

IMAGERIE NUMÉRIQUE

Filtrage spatial

- Non-linéaires : Statistiques
- Morphologique

Filtrage spatial non-linéaire

Filtrage non-linéaire

- Statistiques
- Hybrides

Filtrage morphologique

- Erode/Dilate
- Open/Close

EXERCICES

Filtres

Soient le filtre h et l'image $I(x,y)$ suivants:

Calculez le 'k' pour avoir un passe-bas avec gain unitaire pour les régions uniformes:

$$h(x, y) = \frac{1}{k} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$I(x, y) = \begin{bmatrix} 6 & 6 & 6 & 5 \\ 3 & 9 & 9 & 5 \\ 3 & 9 & 9 & 5 \\ 3 & 3 & 4 & 3 \end{bmatrix}$$

Filtres

Soient le filtre h et l'image $I(x,y)$ suivants:

- Calculez le résultat de l'image filtrée en utilisant une réflexion pour le traitement de bordures.

$$h(x, y) = \frac{1}{k} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$I(x, y) = \begin{bmatrix} 6 & 6 & 6 & 5 \\ 3 & 9 & 9 & 5 \\ 3 & 9 & 9 & 5 \\ 3 & 3 & 4 & 3 \end{bmatrix}$$

Filtres

Soient le filtre h et l'image $I(x,y)$ suivants:

- Calculez le résultat de l'image filtrée en utilisant une réflexion pour le traitement de bordures.

$$h = \frac{1}{16} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

Filtres

Soit l'image $I(x, y)$ suivante:

- Je veux trouver l'endroit dans l'image qui ressemble le plus à $p(x, y)$. Proposez une procédure.

$$p(x, y) = \begin{bmatrix} 5 & 6 & 7 \\ 5 & 6 & 7 \\ 6 & 7 & 8 \end{bmatrix}$$

$$I(x, y) = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 4 & 4 & 5 & 5 & 4 & 3 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 4 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 & 4 & 5 & 6 & 6 & 6 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 & 4 & 5 & 6 & 6 & 7 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 5 & 6 & 6 & 7 \\ 1 & 2 & 2 & 3 & 4 & 5 & 5 & 6 & 6 & 7 \\ 2 & 2 & 5 & 5 & 5 & 6 & 6 & 6 & 6 & 7 \\ 2 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 6 & 6 & 6 & 8 \\ 2 & 2 & 5 & 8 & 9 & 9 & 9 & 9 & 9 & 8 \\ 2 & 2 & 5 & 9 & 9 & 9 & 9 & 9 & 9 & 9 \end{bmatrix}$$

Filtres

Quel type de filtre utiliseriez-vous pour réduire du bruit blanc (i.e. répandu partout en fréquence)?

Quel type de filtre utiliseriez-vous pour détecter des contours.

Problèmes

Section II, 7.9

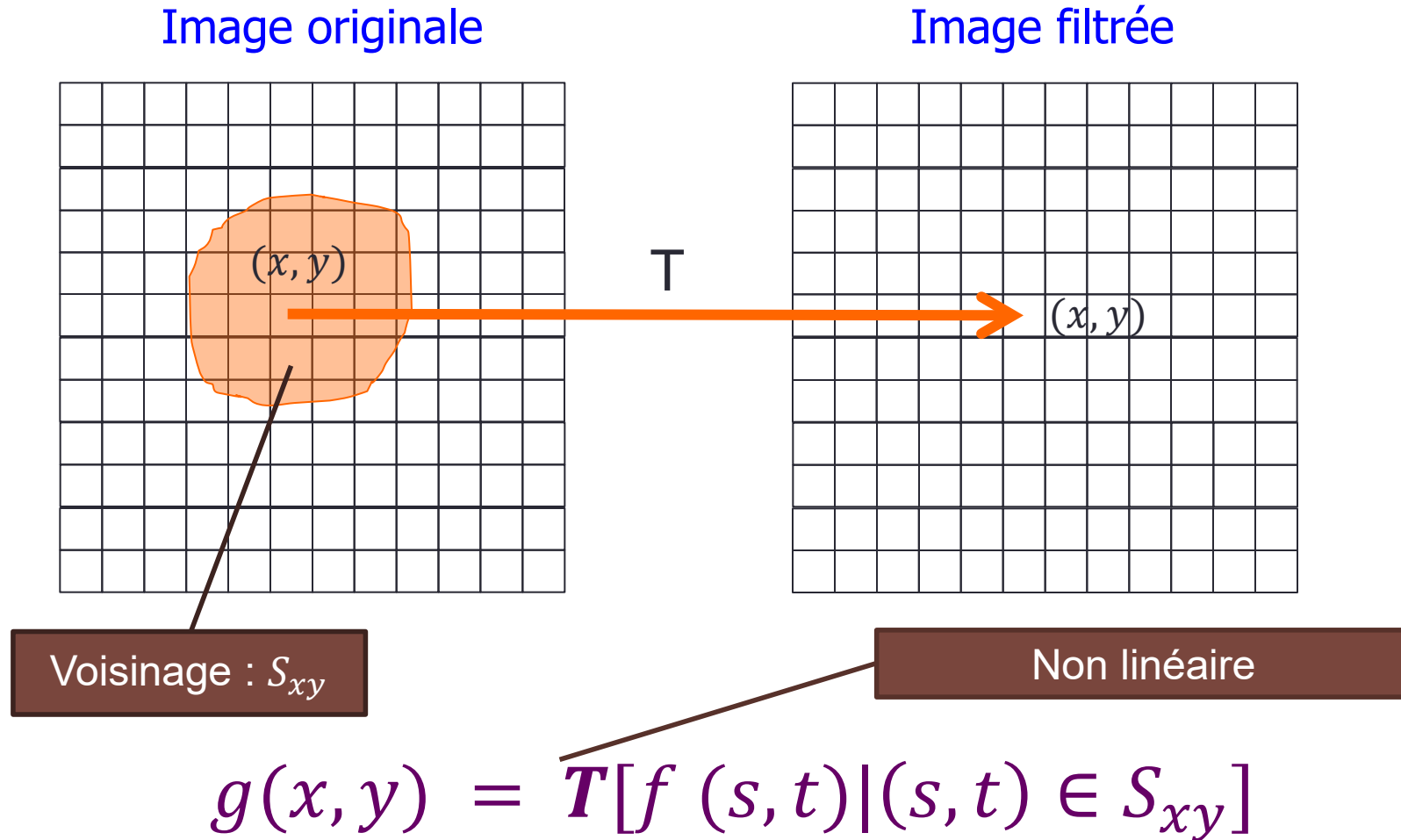
Soit:

- 176 177 172
- 174 2 170
- 171 172 170

Calculez la valeur centrale avec filtre de moyenne.

FILTRAGE NON-LINÉAIRE

Filtrage spatial



Filtrage non-linéaire

Quand la transformation T n'est pas linéaire

- Filtres d'ordre statistiques
- Filtres adaptatifs
- Filtres morphologiques

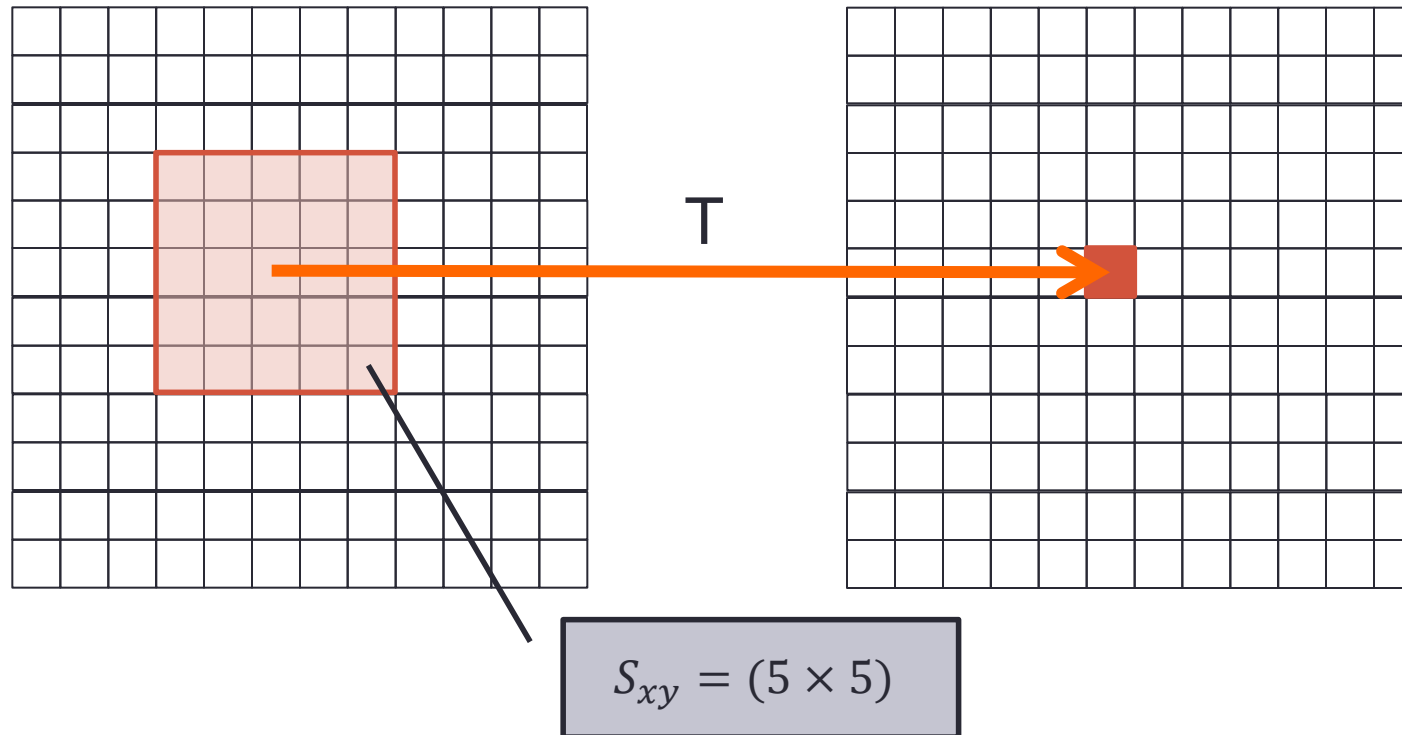
Fonction appliquée sur les pixels du voisinage (souvent rectangulaire)

- La fonction dépend de l'application

Filtrage spatial

Image originale : $f(x, y)$

Image filtrée : $g(x, y)$



$$g(x, y) = T[f(s, t) | (s, t) \in S_{xy}]$$

FILTRES D'ORDRE STATISTIQUE

Filtres d'ordre statistiques

Ce sont des filtres **non linéaires**

Étapes :

- On prend les voisins autour d'un pixel (voisinage)
- On les ordonne d'une certaine manière
- On choisit le pixel à afficher parmi cette liste ordonnée de voisins (ou une statistique donnée)

Cette opération **ne se fait pas sur place**, il faut une image de sortie.

Filtres d'ordre statistiques

Filtre Médian

- On ordonne les pixels du voisinage en ordre croissant de valeurs
- On choisit celui au milieu de la liste comme représentant.
 - Pour un voisinage $N \times N$, on choisit le ' $\text{Int}(N^2/2) + 1$ ' ième de la liste.
 - Ex. pour un voisinage 3×3 , on choisit le 5^{ème} de la liste.
- **Note**: La **médiane** et la **moyenne** sont deux concepts différents!

Filtres d'ordre statistiques

Filtre Médian

- Très commun!
- Utilisé pour réduire un type spécifique de bruit

$$f(x, y) = \underset{(s, t) \in S_{xy}}{\text{median}} (g(s, t))$$

Filtres d'ordre statistiques

Filtre Médian vs filtre gaussien

$$I(x, y) = \begin{bmatrix} 4 & 4 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 6 & 6 & 6 \end{bmatrix} \quad h(x, y) = \frac{1}{16} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

Filtrage gaussien : $(4+8+3+8+20+12+6+12+6)/16=4.94$

Filtrage médian : 4 4 3 4 5 6 6 6 6 ordonné est:

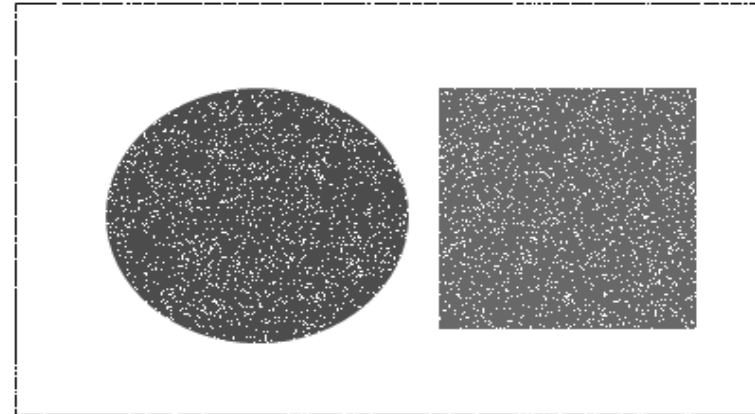
3 4 4 4 **5** 6 6 6 6. On choisit le 5^{ième}=5

Filtres Médian

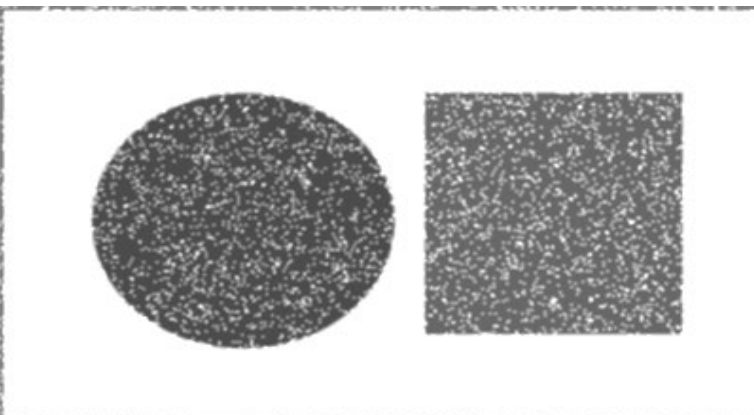
Image originale



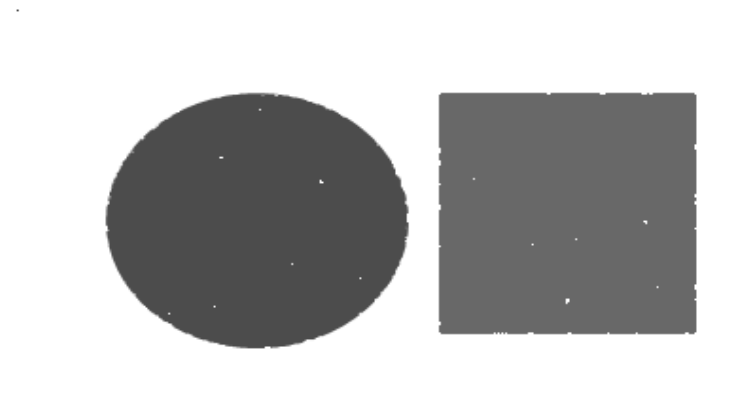
Image bruitée



Filtre PB gaussien (3×3)



Filtre médian



Filtre Médian

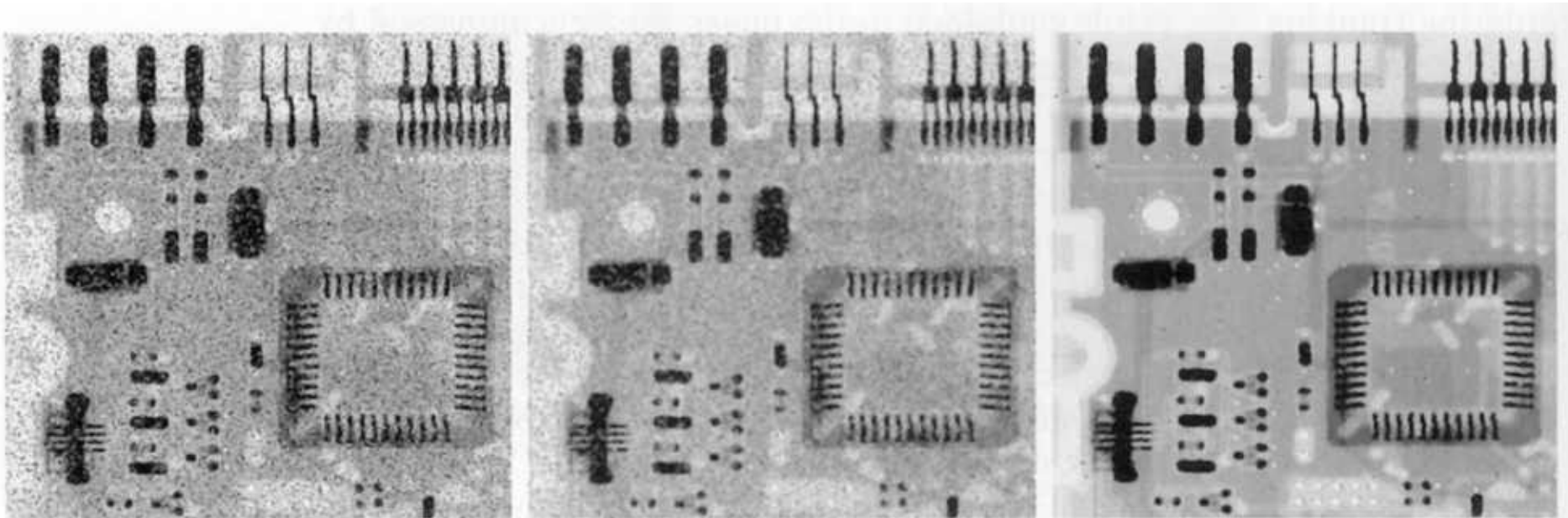
Image bruitée



Filtre médian



Médiane



a b c

FIGURE 3.37 (a) X-ray image of circuit board corrupted by salt-and-pepper noise. (b) Noise reduction with a 3×3 averaging mask. (c) Noise reduction with a 3×3 median filter. (Original image courtesy of Mr. Joseph E. Pascente, Lixi, Inc.)

Digital Image Processing, 2nd ed. Gonzalez & Woods, Prentice Hall, 2002.

Filtre Médian

Excellent pour éliminer du bruit **sel et poivre**

- Car il se débarrasse des pixels qui sont très différent des autres de la région en gardant la valeur du centre.
- Dépendance moins forte sur l'ensemble des échantillons
- Donc si le nombre de pixels bruités est assez faible on élimine le bruit.

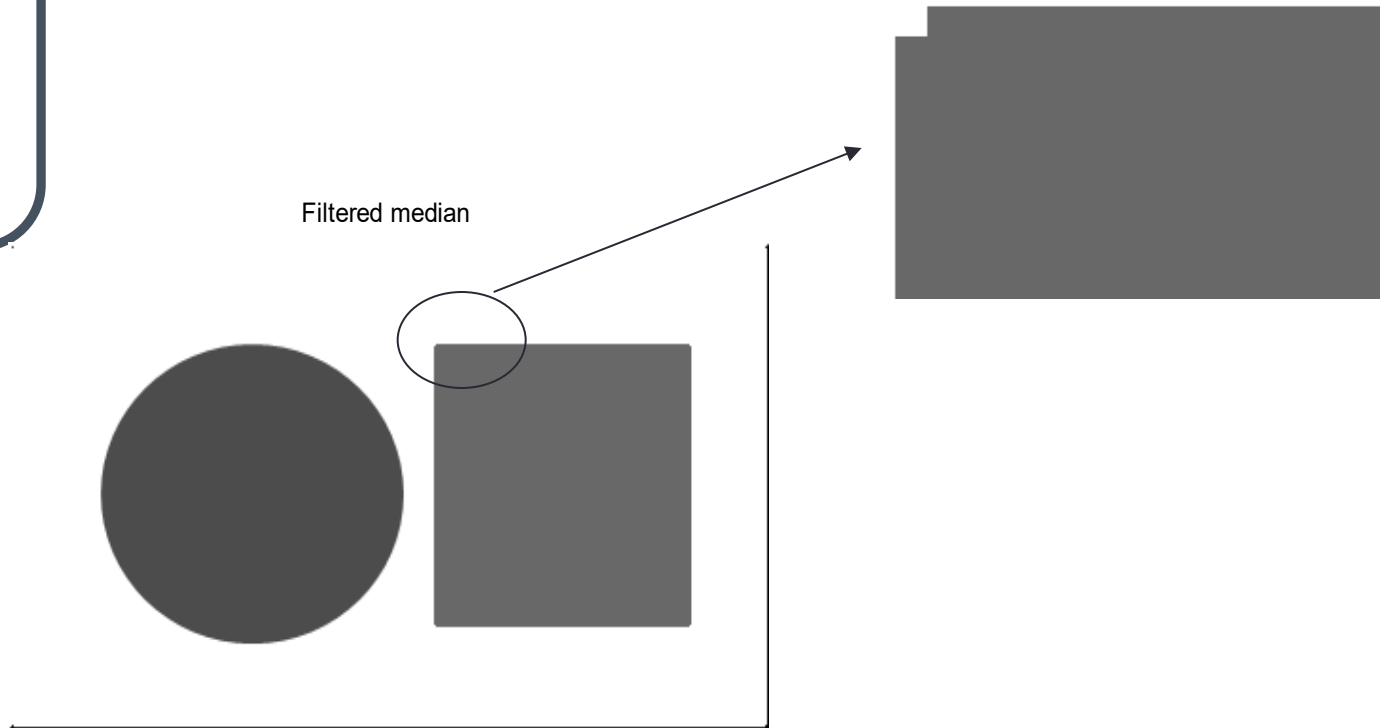
Filtre Médian

Excellent pour **éliminer du bruit sel et poivre**

- Mais **réduit les détails de l'image**
 - Tout détail qui occupe moins de la moitié du voisinage du filtre sera éliminé.
 - Ex. les coins des objets sont souvent érodés

Filtre Médian

Ex. coin érodé
du rectangle



PAUSE 15 MIN

Retour 14h45

Filtre Médian : Performance

Ordonner les valeurs est complexe surtout pour des voisinages grands.

- Importance de bien choisir l'algorithme de tri
 - Quicksort pour 5×5 et +
 - Tri insertion si 3×3 et –

Filtre Médian : Performance

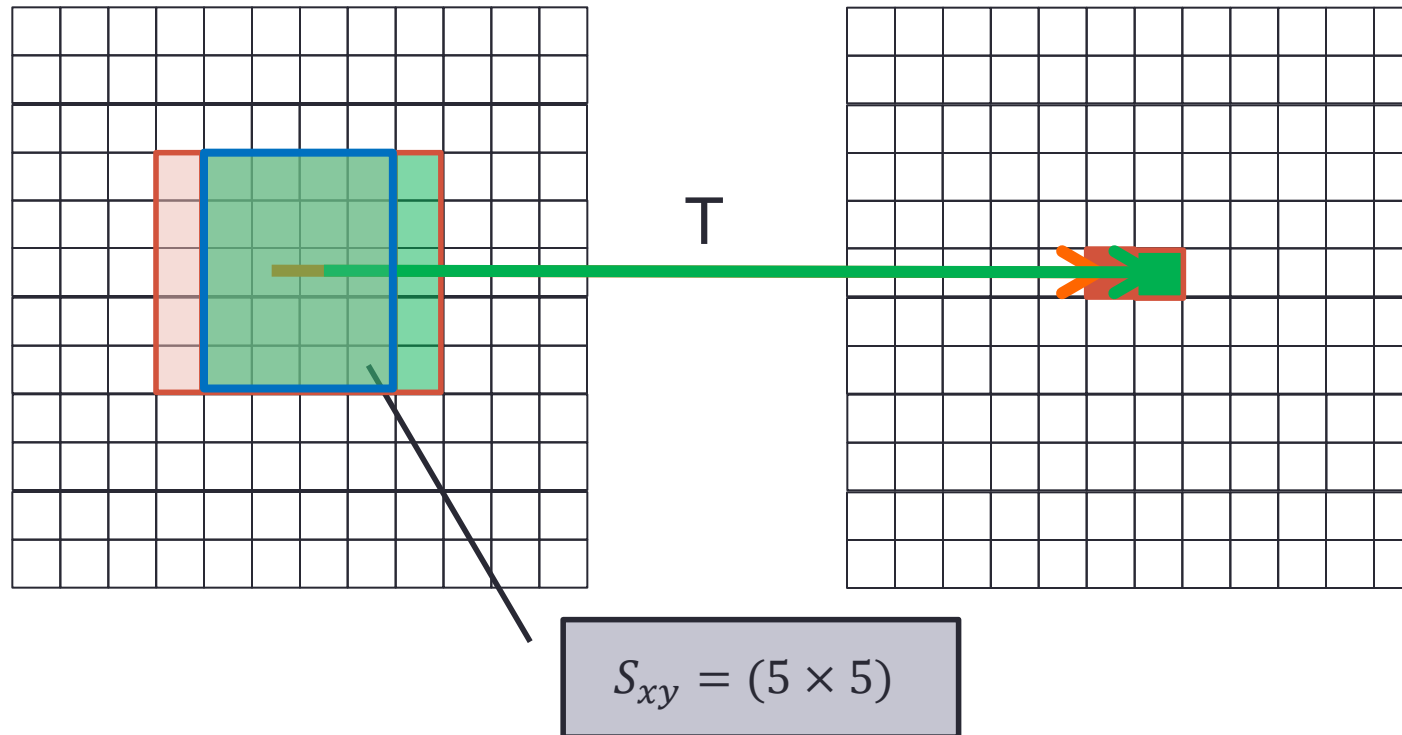
Ordonner les valeurs est complexe surtout pour des voisinages grands.

- On peut aussi choisir une méthode par histogramme (pour 5x5 et +):
 - Quand la fréquence cumulative dépasse la moitié on a la valeur médiane
 - On peut améliorer la performance en considérant le recouvrement entre voisinages de pixels adjacents.

Filtrage spatial

Image originale : $f(x, y)$

Image filtrée : $g(x, y)$

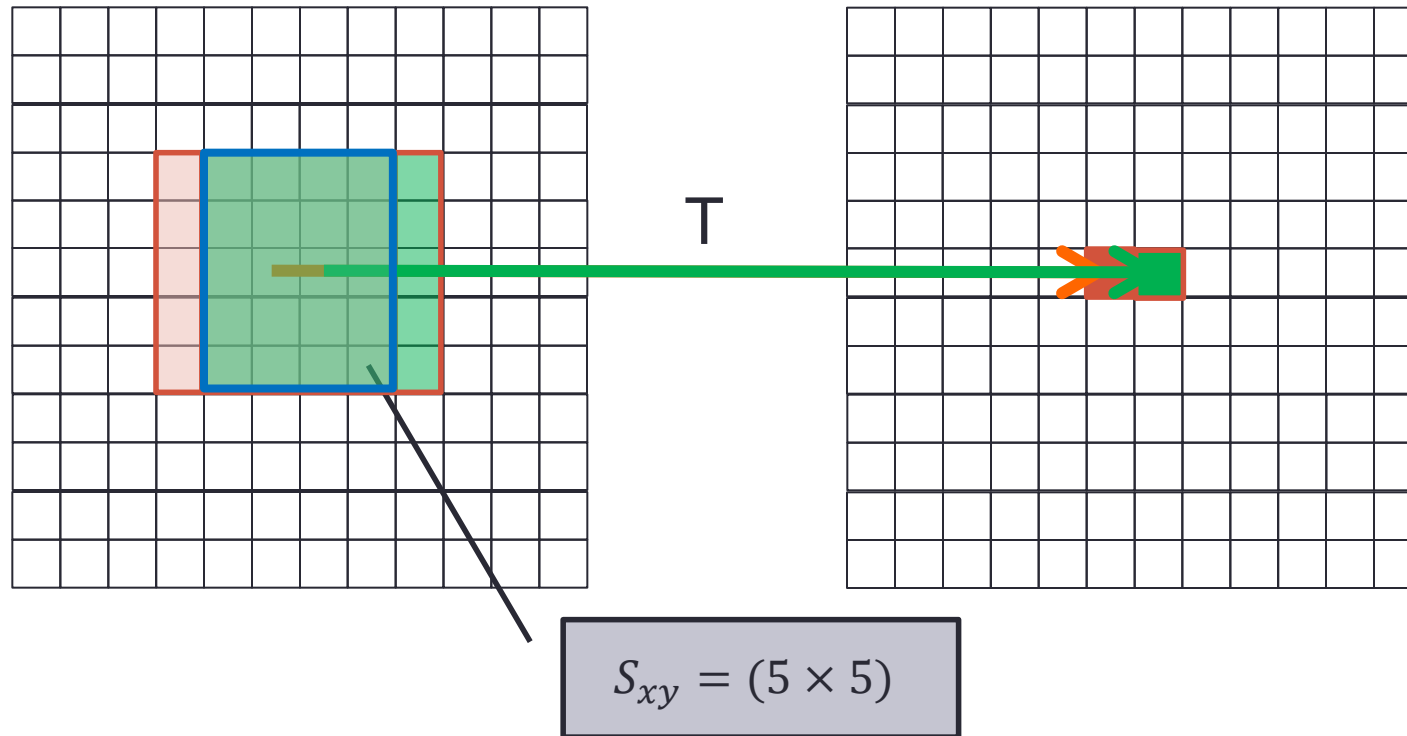


$$g(x, y) = T[f(s, t) | (s, t) \in S_{xy}]$$

Filtrage spatial

Image originale : $f(x, y)$

Image filtrée : $g(x, y)$



$$g(x + 1, y) = T[f(s, t) | (s, t) \in S_{(x+1)y}]$$

Filtres de max et min

Filtre max

- Rehausse les régions les plus brillantes

$$f(x, y) = \max_{(s, t) \in S_{xy}} (g(s, t))$$

Filtre min

- Rehausse les régions les plus sombres

$$f(x, y) = \min_{(s, t) \in S_{xy}} (g(s, t))$$

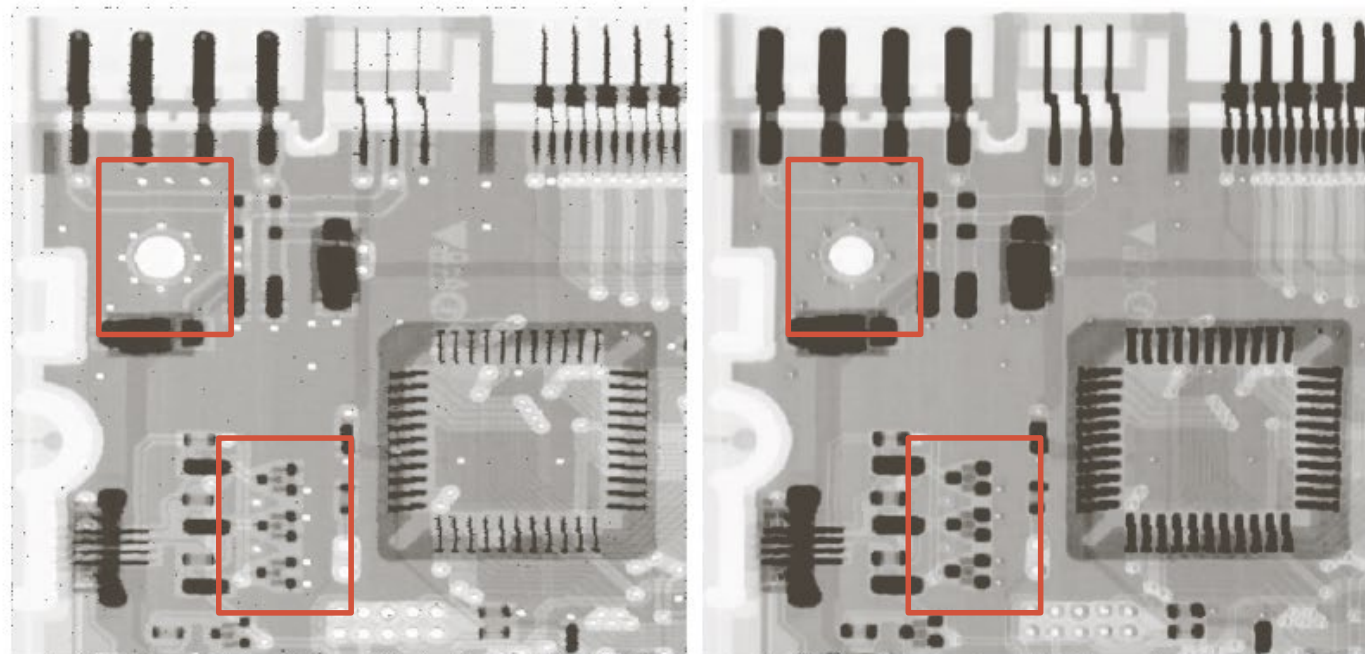
Filtres de max et min

a b

FIGURE 5.11

(a) Result of filtering

Fig. 5.8(a) with a max filter of size 3×3 . (b) Result of filtering 5.8(b) with a min filter of the same size.



Digital Image Processing, 2nd ed. Gonzalez & Woods, Prentice Hall, 2002.

FILTRES HYBRIDES ET ADAPTATIFS

Filtres Hybrides

Filtre point milieu

- Réduit le bruit aléatoire gaussien ou uniforme
- Combine la moyenne et les filtres statistiques
- Filtre de lissage (passe-bas)

$$f(x, y) = \frac{1}{2} \left[\max_{(s,t) \in S_{xy}} (g(s, t)) + \min_{(s,t) \in S_{xy}} (g(s, t)) \right]$$

Filtres Hybrides

α -trimmed mean filter

- On ordonne les valeurs
- On élimine α valeurs ($\alpha/2$ au début et $\alpha/2$ à la fin)
- On calcule la moyenne des éléments restant (g_r)
- Bon pour réduire bruits combinés

$$f(x, y) = \frac{1}{MN - \alpha} \sum_{(s, t) \in S_{xy}} g_r(s, t)$$

Range filter : Détection de contour

Le pixel de sortie est la **différence entre la valeur** maximale et la valeur minimale du voisinage.

Il s'agit donc d'un détecteur de contour omnidirectionnel

- Pas très efficace surtout si voisinage large.

$$I_o(x) = \left(\max_{y \in \Omega_x} (I(y)) - \min_{y \in \Omega_x} (I(y)) \right)$$

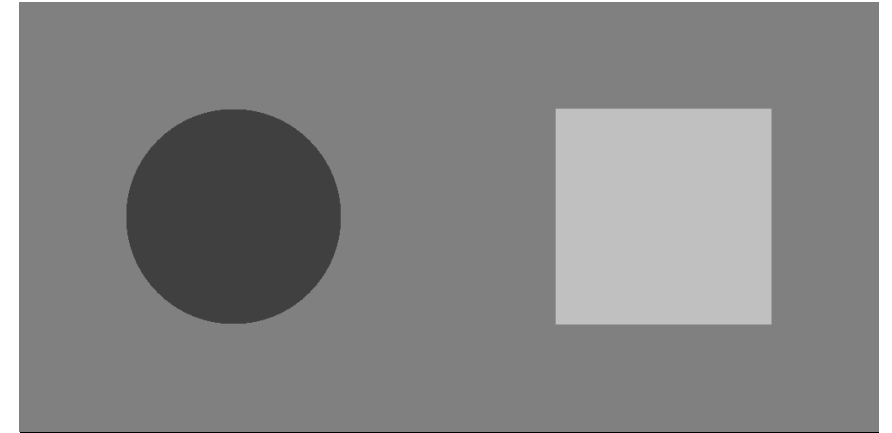
Range filter : Détection de contour

Le pixel de sortie est la **différence** entre la **valeur** maximale et la valeur minimale du voisinage.

Il s'agit donc d'un détecteur de contour omnidirectionnel

- Pas très efficace surtout si voisinage large.

7x7



3x3

Range filter : Détection de contour

Le pixel de sortie est la **différence** entre la **valeur** maximale et la valeur minimale du voisinage.

Il s'agit donc d'un **détecteur de contour omnidirectionnel**

- Pas très efficace surtout si voisinage large.

7x7



3x3

Filtres Adaptatifs

Filtres dont le traitement peut changer avec la position

- Ex. filtre linéaire dont les coefficients des filtres changent avec la position.
- Pour s'adapter aux propriétés de l'image (ex. niveau de bruit, contours, texture)

Filtre bilatéral : Lissage

Filtre qui tient compte non seulement de la **proximité spatiale** des pixels, mais aussi de la **similarité en valeurs**

- Ex. filtre bilatéral (lissage préservant les contours)

$$I_o(x) = \frac{1}{W_p} \int_{y \in \Omega_x} I(y) f(\|I(y) - I(x)\|) g(\|y - x\|) dy$$

Distance en intensité Distance en position

$$W_p = \int_{y \in \Omega_x} f(\|I(y) - I(x)\|) g(\|y - x\|) dy$$

$$w(i, j, k, l) = \exp \left(-\frac{(i - k)^2 + (j - l)^2}{2\sigma_d^2} - \frac{\|I(i, j) - I(k, l)\|^2}{2\sigma_r^2} \right),$$

Range filter : Lissage

Filtre bilatéral



FILTRAGE MORPHOLOGIQUE

Filtrage morphologique

Utilisé pour traiter les images en tenant compte de la forme des objets

- La morphologie étudie la forme et la structure (biologie)
- La théorie mathématique pour le supporter et celle des ensembles
- Une façon d'extraire de caractéristiques pour la représentation des régions : bordure, squelette, enveloppe convexe (convex hull), etc.

Filtrage morphologique

Images décrites par la position de pixels blancs (**images binaires**)

- **Ensemble A** : tous les pixels blancs de l'image

$$A = \{ (x, y) \in Z^2 \mid g(x, y) = 1 \}$$

Concepts de base

Deux concepts essentiels

- Réflexion :

$$\hat{B} = \{w | w = -b, \forall b \in B\}$$

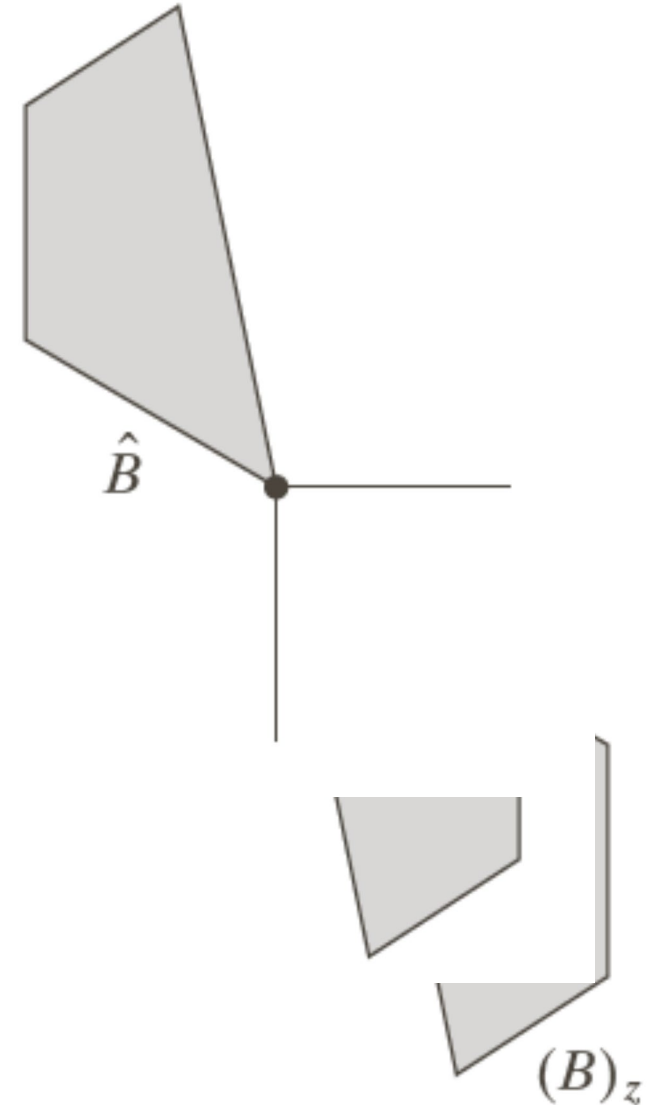
- Translation par un point $z = (z_1, z_2)$:

$$(B)_z = \{c | c = b + z, \forall b \in B\}$$

Concepts de base

Deux concepts essentiels

- Réflexion
- Translation



Réflexion et translation d'un ensemble

Digital Image Processing, 2nd ed. Gonzalez & Woods, Prentice Hall, 2002.

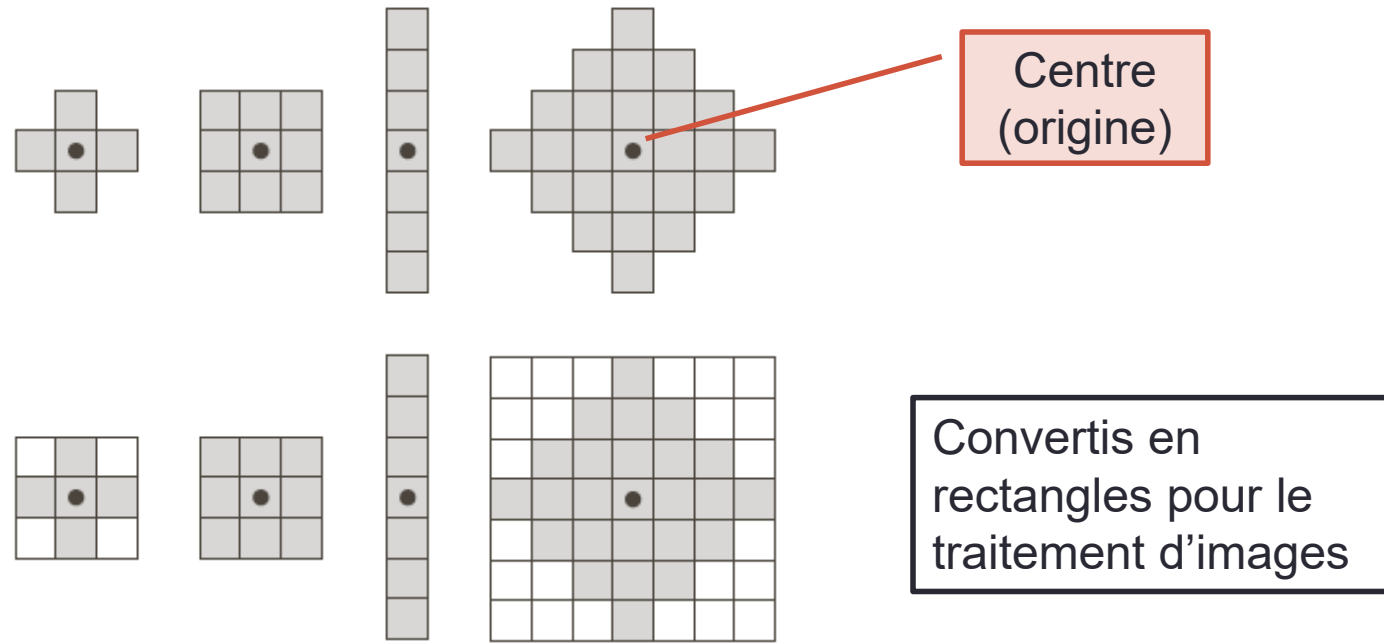
Concepts de base

Élément structurant

- « structuring elements (SEs) »
- Petite image (ensemble de points)
- Utilisé pour tester des propriétés des images (ensemble de points)
- Convertis en éléments rectangulaires pour le traitement d'images

Concepts de base

Élément structurant



Digital Image Processing, 2nd ed. Gonzalez & Woods, Prentice Hall, 2002.

Filtrage morphologique

Processus (filtrage)

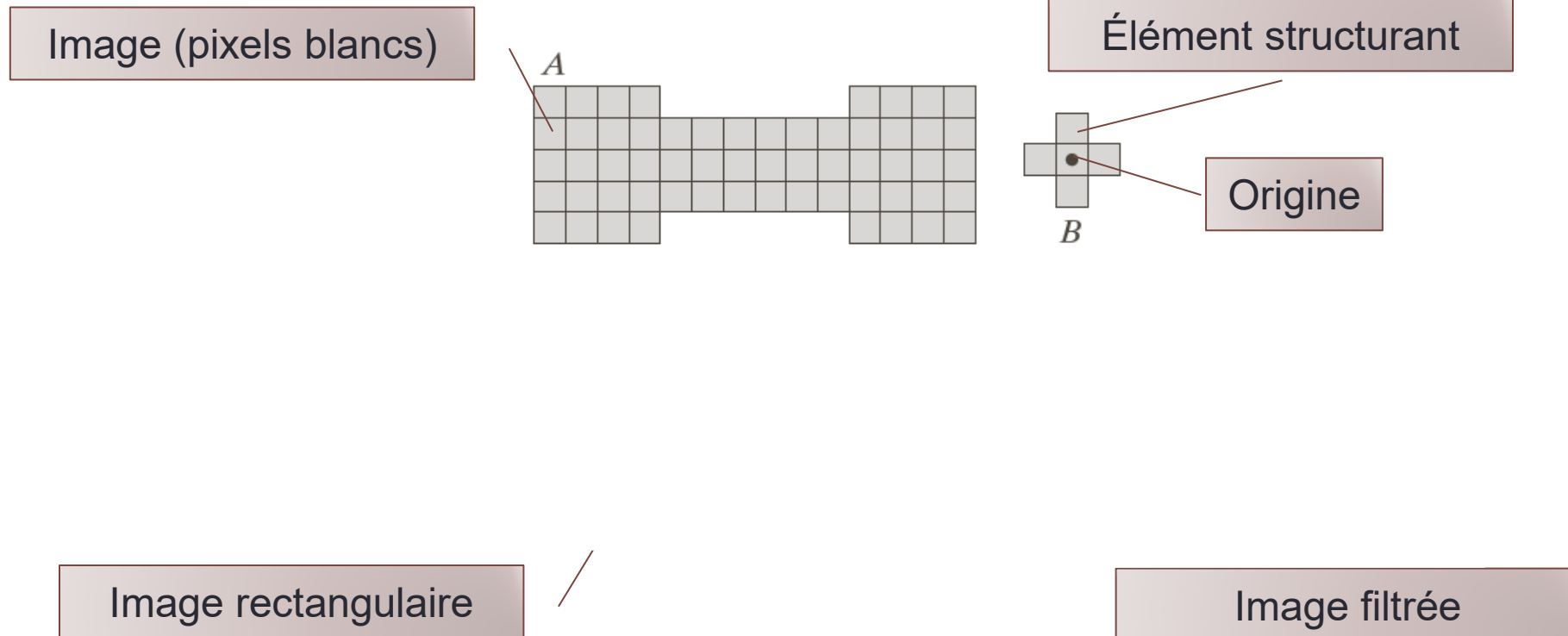
- Définir l'image comme un ensemble de points
- Remplir la bordure pour assurer que le SE peut parcourir tous les éléments de l'image (pixels)
- Pour chaque pixel de l'image appliquer le SE pour obtenir une réponse
- Création d'un nouvel ensemble (image) avec les réponses

NOTE : Ne peut pas se faire sur place

Filtrage morphologique

Processus (filtrage)

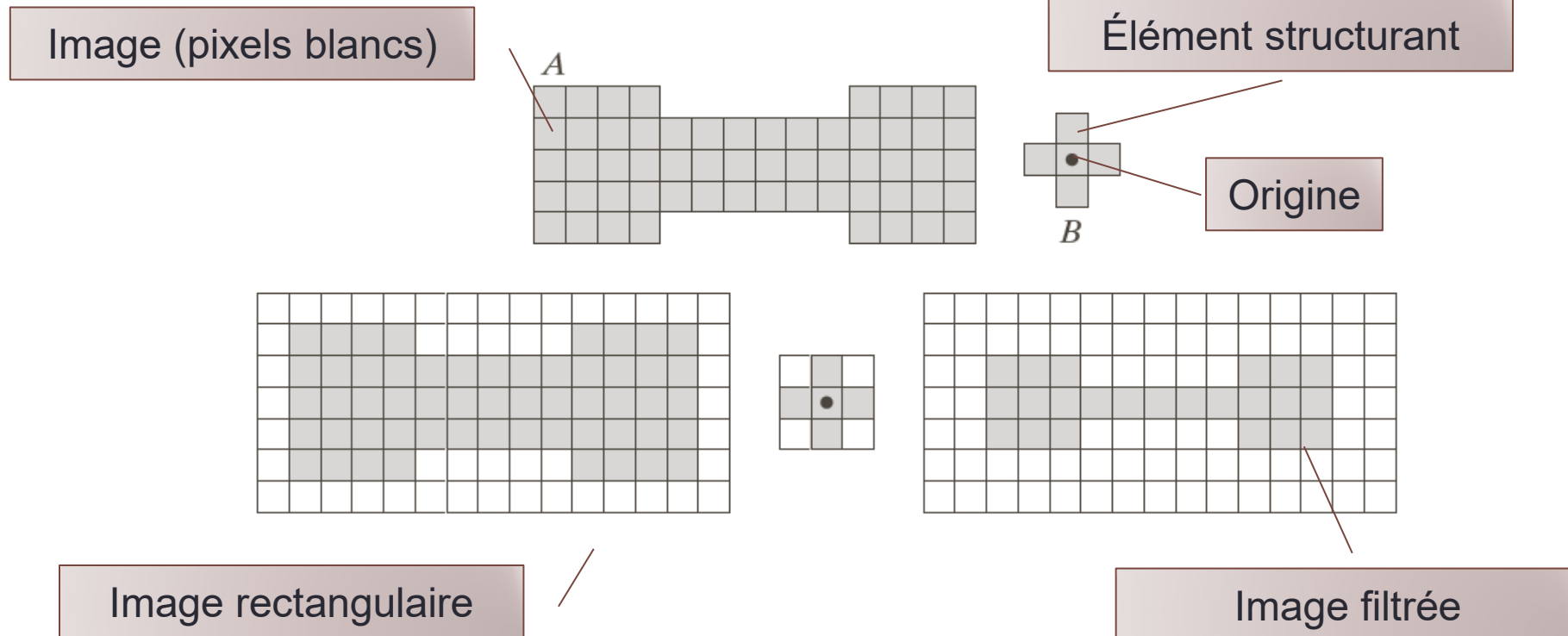
Digital Image Processing, 2nd ed. Gonzalez & Woods, Prentice Hall, 2002.



Filtrage morphologique

Processus (filtrage)

Digital Image Processing, 2nd ed. Gonzalez & Woods, Prentice Hall, 2002.



Opérations de base

Deux opérations sont à la base du filtrage morphologique

- **Érosion** (erosion)
 - Filtrer l'image avec l'élément structurant et garder les pixels pour lesquels le SE est **complètement contenu** dans l'image (AND)
- **Dilatation** (dilation)
 - Filtrer l'image avec l'élément structurant et garder les pixels pour lesquels le SE **touche l'image au moins à un point** (OR)

Opérations de base : Érosion

Érosion

- Image A (binaire $p(x, y) \in [0,1]$)
- Élément structurant (SE) B (binaire, $b(u, v) \in [0,1]$)
- Si l'élément structurant est complètement contenu dans l'image, réponse positive

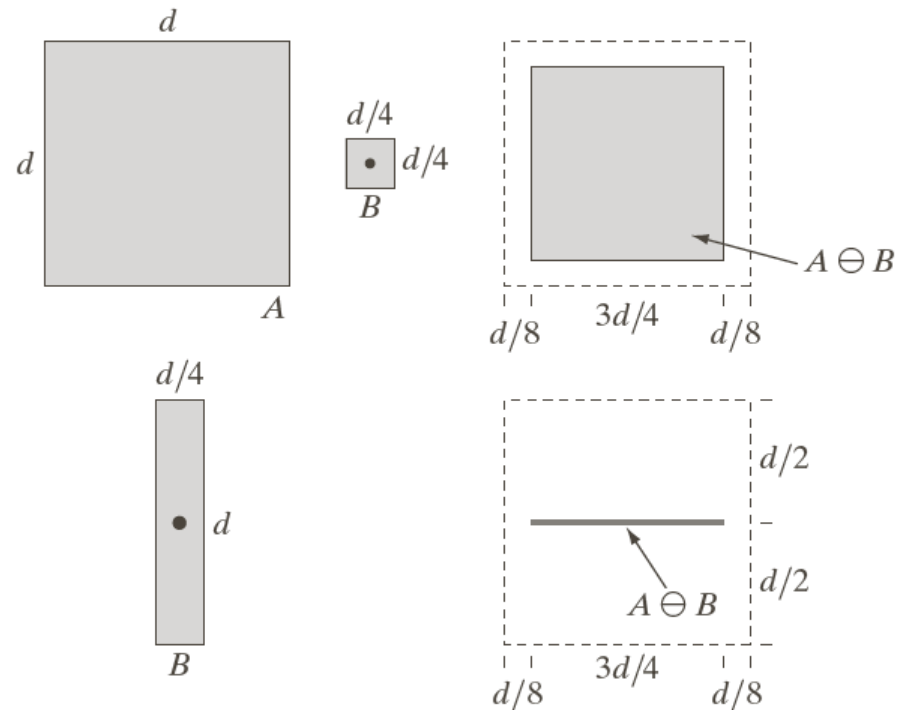
$$A \ominus B = \{z | (B)_z \subseteq A\}$$



Digital Image Processing, 2nd ed. Gonzalez & Woods, Prentice Hall, 2002.

Opérations de base : Érosion

Érosion



En fonction de la forme du SE l'érosion donne des résultats différents.

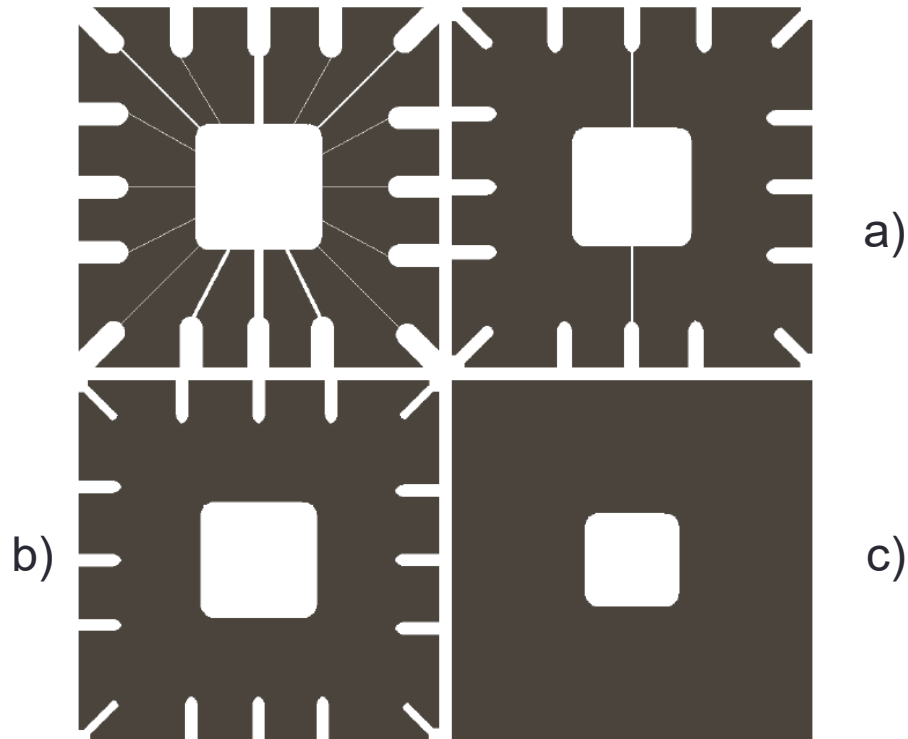
PAUSE 15 MIN

Retour 16h00

Opérations de base : Érosion

Érosion : Application

- Élimination de composantes dans l'image



- Image de taille 486×486
- Élément structurant carré de taille :
 - a) 11×11
 - b) 15×15
 - c) 45×45

Digital Image Processing, 2nd ed. Gonzalez & Woods, Prentice Hall, 2002.

Opérations de base : Dilatation

Dilatation

- Image A (binaire $p(x, y) \in [0,1]$)
- Élément structurant (SE) B (binaire, $b(u, v) \in [0,1]$)
- Si l'élément structurant touche au moins un pixel de l'image, réponse positive

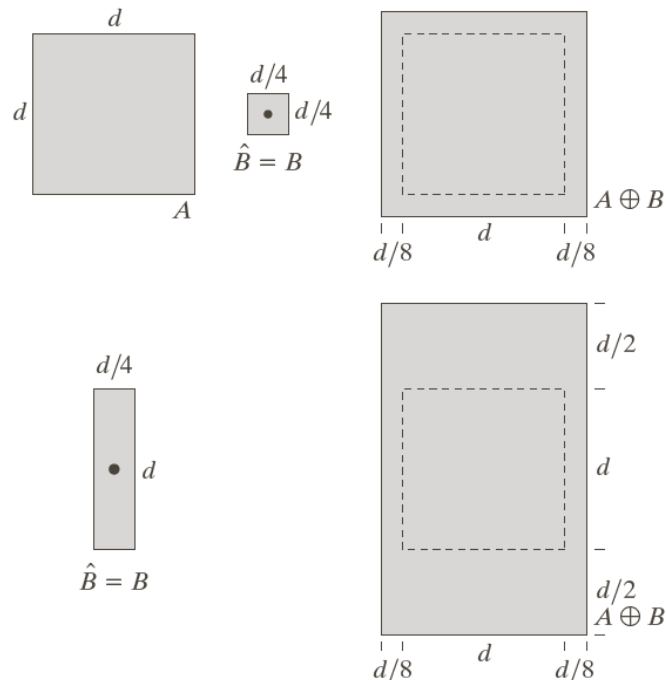
$$A \oplus B = \{z | (\hat{B})_z \cap A \neq \emptyset\}$$



Digital Image Processing, 2nd ed. Gonzalez & Woods, Prentice Hall, 2002.

Opérations de base : Dilatation

Dilatation

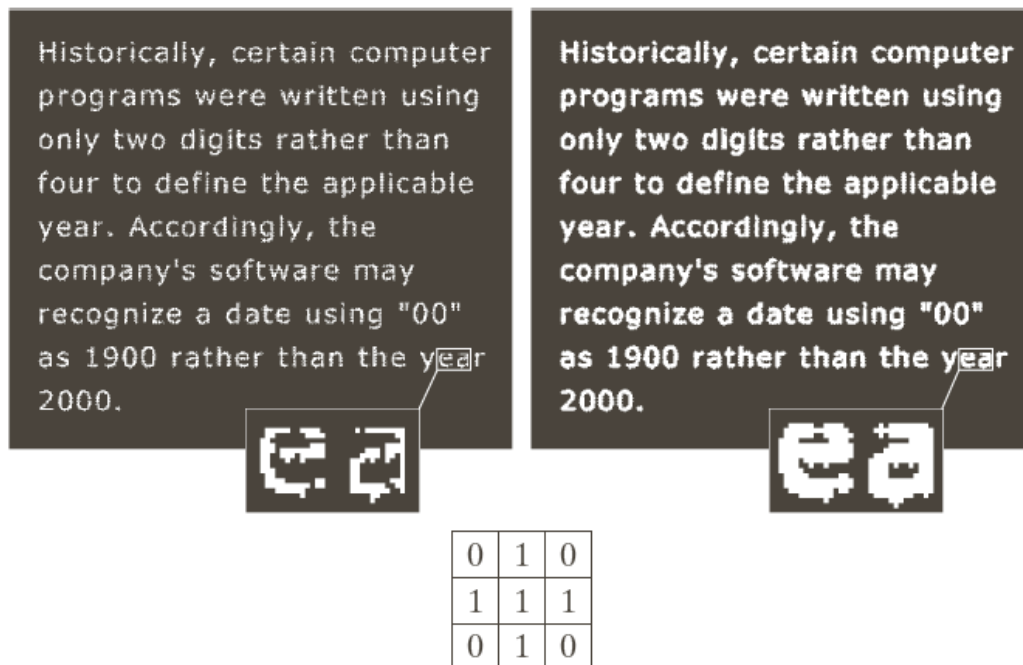


En fonction de la forme du SE la dilatation donne des résultats différents.

Opérations de base : Dilatation

Dilatation : Application

- Remplissage de trous dans les images, connexion de segments



- De lettres casées
- Élément structurant en croix de taille 3×3
- Les trous dans les lettres sont remplis

Opérations

Ouverture (opening)

- Élimine les petits détails et arrondi les frontières (convexes)

$$A \circ B = (A \ominus B) \oplus B$$

Fermeture (closing)

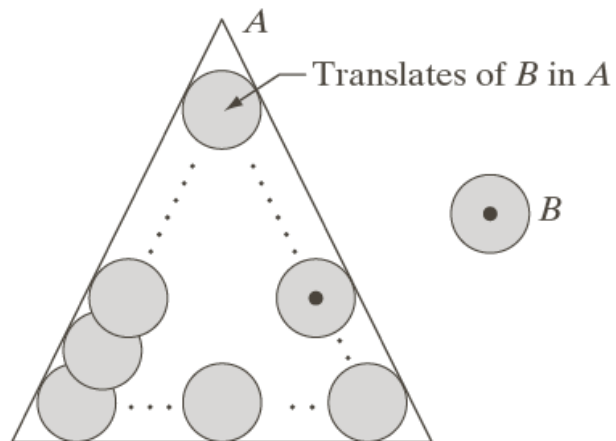
- Rempli de petites régions et arrondi les frontières (concaves)

$$A \bullet B = (A \oplus B) \ominus B$$

Opérations : Ouverture

Ouverture (opening)

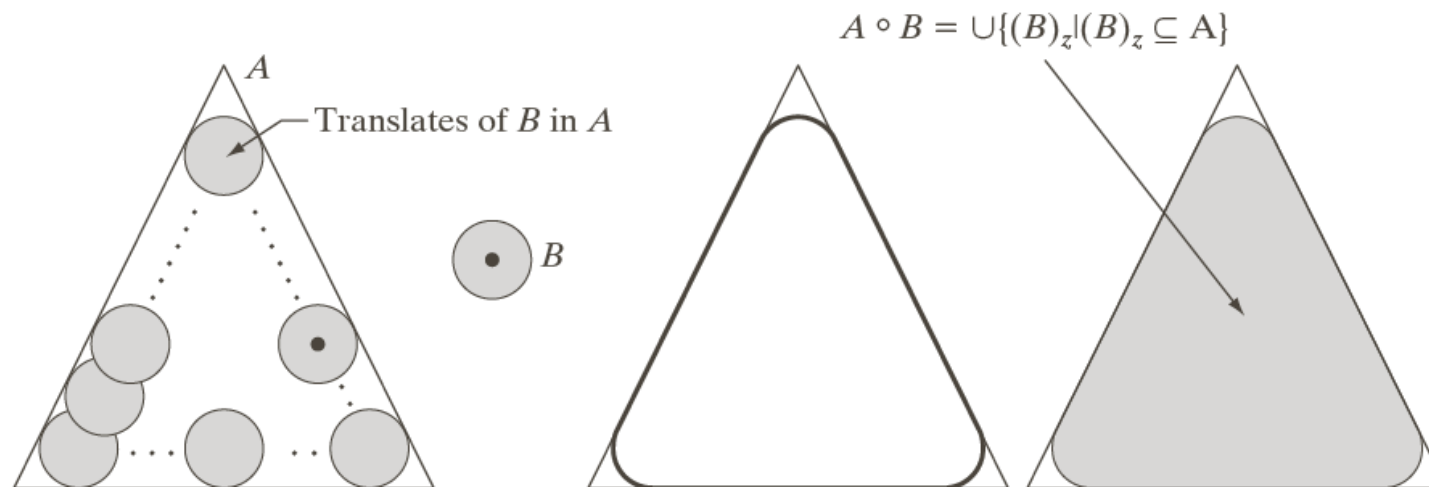
$$A \circ B = (A \ominus B) \oplus B$$



Opérations : Ouverture

Ouverture (opening)

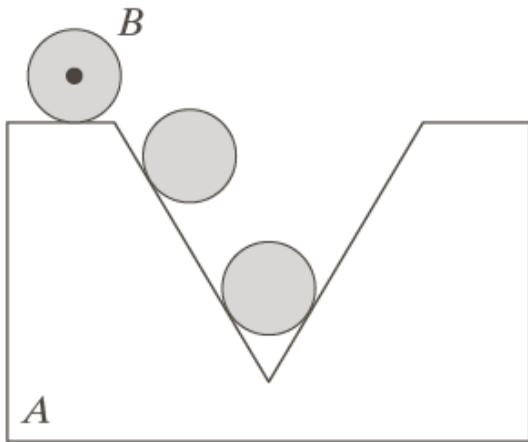
$$A \circ B = (A \ominus B) \oplus B$$



Opérations : Fermeture

Fermeture (closing)

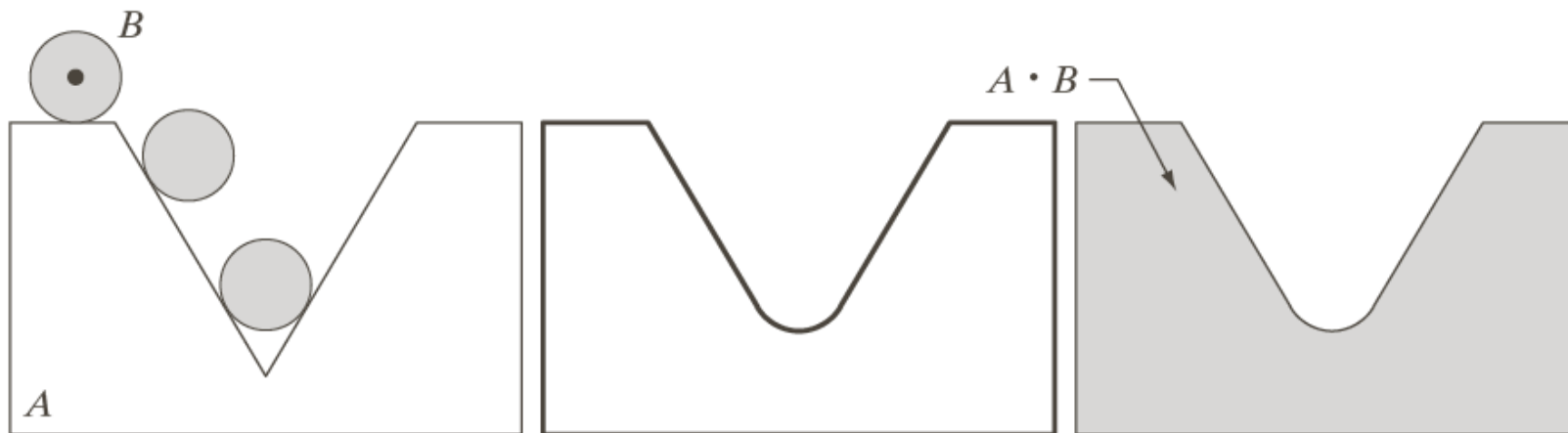
$$A \bullet B = (A \oplus B) \ominus B$$



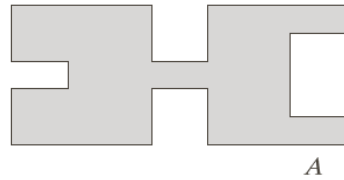
Opérations : Fermeture

Fermeture (closing)

$$A \bullet B = (A \oplus B) \ominus B$$

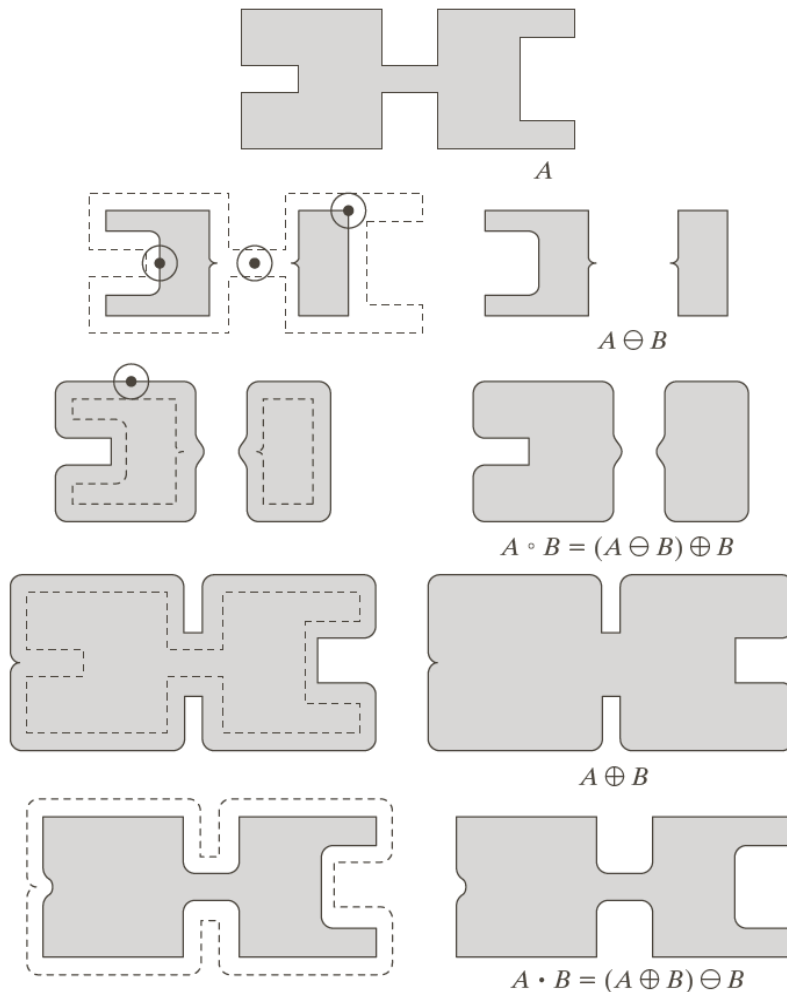


Ouverture et fermeture : Exemple



Effets de l'ouverture et la fermeture.

Ouverture et fermeture : Exemple



Effets de l'ouverture et la fermeture.

Érosion

Ouverture

Dilatation

Fermeture

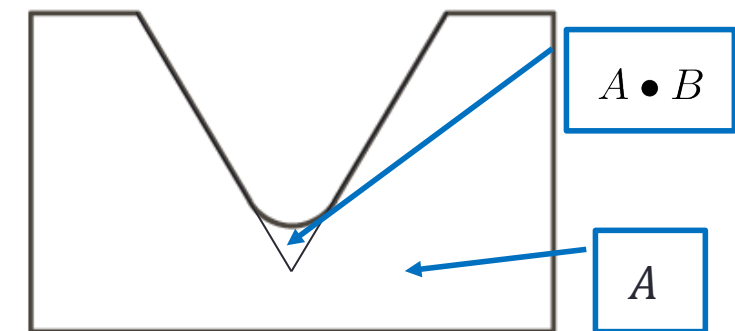
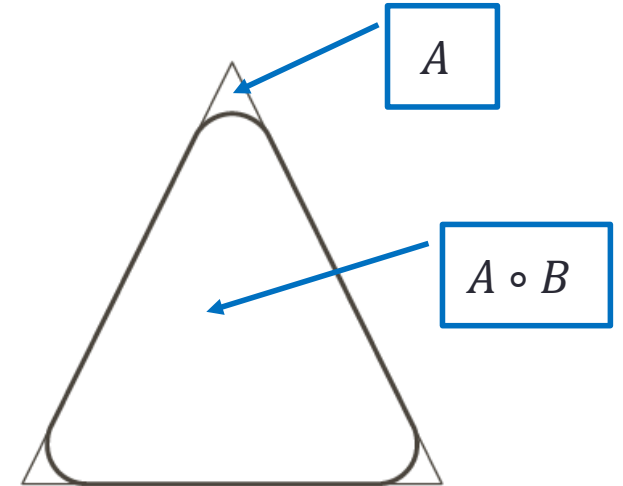
Propriétés

Ouverture

- $A \circ B$ est une sous image de A
- Si $C \subset D$ alors $(C \circ B) \subset (D \circ B)$
- $(A \circ B) \circ B = A \circ B$

Fermeture

- A est une sous image de $A \bullet B$
- Si $C \subset D$ alors $(C \bullet B) \subset (D \bullet B)$
- $(A \bullet B) \bullet B = A \bullet B$



Ouverture et fermeture : Exemple



Exemple d'application de l'ouverture et la fermeture.

- Ouverture suivi de fermeture

Applications communes

Détection de frontières

Remplissage de trous

Extraction de squelette

- À voir en devoir

Détection de frontières

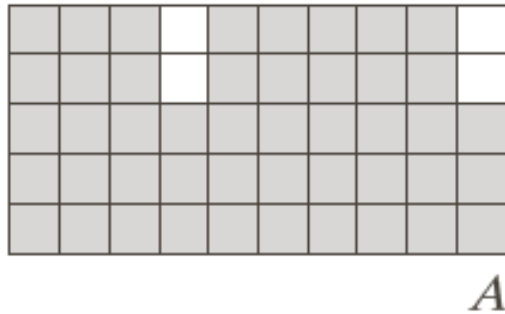
Frontière d'un masque (image binaire délimitant une région)

- Différence entre le masque et sa version érodée

$$\beta(A) = A - (A \ominus B)$$

Détection de frontières : Exemple

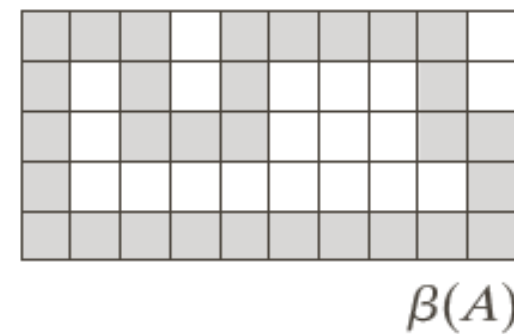
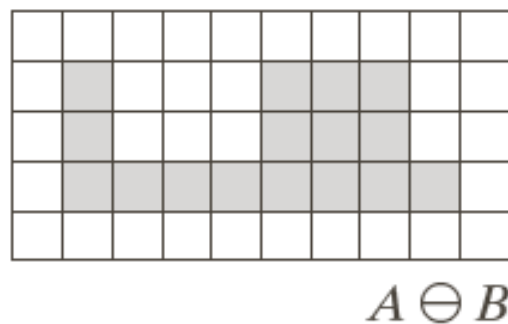
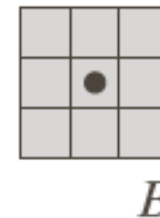
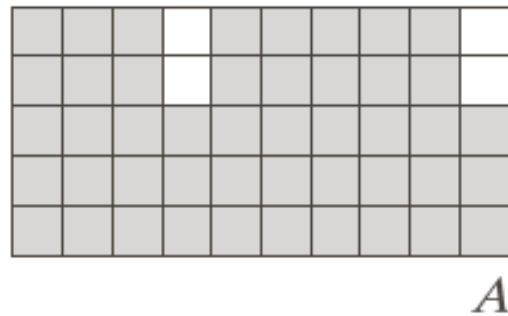
$$\beta(A) = A - (A \ominus B)$$



A

Détection de frontières : Exemple

$$\beta(A) = A - (A \ominus B)$$



Détection de frontières : Exemple

$$\beta(A) = A - (A \ominus B)$$



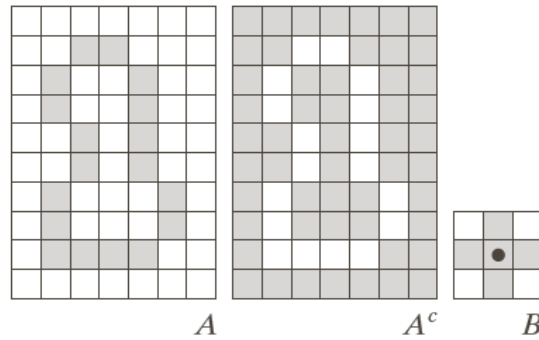
Digital Image Processing, 2nd ed. Gonzalez & Woods, Prentice Hall, 2002.

Remplissage de trous

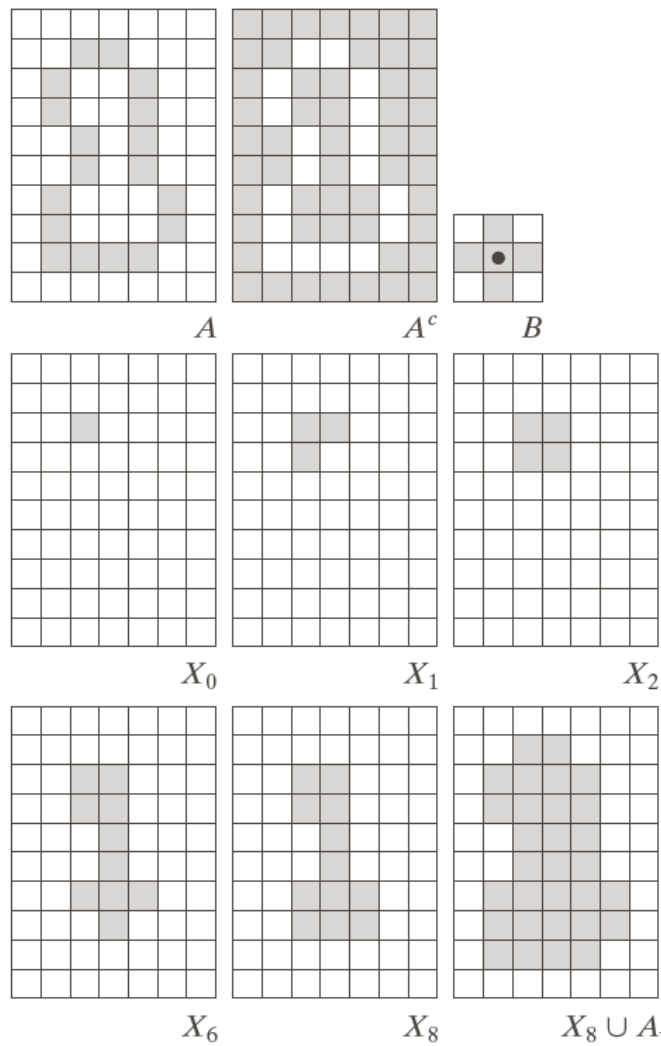
Un trou est défini comme une région entourée par une frontière fermée

- Avec un **point de départ à l'intérieur du trou** il est possible de le remplir au complet avec un algorithme itératif
- $X_0 = 1$ à l'intérieur du trou
- $X_k = (X_{k-1} \oplus B) \cap A^c$
- Arrêt si $X_k = X_{k-1}$

Remplissage de trous



Remplissage de trous



Digital Image Processing, 2nd ed. Gonzalez & Woods, Prentice Hall, 2002.

EXERCICES

Problèmes

Section II, 7.9

Soit:

- 176 177 172
- 174 2 170
- 171 172 170

Calculez la valeur centrale avec filtre de moyenne et médian.

Problèmes

Section II, 7.9

Soit:

- 176 177 172
- 174 2 170
- 171 172 170

Moyenne : 153.78

Médiane : 172

Calculez la valeur centrale avec filtre de moyenne et médian.

Problèmes

Un filtre qui calcule la moyenne est linéaire mais pas la médiane. Expliquez.

Problèmes

Un filtre qui calcule la moyenne est linéaire mais pas la médiane. Expliquez.

- Il est possible de démontrer avec un contre-exemple que l'opération pour calculer la médiane n'est pas linéaire
- (2 2 5) médiane 2, (3 4 1) médiane 3, médiane de la somme 6, somme des médianes 5

Problèmes

On dit qu'un filtre médian peut réduire le nombre de valeurs différentes d'un histogramme mais pas l'augmenter. Est-ce vrai?

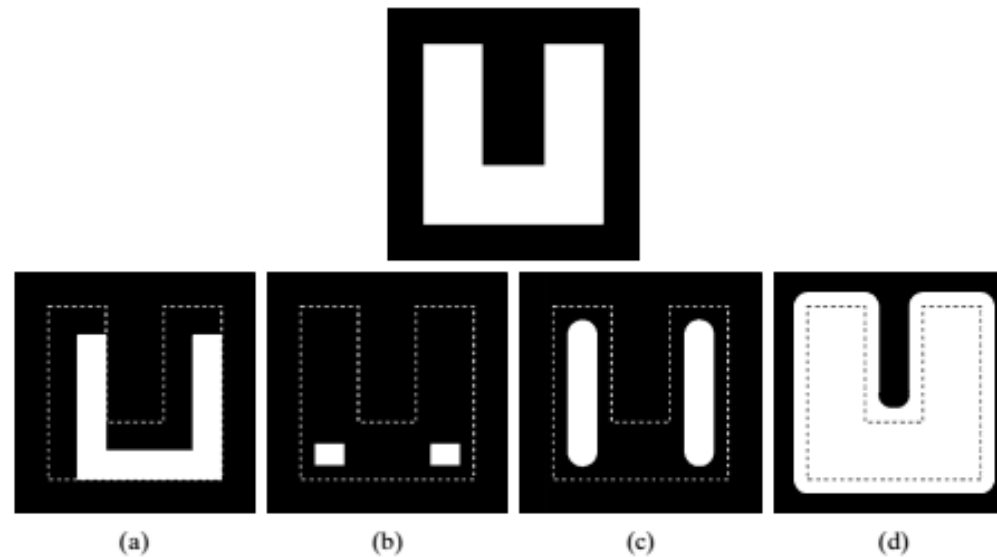
Problèmes

On dit qu'un filtre médian peut réduire le nombre de valeurs différentes d'un histogramme mais pas l'augmenter. Est-ce vrai?

- Oui, une des valeurs dans l'image est sélectionnée comme valeur de sortie
- Il est possible qu'une valeur de l'image ne soit jamais sélectionnée comme médiane. Cette valeur ne sera plus dans l'histogramme.

Problèmes

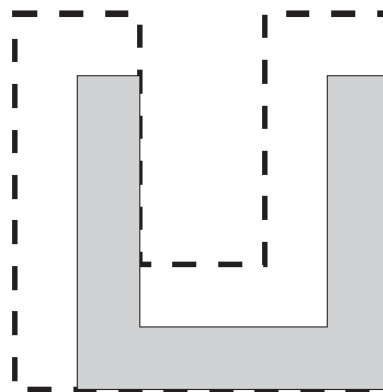
Par rapport à la figure, quelles sont les opérations et éléments structurants utilisés?



Problèmes

Par rapport à la figure, quelles sont les opérations et éléments structurants utilisés?

- a) Érosions avec un élément structurant carré avec origine dans le coin inférieur droite

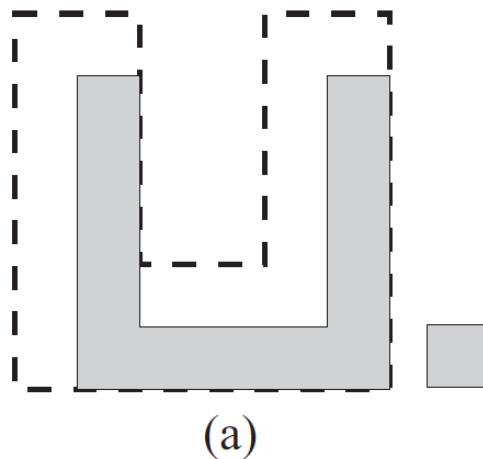


(a)

Problèmes

Par rapport à la figure, quelles sont les opérations et éléments structurants utilisés?

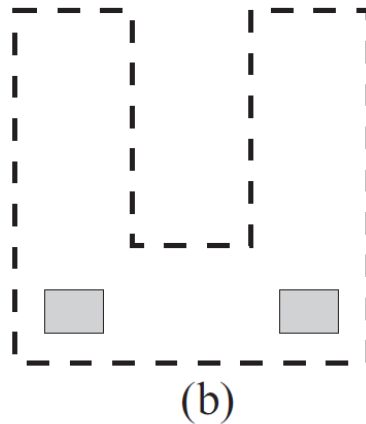
- a) Érosions avec un élément structurant carré avec origine dans le coin inférieur droite



Problèmes

Par rapport à la figure, quelles sont les opérations et éléments structurants utilisés?

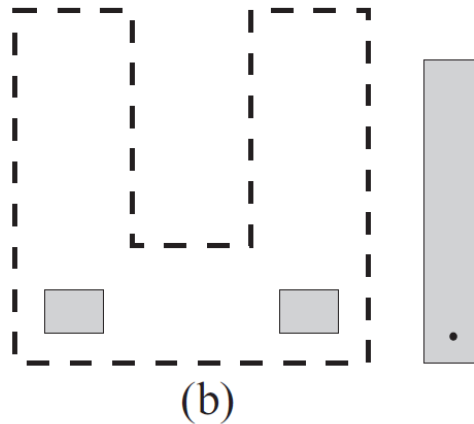
- b) Érosion avec un élément structurant en rectangle avec origine en bas



Problèmes

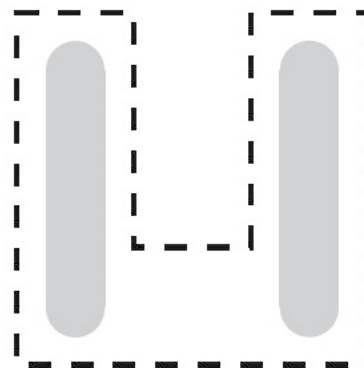
Par rapport à la figure, quelles sont les opérations et éléments structurants utilisés?

- b) Érosion avec un élément structurant en rectangle avec origine en bas



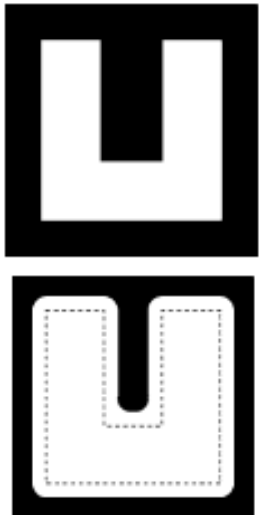
Problèmes

Par rapport à la figure, quelles sont les opérations et éléments structurants utilisés?



Problèmes

Par rapport à la figure, quelles sont les opérations et éléments structurants utilisés?



Problèmes

Qu'arrive-t-il si nous faisons une dilatation à l'infinie d'un masque (image binaire)?

Quelle est l'image la plus petit qui permet d'obtenir ce résultat?

Problèmes

Qu'arrive-t-il si nous faisons une dilatation à l'infinie d'un masque (image binaire)?

- Le masque va grandir à l'infinie, jusqu'à remplir l'image complète.

Quelle est l'image la plus petit qui permet d'obtenir ce résultat?

- Un pixel isolé

CONCLUSIONS

Conclusions

Filtres non linéaires

- Médiane
- max, min, point milieu et range

Filtrage morphologique

- Érosion/Dilatation
- Ouverture/Fermeture
- Applications