- Intégration par parties pour une intégrale généralisée :

  - u, v de C^1 sur $I = [a, b[$.
  - $\lim_{t \to b} [uv]_a^t$ existe et finie

  $\Rightarrow \int_a^b u'v$ et $\int_a^b uv'$ ont la même nature

  si $\int^b u'v$ et $\int^b uv'$ convergent

  $\Rightarrow \int_a^b u'v = \lim_{t \to b} [uv]_a^t - \int_a^b uv'$

- Chan. var pour I. G :

  f $\mathcal{C}$ sur $]\alpha, \beta[$, $-\infty \leq \alpha < \beta \leq +\infty$

  $\varphi :]a, b[\to \mathbb{R}$.

  - φ de classe C^1 sur $]a, b[$.
  - φ ~~est~~ strictement monotone sur $]a, b[$.
  - $\varphi(]a, b[) =]\alpha, \beta[$.

  $\Rightarrow \int_{\lim_{a^+} \varphi(t)}^{\lim_{b^-} \varphi(t)} f(x)\,dx$ et $\int_a^b f(\varphi(t))\varphi'(t)\,dt$

  sont de même nature

- En cas de convergence on a l'égalité.

- $\int_a^{+\infty} f(t)\,dt$ converge $\not\Rightarrow \lim\limits_{t\to+\infty} f(t)=0$

En effet cette intégrale peut converger sans que f admette de limite en $+\infty$

- Si f continue sur $[a,+\infty[$, que f admet une limite en $+\infty$ et que $\int_a^{+\infty} f(t)\,dt$ converge

$$\Downarrow$$

$$\lim_{t\to+\infty} f(t)=0.$$

- Soit f une fonction continue et positive sur $[a,b[$. Alors l'intégrale $\int_a^b f(t)\,dt$ converge si, et seulement si, la fonction $F : x \mapsto \int_a^x f(t)\,dt$ est majorée.