



STATISTIKA LANJUT (TKEE176101)

HANUNG ADI NUGROHO

Department of Electrical and Information Engineering
Faculty of Engineering, Universitas Gadjah Mada



CHAPTER 5

EXPECTED VALUE

Expected Value

Dalam kehidupan sehari-hari, sering kali kita melakukan perkiraan terhadap suatu kasus.

Contoh kasus:

A local club plans to invest Rp. 10,000,000 to host a football game. Further, it expects to sell tickets worth Rp. 15,000,000. However, if it rains on the day of the game, then it won't sell any tickets and lose all the invested money. According to the weather forecast, there is a 20% possibility of [rain](#) on the day of the game. **Is this a good [investment](#)?**

STATISTIC dapat dimanfaatkan untuk menyelesaikan permasalahan seperti ini.
Kita dapat menggunakan teori **harapan matematis**.



Harapan matematis dapat memberikan pandangan luas secara cepat tentang karakteristik peubah acak tanpa perlu mengetahui variabel tersebut adalah diskret atau kontinyu.

Expected Value

Terdapat beberapa macam nilai harapan matematis yang dapat merepresentasikan data:



Mean



Varian



Deviasi Standar

Ketiganya dapat dilakukan pada variabel acak diskret ataupun variabel acak kontinyu

Expected Value

Terdapat beberapa macam nilai harapan matematis yang dapat merepresentasikan data:



Mean



online purchase



Expected value adalah adalah nilai rata-rata dari perulangan kejadian pada percobaan yang sama.

Misal:

Terdapat random variable X , maka nilai expected value dari X adalah rata-rata dari semua kemungkinan nilai yang dapat diambil oleh X dimana setiap nilai diberi bobot oleh probabilitas kemunculannya dalam eksperimen yang dilakukan.



Ada 2 kemungkinan:

1. Barang sesuai harapan
2. Barang tidak sesuai harapan

Expected value

Mean (Diskret)

Untuk **random variable diskret**, nilai harapan atau harapan matematika dapat dinyatakan sebagai **E(X)** yang didefinisikan sebagai berikut:

$$E(X) = \sum_{i=1}^n x_i p(x_i)$$

Contoh kasus:

A local club plans to invest Rp. 10,000,000 to host a football game. Further, it expects to sell tickets worth Rp. 15,000,000. However, if it rains on the day of the game, then it won't sell any tickets and lose all the invested money. According to the weather forecast, there is a 20% possibility of rain on the day of the game. **Is this a good investment?**

Outcome	+ Rp 5,000,000,- (not rain)	- Rp 10,000,000,- (rain)
Probability	0,80	0,20

$$\begin{aligned} E(X) &= 5,000,000 \times 0.8 - 10,000,000 \times 0.2 \\ E(X) &= 4,000,000 - 2,000,000 \\ E(X) &= \text{Rp. } 2,000,000,- \end{aligned}$$

Expected value

Mean (Kontinyu)


Untuk **random variable kontinyu**, nilai harapan atau harapan matematika dapat dinyatakan sebagai **E(X)** yang didefinisikan sebagai berikut:

$$E(X) = \int_a^b x f_x(x) dx \quad (a \leq X \leq b)$$

Contoh kasus:

Jika X adalah masa kerja baterai sebuah alat dan dinyatakan dalam fungsi PDF berikut, maka berapa lama masa kerja baterai tersebut akan berakhir? (satuan dalam jam)

$$f(x) = \begin{cases} \frac{20.000}{x^3} & x > 100 \\ 0, & elsewhere \end{cases}$$


$$E(x) = \int_{100}^{\infty} x \frac{20.000}{x^3} dx = \int_{100}^{\infty} \frac{20.000}{x^2} = 200$$

Artinya, baterai bisa bertahan hingga 200 jam

Expected Value

Terdapat beberapa macam nilai harapan matematis yang dapat merepresentasikan data:



Mean
Mean adalah ukuran penyebaran yang menunjukkan perbedaan/ simpangan antara nilai suatu random variable dengan rata-rata dari variabel tersebut.



Variance
Variance untuk random variable diskret:
$$\sigma_x^2 = E(X^2) - (E(X))^2$$



Variance untuk random variable kontinu:

$$\sigma_x^2 = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x) dx$$



Standard Deviation

Expected value

Varian

- Permintaan mingguan untuk air kemasan mineral, dalam ribuan liter, dari toko-toko kelontong, adalah continuous random variable X dgn **probability density function**

$$f(x) = \begin{cases} 2(x-1), & 1 < x < 2 \\ 0, & \text{elsewhere} \end{cases}$$

Tentukan **mean dan variance** dari X

Contoh soal

$$\begin{aligned} \mu = E(X) &= 2 \int_1^2 x(x-1)dx = \frac{5}{3} \\ E(X^2) &= 2 \int_1^2 x^2(x-1)dx = \frac{17}{6} \\ \sigma^2 &= \frac{17}{6} - \left(\frac{5}{3}\right)^2 = \frac{1}{18} \end{aligned}$$

Expected Value

Terdapat beberapa macam nilai harapan matematis yang dapat merepresentasikan data:



Deviasi standar merupakan ukuran yang menunjukkan simpangan pada semua nilai yang terdapat pada random variable terhadap reratanya.

Deviasi standar diukur dengan menghitung akar kuadrat dari varian.



Mean



Varian



Deviasi Standar

$$\sigma(X) = \sqrt{\text{Var}(X)}$$

Summary

Suppose that two teams play a series of games that end when one of them has won i games. Suppose that each game played is, independently, won by team A with probability p . Find the expected number of games that are played when $i = 2$. Also show that this number is maximized when $p = 1/2$.