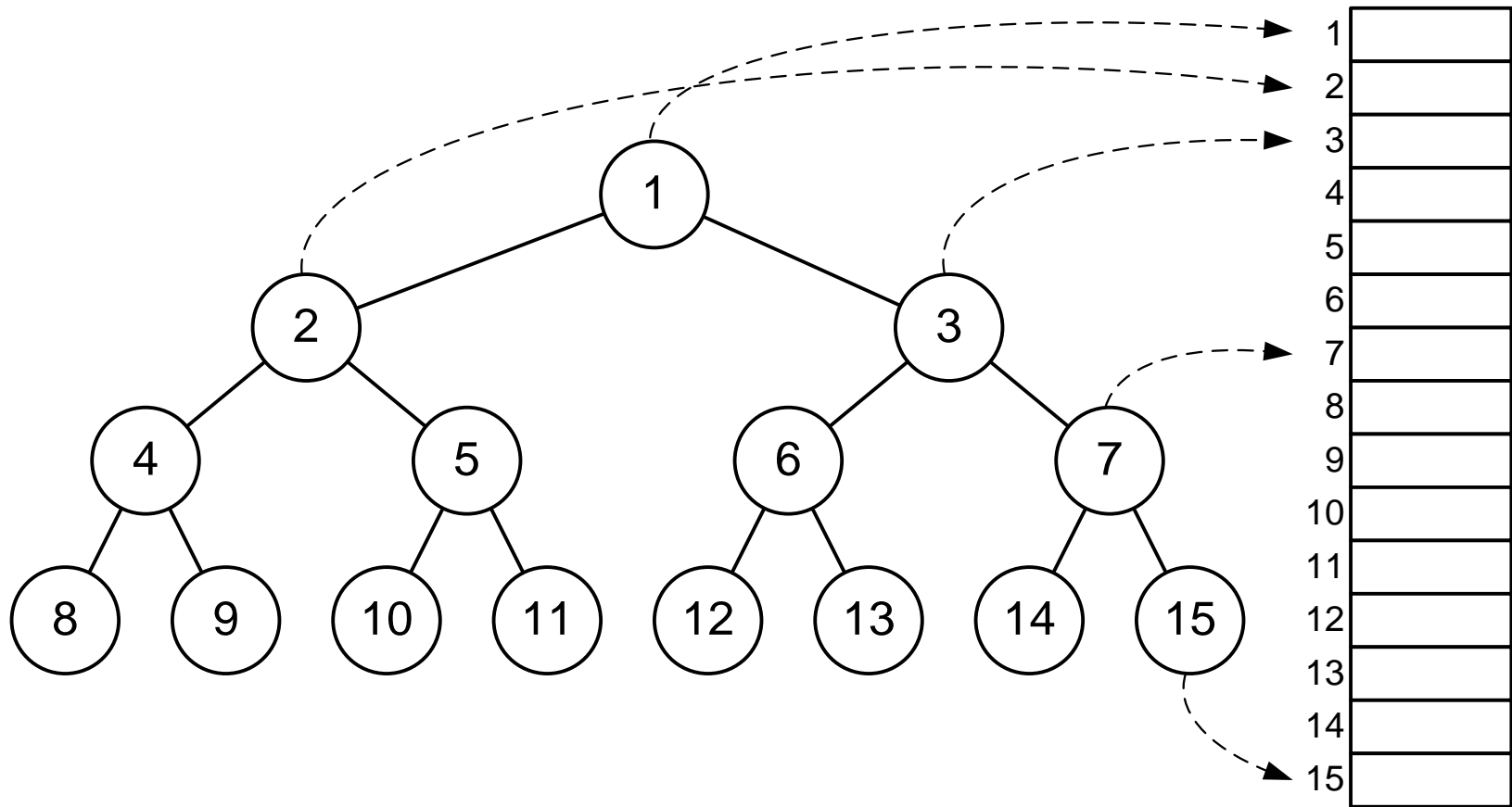
- นำค่าจากโหนดสุดท้ายมาแทนที่โหนดที่ต้องการลบ และลบโหนดสุดท้ายทิ้ง
- ปรับต้นไม้ที่โหนดนั้น ให้เป็นฮีปอีกครั้ง ด้วยการเปรียบเทียบค่าที่โหนดนั้น กับค่าของโหนดลูก เพื่อสลับตำแหน่งที่เหมาะสม เรียกวิธีการนี้ว่า Sift down

Example ลบโหนด 9 อันแรก ออกจากฮีป



Representation heap with memory array

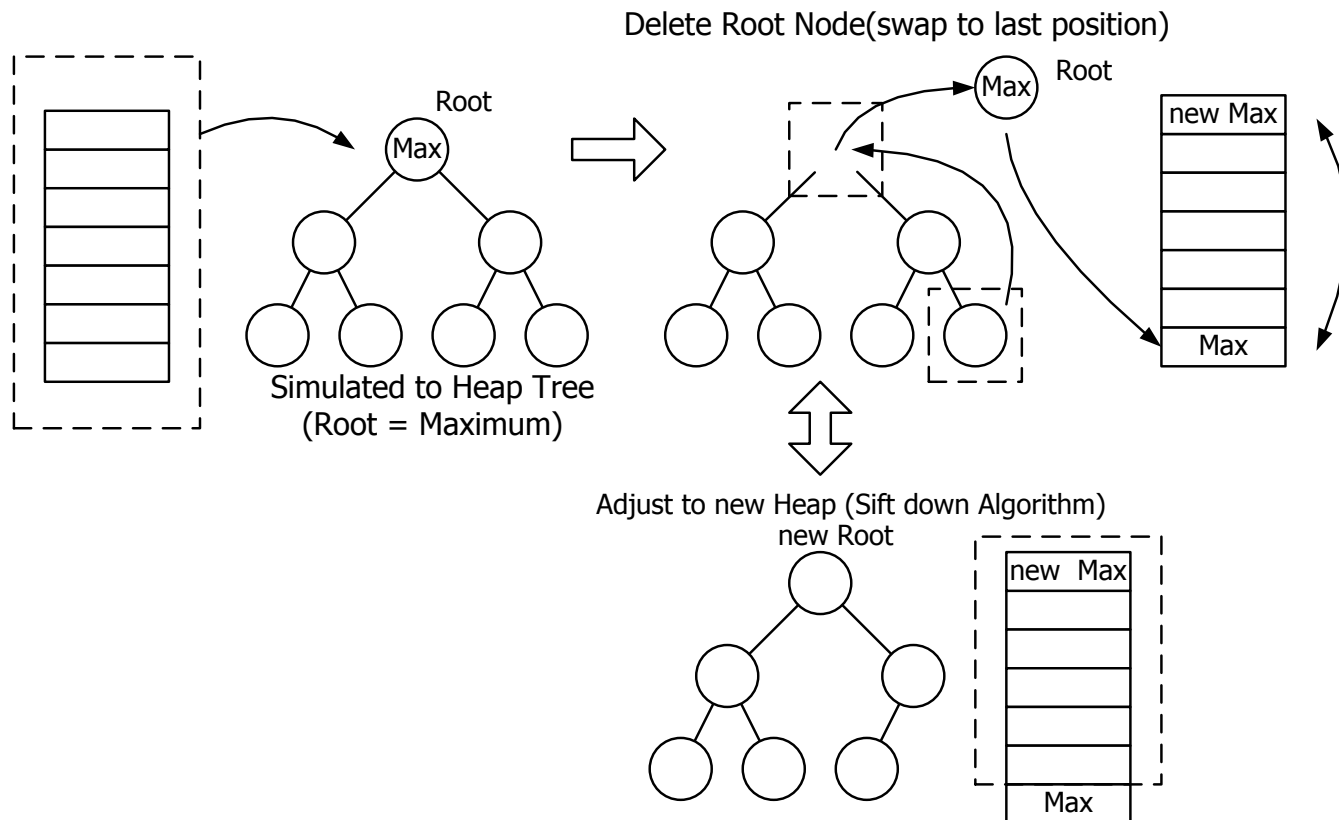
✚ การแทนที่ตำแหน่งของโหนดใน Complete Binary Tree โดยใช้อาร์เรย์



Heap Sort in memory array

✚ การเรียงลำดับข้อมูลในอาร์เรย์โดยใช้เทคนิคฮีป

- สมมุติค่าที่อยู่ในอาร์เรย์เป็นต้นไม้แบบฮีป
- ดึงค่าที่อยู่ใน root ไปเก็บไว้เป็นค่าที่เรียงลำดับแล้ว(Sorted Array)
- ปรับต้นไม้ที่เหลือให้เป็น heap แล้วเริ่มต้นใหม่ จนกว่าจะหมด



Algorithm Heap Sort

เรียงลำดับข้อมูลที่อยู่ในอาร์เรย์โดยใช้เทคนิค Heap Sort

1. สมมติอาร์เรย์เป็น Complete Binary Tree แล้วปรับย้ายตำแหน่งข้อมูลโดยการ sift down จนกระทั่งมีคุณสมบัติเป็น Heap Tree (*Make Heap*)

```
for (i = n/2; i >= 1; i--)  
    siftDown(i, n);
```

2. ดึง(ลบ)ข้อมูลที่ตำแหน่ง root node(ตำแหน่งแรก ซึ่งจะมีค่าข้อมูลสูงสุด)

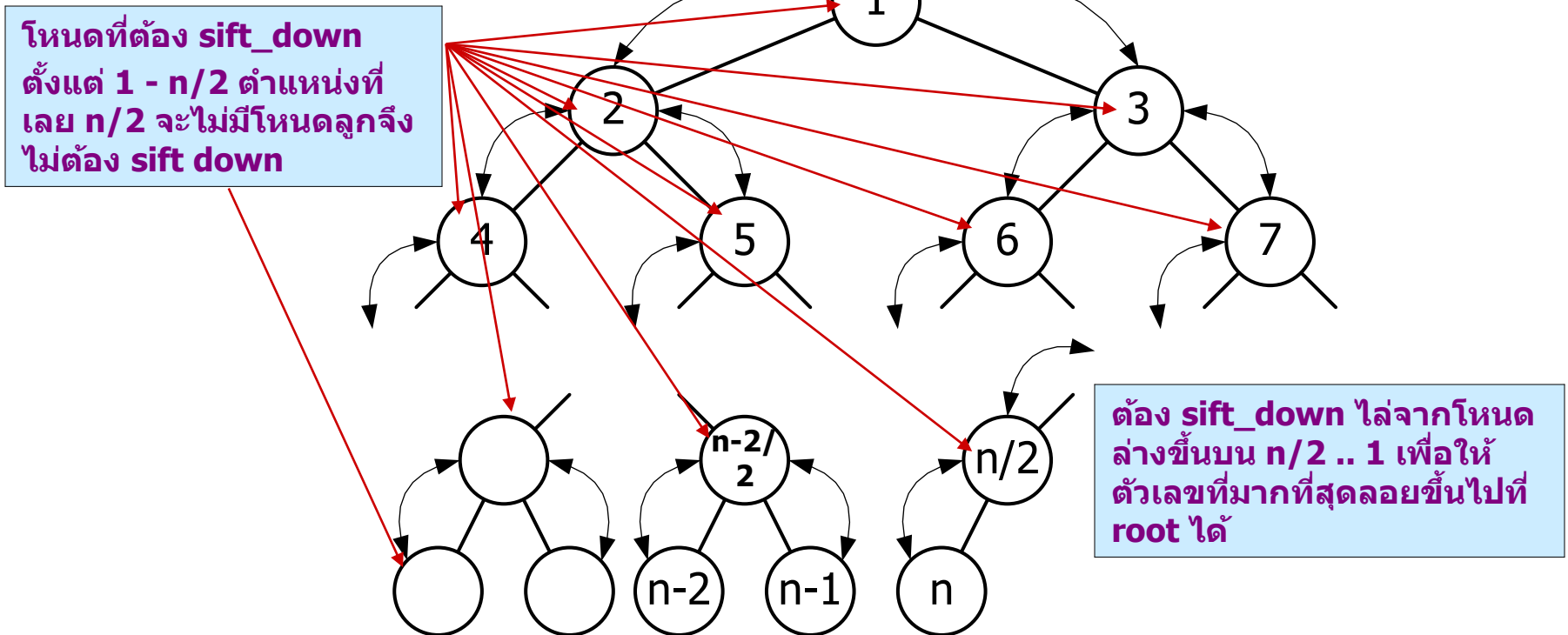
- สลับตำแหน่ง root กับตำแหน่งสุดท้าย (*Swap*) จะทำให้ตำแหน่งสุดท้ายเป็นข้อมูลที่มีค่ามากที่สุด
- ลดขนาดของ tree ลง 1 โหนด ทำให้ตำแหน่งสุดท้ายไม่อยู่ใน tree (ถือเป็นตำแหน่งที่เรียงลำดับแล้ว) แล้วปรับ tree ที่เหลือให้กลายเป็น Heap Tree ใหม่ (*ทำ Sift Down ใหม่*)

3. ทำซ้ำขั้นตอนที่ 2 จนกระทั่งสำเร็จ (*เหลือข้อมูลตัวเดียว*)

```
for (i = n; i > 1; i--)  
{ swap(i, 1);  
  siftDown(1, i-1); }
```


Make Heap

- ✚ การสร้าง heap tree ต้องทำให้โหนดบนมีค่ามากกว่าโหนดล่าง
 - ต้องสลับตัวเลขในโหนด(sift down) จากล่างขึ้นบนจนกว่าจะมีคุณสมบัติเป็น heap



```
for (i = n/2; i >= 1; i--)  
    siftDown(i, n);
```

Sift_down

✚ Sift_down data at position **i** to **n**

```
void swap(int i, int j)
```

```
{ long x ;
```

```
  x = data[i]; data[i] = data[j]; data[j] = x;
```

```
}
```

```
void siftDown( int i, int n)
```

```
{ int j, max;
```

```
  max = i; // j = i
```

```
  do { j = max; // j is parent
```

```
    if ( ( 2*j <= n ) && ( data[2*j] > data[max] ) )
```

```
      max = 2*j; // 2*j is left child
```

```
    if ( ( 2*j+1 <= n ) && ( data[2*j+1] > data[max] ) )
```

```
      max = 2*j+1; // 2*j+1 is right child
```

```
    if ( j != max) ←
```

```
      swap(j, max);
```

```
  } while ( j != max); // next heap ←
```

```
}
```

ใช้ max ในการจำตำแหน่งของโหนดลูกที่มีค่ามากที่สุด ระหว่าง j , $2*j$, $2*j+1$

ถ้าข้อมูลเก็บอยู่ที่ $[0]..[n-1]$

if (($2*j+1 \leq n$) && (data[$2*j+1$] > data[k]))

k = $2*j+1$;

if (($2*j+2 \leq n$) && (data[$2*j+2$] > data[k]))

k = $2*j+2$;

สลับตำแหน่ง บน-ล่าง

ถ้ายังมีการเลื่อนโหนดแสดงว่ายังไม่เป็น heap ให้กลับไปตรวจสอบใหม่

Remove Root to Sorted Array

- ✚ สลับข้อมูลตัวแรก(root) กับตัวสุดท้าย(เทียบได้กับการดึงข้อมูลตัวที่มีค่ามากที่สุดออกมาจากต้นไม้)

```
void swap(int i, int j)
{ ..... }
void siftDown(int i, int n)
{ ..... }
void heapSort ( ) //ข้อมูลอยู่ตำแหน่ง 0..count
{ int i ;
    for (i = count/2; i >= 1; i--) /* Make Heap */
        siftDown(i, count);
    for (i = count; i > 1; i--) /* Delete root */
    { swap(i, 1); /* Sort data[i] */
      siftDown(1, i-1); }
}
```

ถ้าข้อมูลเก็บอยู่ที่ [0]..[count-1]
for (i = count / 2; i >= 0; i--)
 siftDown(i, count-1);
for (i = count-1; i > 0; i--) {
 swap(i, 0);
 siftDown(0, i - 1);
}