

Examen d'Analyse I

les calculatrices, les notes de cours et de TD ne sont pas autorisées
la rigueur des raisonnements ainsi que la clarté et la qualité de la rédaction sont prises en compte
dans l'évaluation

Section : L1 INFO et TIC

Durée: 1h.30min

Exercice 1. Soit la fonction $f(x) = x\sqrt{1-3x^2}$

1. Quel est le domaine de définition de f ?
2. Sur quel intervalle la fonction f est-elle continue? sur quel intervalle f est-elle dérivable?
3. Calculer la dérivée de f et étudier les variations de f .
4. La fonction f admet-elle des extremums? Si oui, donner leurs natures.
5. On se place au voisinage de 0. Enoncer la formule de Taylor-Young au voisinage de 0.
6. Calculer le développement limité à l'ordre 3 en 0 de la fonction f .
7. On déduit l'équation de la tangente au graphe de f au point $(0, f(0))$ et la position de la courbe par rapport à cette tangente au voisinage de 0.

Exercice 2.

Soit $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}_+^*$ une fonction continue sur $[a, b]$, dérivable sur $]a, b[$. En utilisant la fonction $g(x) = \ln(f(x))$, montrer qu'il existe $c \in]a, b[$ tel que

$$\frac{f(b)}{f(a)} = \exp \left[\frac{f'(c)}{f(c)} (b - a) \right]$$

Exercice 3.

Déterminer

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(2x)(e^{3x} - 1)}{\ln(1 + x^2)}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x(2^{\frac{1}{x}} - 1)$$