chapitre 2: les factions trigonométriques I La fet are sinus: · La fet auc sin est définie continue et strictement 1.1 : Définition : tom [-1,1] La fet sinus est continue et - La fet onc sin est impaire strictement arrivante som a la fet arcsin est [-1], gu'elle applique dérivable son J-1,1 tet on a: bijectivement om [-1,1] Yx € J-4, 1(, (ac sin(x))=) Elle admet donc une bijection définie ou [-1, 1] appelé acsinus et notée aucsine 1-3: Représentation graphique? f: sur: (-II, II) -> [-1,1] continue et est y -> sin(y) Elle se déstuit de celle de 81: acsin: [-4,1] → [-3,5] N → acsin n sinus par symétrie par napport à la première bissectice (Lans un répoère on a almo: () (y= acsin x et x ∈ [-1,1]) orthonorme). <=> (x=sin(y) et y=[-1], []) arcsin sin le réel aucsin (21) est donc le nombre appartenant à [-][] 172 demanque: 4 Yx € [-1,1], sin(acsin(x))=w ryet- J. J. acsin (siny)=y traple: anc sin (sin (u))= anc sin (sin (o))=0 & La fet ancoornus (Car O E [- []]]) 1: Définition La fet cosinus est entine 1.2: proprietes Les proprietes suivantes on et strictement & som [a, tt] dédicent de celle de la qu'elle applique bijectivement fot sinus à l'ordre l'aide Sul-1, 17. Elle ad met Les résultats son les fots d'me eme bijection réciproque définie son [-1, 1]

The whole of you D6= C-1, 1] et f est divivable applie accopinus et notée arccos. On a almos sm J-1,1[g'(x) = (accos(-x)+ accos(u)) (yz accos (n)et m) nE[-1,1]) C=> (x = cos(y) et y = [0, TT] $= \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} - \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} = 0$ 6 = cos [0, T] -> [-1, 1] Continue Done f(x) = cte + x 6[-1,1] or 6(0) = 2 ac cos(0) = 2(3)= Inc ct = TT Remarques arcar (0) = ? cos (accos (N) = x portx6[-1,1] ancos (coly) = y , + y & [a, T]. Cos (?)=0 Exp: enccos (Cos (201) 2

anc cos (Cos (0))=0 ₹€ [0, W] Don arc Cus (-N)+ arccos (x)=IT on E[0,0) Inc on charche quint que ou ducy co ¥ x € [-41] un point Représentation graphique: Lemanque: $yy \in I$ $f: I \rightarrow J$ bijectin par rapport à la premiere Elle & déduit par symétrie brissecture de alle de cosimus (b-106) (y)=y B-1: J-) I (Louis fer Typer orthonorme). (fob) (M = 2 + XEJ -ances 2. Proprietes: * arccos est défine, continue & strictement & the [-1,1] so ances est dévivable mu J-1,1[et +xE]-1,1[-1+-3-1 (anccos(N)) = -1 * On a Yx E[-1,1]: anccos (-x)+ anccos (x)=TT Treme On vent monter que succes (x)+ ouces (-x)=H

3. La faction archangante Les factions fractions hyperbolique 3.1: Définition! La fet lest est ent strict? & ses réciproques: 1) Cosinus hyperbolique & sm inverse: m J-J JE que'elle applique bijectivement ment Vreth le Cosinus hyperbolique Elle andmet donc une bijection elot notie par ch. réciproque appelée autget notée eh (n)= exten Dans loited la fet "ch" est from J = 3 I Contet x Ontinue & strictement Crainante y -> +g(y) ch; (0;+∞(→ [1;+∞[8-1 andan: 12-5 J-1 3[n -> arctar (n) Done ch realise une bijection de Coitact vers [1:+acetsa Remarque . Y XER, tan (arctan(x))=n finction récipiraque est noter par ough. + yE]= [anchan (fan (y 1)=y augch: [11+0[-> [0;+0[. y -> ln (y+1/y2-1) auctan (fan (ett)) = 3.2. loprietes:

auctan est défine augch est dérivable sur [1:+0[et sa fet dérivée lot: continue et strictement _ w (augch(y))= 1-2, Croinsule m. R. 2 a arcton lot imparte Vy EJ1+0[+ auctous est derivable som it et on as 2) Sims hypubolique et sm (archan(n)) = 1 1 + ne i Yxen inverse: Quelques autres familles? Soit xER, la fet sin est + VxE[-1,1], acción (n)+ accos(n)= E lyperbolique est définie par et note par et sh short ex-e-n x YXER*, autet archen(x)+ anotan (1) = 5 # si n>0 一直成化

La fet sh est entiroue et 4) Proprie les trigonometriques & trigonométrique lupper boliques Strictement croissante son R. elle réalise une bijection Proposition (Ingo nomé rique). de il dans il, sa fet réciproque 1) Go 2(n) + 8in2(x) = 1 + x 6h est "angsh", angsh: it > t 2) Co (a+b) = Cos(akos(b)-Sin(a/sidb) & a,bER oy -> lu(ay+ Ty2+2) 3) Co(2a) = co2(a)-6/n2(a) * Argsh est une friction dérivable som R, sa dériver $= 1 - 28n^2(a)$ (ougsh (y)) = 1 $=2\cos^2(a)-2$ 4) sin (a+6) = sin(a) cos(b)t sin(b) cos(a) ta, bear 3 Tangente hyperbolique et son 5) sin(20) = 2 sin(a) ap(a) inverse: on définit la fet tangute 6) cos(a+v) = -cos(a) bypubolique par & th > Sin (a+t) = -6n(a) $4h(x) = \frac{sh(x)}{ch(x)} = \frac{e^{x} - x}{e^{x} + e^{x}}$ $\exists \int Gos(\alpha+\frac{1}{2}) = Sina et$ $Sin(a+\frac{\pi}{2})=-co(\alpha)$ sa fet dérivée est donnée par >0 8) tg (a+b) = tg (a)+tg(b) $(4a(n))' = \left(\frac{e^{x} - e^{-x}}{e^{x} + e^{-x}}\right)' = \frac{4}{(e^{x} + e^{-x})^{2}}$ Proposition (Ingonometrique lype bolique) cela implique que la fet the est avisante sin le et comme 1 ch2 (a) - sh2 (a) = 1, 4 a Ex elle est antinue Anc elle 2) ch (a+b)=ch (a)ch(b)+ réalise une bijection de R sh(a) sh(b) vers the (R) = J-2, 1[3) ch (29) = ch2(a) + sh2(a) Sa fet récip est augth: J=1,1[-sir 4) sh(a+b) = sh(a) ch(b)+ y -> augthr (y) = 1 lm (1+4) sh(b)ch(a) 5) sh(2a) = 2 sh(a) ch(a). ongthe est dervable son J-1, 1 Tet 6) th (atb) = th (a) +th (b) (augth (y)) = 1 ; ty E J-1,2(1+th (a)+h(b) Hh (2a) = 2 th (a) 8) Les factions shith & Sont

impoures et la fit ch est paire.

91 (ch(n))!= sh(n), xxth

101 (sh(n))!= ch(n), xxth

111 (th(n))!= (sh(n))!

= (h(n))!

= 1- th2(n), xxth

Chapitre: Developpement

limités: