Université de Monastir Institut Supérieur d'informatique et de Mathématiques de Monastir Département de Mathématiques Année Universitaire : 2023/2024

Matière : Algèbre 1 Niveau : L1 INFO

Devoir Surveillé

Exercice:

Soit le polynôme $P(X) = X^4 + 2X^3 + 2X^2 + 2X + 1$.

- Montrer que −1 est une racine double de P.
- Effectuer la division euclidienne de P par X − i.
- Sans faire la division euclidienne de P par X + i, justifier pourquoi le reste est forcément nul.
- Déterminer les racines de P dans C.
- 5. En déduire la factorisation de P dans $\mathbb{C}[X]$ et dans $\mathbb{R}[X]$.
- 6. On considère la fraction rationnelle :

$$F(X) = \frac{X^4 + 1}{P(X)}.$$

Décomposer en éléments simples la fraction F dans $\mathbb{C}[X]$ et dans $\mathbb{R}[X]$.