

TD 4 : Théorie des graphes

Exercice 1

Combien existe-t-il de graphes orientés (resp. Non orientés) à n sommets ?

Exercice 2

Montrer que dans un graphe non orienté, il y a toujours deux sommets de même degré.

Exercice 3

On souhaite prélever 4 litres de liquide dans un tonneau. Pour cela, nous avons à notre disposition deux récipients (non gradués !), l'un de 5 litres, l'autre de 3 litres. Comment doit-on faire ?

Exercice 4

Soit $G = (X, U)$ un graphe, et soit $m = |U|$

1. Montrez que : $\sum_{x \in X} d(x) = 2m$
2. Dans un groupe de vingt enfants, est-il possible que sept d'entre eux aient chacun exactement trois amis, neuf d'entre eux en aient exactement quatre, et quatre d'entre eux exactement cinq ?

Exercice 5

On a construit des ponts entre les îles d'un archipel de sorte de pouvoir aller (directement ou indirectement) de toute île à une autre. De plus, de chaque île part un nombre pair de ponts. On a remarqué que, lorsqu'un pont est inaccessible pour cause de travaux, on peut encore aller de toute île à une autre.

1. Traduire ce problème en termes de théorie des graphes.
2. Prouver le résultat !

Exercice 6

Soit G le graphe à 8 sommets dont la représentation par liste de successeurs est la suivante :

Sommet	Successeurs
A	F
B	A,C,E,F,G
C	E
D	H
E	A,B, F, H
F	H
G	C,D,E
H	D

1. Tracer le graphe G .
2. G est-il fortement connexe ? Sinon, déterminer les composantes fortement connexes de G .