L1 info

Institut Supérieur d'Informatique et de Mathématiques de Monastir
Département d'Informatique

Exercice 1

Calculer les limites éventuelles des suites suivantes :

1. $u_n = \frac{1}{n^2}\sum_{k=0}^{n}(2k+1), \quad n \geq 1.$
2. $u_n = \dfrac{2^n - 3^n}{2^n + 3^n}, \quad n \geq 0.$
3. $u_n = \sqrt{n+\sqrt{n^2+1}} - \sqrt{n+\sqrt{n^2-1}}, \quad n \geq 1.$
4. $u_n = \sqrt[n]{n}, \quad n \geq 1.$
5. $u_n = (1+\frac{1}{n})^n, \quad n \geq 1.$

Exercice 2

Montrer à l'aide d'un encadrement la convergence des suites suivantes et donner leurs limites :

1. $u_n = \frac{n\sin n}{n^2+1}, \quad n \geq 0.$
2. $u_n = \displaystyle\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{n+\sqrt{k}}, \quad n \geq 1.$
3. $u_n = \frac{(-1)^n\cos(2n)}{n+1}, \quad n \geq 0.$

Exercice 3

On considère la suite $(u_n)_{n\geq 0}$ définie par $u_0 = c > 0$ et $u_{n+1} = \frac{u_n+3}{3u_n+1}, \quad n \geq 0.$
On pose pour $n \in \mathbb{N}, \quad v_n = \frac{u_n-1}{u_n+1}.$

1. Montrer que la suite $(v_n)_{n\geq 0}$ est géométrique.
2. Montrer que la suite $(u_n)_{n\geq 0}$ converge et calculer sa limite.