TD sur la Complexité

EXERCICE 1 :

Soit la suite U_n définit par :

$$\begin{cases} U_n = U_{n-1} \times U_{n-2} + U_{n-3} \\ U_0=1 \\ U_1=1 \\ U_2=1 \end{cases}$$

Question :

- Donner un algorithme récursif qui calcule U_n
- Évaluer sa complexité.

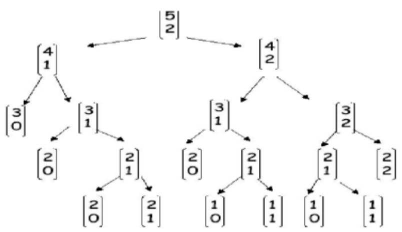
EXERCICE 2 : TRIANGLE DE PASCAL

On veut calculer les coefficients binomiaux $C_n^k = \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$. Rappelons les propriétés suivantes :

$$\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k} \; pour \; 0 < k < n$$
$$\binom{n}{n} = 1 \; et \; \binom{n}{0} = 1$$

Question :

- Donner un algorithme récursif qui calcul $\binom{n}{k}$
- Évaluer sa complexité.



	0	1	2	3	$\cdots$	$n-1$	n
0	1						
1	1	1					
2	1	2	1				
3	1	3	3	1			
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$		$\ddots$		
$n-1$	1	$n-1$	$\binom{n-1}{2}$	$\binom{n-1}{3}$	$\cdots$	1	
n	1	n	$\binom{n}{2}$	$\binom{n}{3}$	$\cdots$	n	1

EXERCICE 3 :

1. Ecrire une fonction qui permet de calculer la somme des éléments d'une matrice carrée
2. Évaluer sa complexité.

EXERCICE 4 :

1. Ecrire une fonction itérative puissanceIterative (a, n) qui permet de calculer a^n. Rq. En utilisant seulement les opérateurs simples (+, −, ∗, /)
2. Évaluer sa complexité.
3. Ecrire une fonction récursive puissanceRecursive (a, n) qui permet de calculer a^n.
4. Évaluer sa complexité.

EXERCICE 5 :

Les nombres de Fibonacci sont définis par la récurrence :

- $F_0 = 1$
- $F_1 = 1$
- $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$ pour $n \geq 2$

- Ecrire une fonction itérative permettant de calculer Fib (n)
- Évaluer sa complexité.
- Ecrire une fonction récursive Fib (n)
- Évaluer sa complexité.