

**Examen d'Analyse 2**

les calculatrices, les notes de cours et de TD ne sont pas autorisées  
la rigueur des raisonnements ainsi que la clarté et la qualité de la rédaction sont prises en compte  
dans l'évaluation

Section : *L1 INFO et TIC*Durée: *1h30min***Exercice 1.** Soit  $\lambda \in \mathbb{R}$ , soit

$$I(\lambda) = \int_0^{+\infty} \frac{dx}{(1+x^2)(1+x^\lambda)}$$

Montrer que  $I(\lambda)$  converge pour tout réel  $\lambda$ .**Exercice 2.**

soit

$$f : x \mapsto \sum_{n=1}^{+\infty} \sin\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right) x^n$$

1. Déterminer le rayon de convergence  $R$  de la série entière définissant  $f$ .
2. Etudier la convergence en  $-R$  et en  $R$ .
3. déterminer la limite de  $f(x)$  quand  $x$  tend vers  $1^-$ .
4. Montrer que quand  $x$  tend vers  $1^-$  on a  $(1-x)f(x)$  tend vers 0.

**Exercice 3.**On donne  $\sum_{k=1}^{+\infty} \frac{1}{k^2} = \frac{\pi^2}{6}$ , calculer

$$\sum_{k=1}^{+\infty} \frac{1}{k^2(k+1)^2}$$

après avoir justifier la convergence.