

# PDE NOTES

TOLIBJON ISMOILOV

## CONTENTS

|   |   |
|---|---|
| 1. Theory of Distributions .....                | 2 |
| 1.1. Space of test functions .....              | 2 |
| 2. Dirichlet problem for Poisson equation ..... | 3 |

## Taqsimotlar nazariyasi (yohud umumlashgan funksiyalar nazariyasi)

### 1.1. Space of test functions. Test funksiyalar fazolari

Ushbu bo'limda biz ixtiyoriy  $\Omega \subseteq \mathbb{R}^d$  ochiq to'plam uchun bir nechta funksional fazolarni qaraymiz.  $\Omega = \mathbb{R}^d$  bo'lgan hollarda biz ayrim belgilashlarda shunchaki  $\mathbb{R}^d$  tushurib ketamiz.

**Ta'rif 1.1.**  $f : \Omega \rightarrow \mathbb{C}$  funksiyaning **supporti** *dastagi* deb

$$\{x \in \Omega : f(x) = 0\} \quad (1.1)$$

to'plamning  $\mathbb{R}^d$  fazodagi **yopilmasiga** aytiladi va  $\text{supp}(f)$  bilan belgilanadi.

Agar  $\text{supp}(f)$  kompakt to'plam bo'lsa,  $f$  funkisiya *kompakt dastakli* deb ataladi.

Istalgan  $n \geq 0$  butun son uchun  $\Omega \subseteq \mathbb{R}^d$  to'plamda quyidagi funksiyalar sinflarini qaraymiz.

- (i)  $\mathcal{E}^n(\Omega) = \{f : \Omega \rightarrow \mathbb{C} \mid f \in C^n(\Omega)\}$  ya'ni  $k$  marta uzliksiz differensiallanuvchi funksiyalar to'plami. Agar  $n = 0$  bo'lsa,  $\mathcal{E}^0(\Omega)$  bilan  $\Omega$  to'plamda aniqlangan uzliksiz funksiyalar to'plamini belgilab olamiz.
- (ii)  $\mathcal{E}(\Omega)$  bilan  $\Omega$  to'plamda aniqlangan *silliqlik* funksiyalar sinfini belgilab olamiz, ya'ni:

$$\mathcal{E}(\Omega) = \bigcap_{n=0}^{\infty} \mathcal{E}^n(\Omega) \quad (1.2)$$

- (iii) Aylaylik  $K \subset \Omega \subseteq \mathbb{R}^d$  kompakt to'plam,  $\mathcal{D}_K^n(\Omega)$  va  $\mathcal{D}_K(\Omega)$  sinflarni quyidagicha aniqlaymiz

$$\mathcal{D}_K^n(\Omega) = \{f \in \mathcal{E}^n(\Omega) \mid \text{supp}(f) \subseteq K\} \quad (1.3)$$

$$\mathcal{D}_K(\Omega) = \{f \in \mathcal{E}(\Omega) \mid \text{supp}(f) \subseteq K\} = \bigcap_{n=0}^{\infty} \mathcal{D}_K^n(\Omega) \quad (1.4)$$

- (iv)  $\mathcal{K}(\Omega)$  esa  $\Omega$  to'plamning barcha kompakt qism-to'plamlari sinfini belgilasin.  $\mathcal{D}(\Omega)$  bilan  $\Omega$  to'plamda aniqlangan kompakt dastakli silliqlik funksiyalar sinfini belgilaymiz.

$$\mathcal{D}(\Omega) = \bigcup_{K \in \mathcal{K}(\Omega)} \mathcal{D}_K(\Omega) \quad (1.5)$$

Ha dastlab bu funksiyalar sinflari juda abstrakt va juda kichik sinflar bo'lib tuyilishi mumkin. Lekin aslida bu

## 2. DIRICHLET PROBLEM FOR POISSON EQUATION