Institut Supérieur d'Informatique
et de Mathématiques de Monastir

Série N :1
Analyse combinatoire

Niveau : L2 INFO | A.U : 2025/2026

Exercice 1 Soient E un ensemble quelconque et A, B et $C \in \mathcal{P}(E)$. Montrer :

1. $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$
2. $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$
3. $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$
4. $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

propriete de distrabitivite

Exercice 2 On lance simultanément 5 dés cubiques. Quel est le nombre des résultats possibles ?

Exercice 3 Un jury est composé de 10 membres tirés au sort parmi un groupe de 8 hommes et 9 femmes.

1. Combien de jurys différent peut-on former ?
2. Combien de jurys comportant 5 hommes et 5 femmes peut-on former ?
3. Monsieur X refuse de s'associer avec Madame Y. Combien de jurys peut-on former dans ces conditions ?

Exercice 4 Dans un camp de vacances hébergeant 80 personnes, 55 personnes pratiquent la natation, 33 le tennis et 16 ne pratiquent aucun de ces deux sports. Combien de personnes pratiquent à la fois le tennis et la natation ?

Exercice 5

1. Au jeu du Promosport, on coche l'une des trois cases 1,X , 2 pour chacun des 13 matches sélectionnés. Dénombrer le nombre de colones distincts.
2. Combien y a-t-il de numéro de téléphone commençant par 7353... ?
3. De combien de façons peut-on repartir 7 personnes sur 7 chaises ?
4. Dans une course de chevaux comporte 20 partants. Combien peut-il y avoir de résultats possibles de tiercés dans l'ordre ?
5. Au loto, On tire au hasard 6 boules parmi 49. Combien de tirages possibles

Exercice 6 Au jeu de Poker (jeu de 32 cartes), on choisit une "main" de 5 cartes au hasard. Déterminer :

1. Nombre de mains total.
2. Nombre de mains qui contiennent exactement 3 as.

3. Nombre de mains qui contiennent au moins 3 as.

Exercice 7 Pour jouer au loto, il faut cocher 6 numéros sur une grille en compant 42. Pour gagner, il faut avoir au moins 3 numéros en commun avec le tirage officiel. Ce dernier compte en fait 7 numéros. Les 6 premiers constituent la combinaison principale et le dernier est appelé "numéro cmplémentaire" . Cinq rangs de gain sont définis : le premier correspond à 6 numéros corrects (du tirage principal), le deuxième à 5 numéros corrects plus le complémentaire, les trois rangs suivants supposent 5,4 ou 3 numéros corrects.

1. Déterminer le nombre de grilles possilbles de 6 numéros.
2. Pour chaque rang de gain, calculez le nombre de combinaisons gagnantes
3. Déterminer pour chaque rang la probabilité de gain.

$p \leq n$

- p éléments parmi n
  - ordre que compte → Arrangement
    - avec Rép → $A_n^p = n^p$
    - sans Rép → $A_n^p = \dfrac{n!}{(n-p)!} = n \times (n-1) \times (n-2) \dots$
  - ordre n'est compté pas → Comb
    - sans remise → $C_n^p = \dfrac{n!}{p!\,(n-p)!}$
    - avec remise → $C_{n+p-1}^p = \dfrac{(n+p-1)!}{p!\,(n-1)!}$
- n éléments parmi n → permutation
  - avec Rép → $\dfrac{n!}{n_1 \times n_2 \times \dots \times n_k}$ où k : nombre de groupes que divisent le n élément càd que $n = n_1 + n_2 + \dots + n_k$
  - sans Rép → $P_n = n!$

$|A| = \mathrm{card}(A)$

Série 1

Ex 1 :

. E un ensemble

. A, B et C $\in$ P(E)

↓ l'ensemble de tout les s-s ensemble de E

On dit que P(E) ~~st~~ l'ensemble de parties de E si :

. $E \in P(E)$ et $\emptyset \in P(E)$

. Si $A \in P(E)$ alors $\bar{A} \in P(E)$

ou $\bar{A} = \{x \in E \mid x \notin A\}$

. $A \in P(E)$ et $B \in P(E)$

alors $\begin{cases} A \cap B \in P(E) \\ A \cup B \in P(E) \end{cases}$

Exp : $E = \{a, b\}$

$P(E) = \{\emptyset ; \{a, b\} ; \{a\} ; \{b\}\}$

Ex 1 :

1/ $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$

Soit $x \in \overline{A \cap B}$, mq $x \in \overline{A} \cup \overline{B}$

On a : $x \in \overline{A \cap B} \iff x \notin A \cap B$

$\iff x \notin A$ ou $x \notin B$

$\iff x \in \overline{A}$ ou $x \in \overline{B}$

$\iff x \in \overline{A} \cup \overline{B}$

d'où $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$

2/ $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$

. Soit $x \in \overline{A \cup B}$, montrons $x \in \overline{A} \cap \overline{B}$

. On a $x \in \overline{A \cup B} \iff x \notin A \cup B$.

$\iff x \notin A$ ou $x \notin B$

$\iff x \in \overline{A}$ et $x \in \overline{B}$

$\iff x \in \overline{A} \cap \overline{B}$

d'où $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$

3/

Montrons $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

. Soit $x \in A \cup (B \cap C)$, montrons que $x \in (A \cup B) \cap (A \cup C)$

. On a $x \in A \cup (B \cap C)$

$\Leftrightarrow x \in A$ ou $x \in B \cap C$

$\Leftrightarrow x \in A$ ou $x \in B$ et $x \in C$

$\Leftrightarrow x \in A$ ou $x \in B$ et $x \in A$ ou $x \in C$

$\Leftrightarrow x \in A \cup B \cap A \cup C$

d'où $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

4/

Soit $x \in A \cap (B \cup C)$ montrons que $x \in (A \cap B) \cup (A \cap C)$

. On a $x \in A \cap (B \cup C)$

$\Leftrightarrow x \in A$ et $x \in B \cup C$

$\Leftrightarrow x \in A$ et $x \in B$ ou $x \in C$

$\Leftrightarrow$

$x \in A$ et $x \in B$ ou $x \in A$ et $x \in C$

$\Leftrightarrow x \in A \cap B$ ou $x \in A$ et C

Série N°1

Ex n°2 :

$C = 6^5$

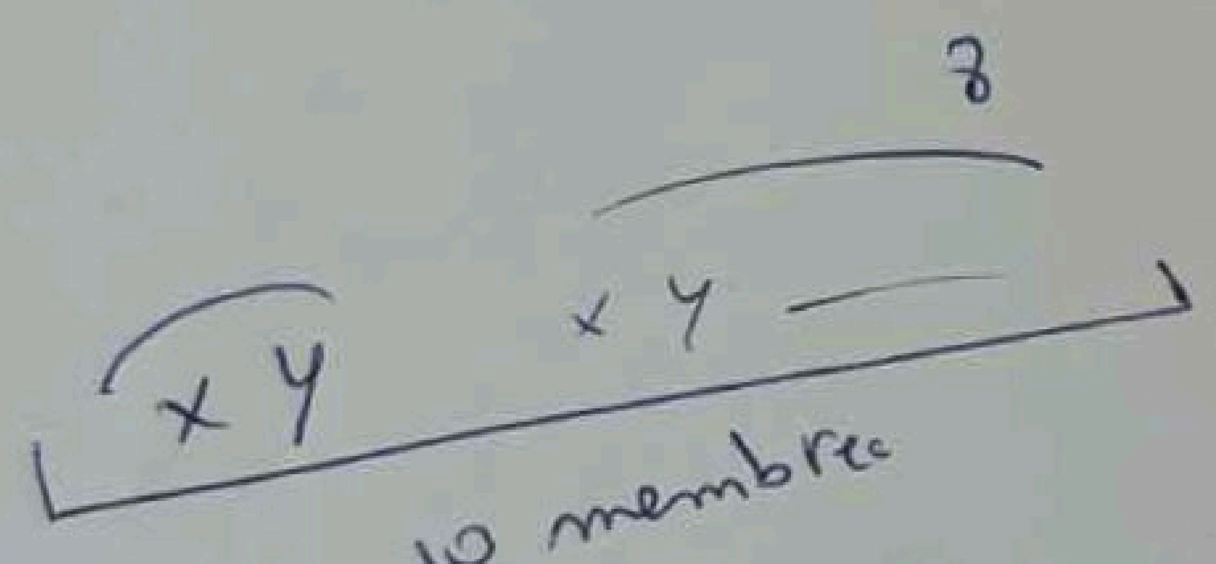
Ex n°3 :

1/ $C_{17}^{10} = 19448$

2/ $C_8^5 \times C_9^5 = 7056$

3/ $C_{15}^8 = 6435$ représente le nbr du jury qui contient à la fois x et y

Kot $\underline{17} - 2$



C_{15}^8

$N = 19448 - 6435 = 13013$

Ex n°4 :

N : personnes pratiquent la natation

T : " " tennis

$card(N \cup T) = card(N) + card(T) - card(N \cap T)$

$\Leftrightarrow card(N \cap T) = card(N) + card(T) - card(N \cup T)$

$= 55 + 33 - (80 - 16)$

$= 88 - 64 = 24$ personnes

Ex n°5 :

1/ les colonnes : 13^3 / si les lignes 3^{13}

2/ 10^{n-4} $\underbrace{7353 \overbrace{\ldots}^{n-4}}_{n \text{ chiff}}$

3/ $7!$ permutation

4/ ordre → arrangement : sans rep

$A_{20}^{3} = 20 \cdot 19 \cdot 18$

5/ comb : sans remise C_{49}^{6}

Ex n°6 :

1/ $N = C_{32}^{5}$

2/ $N = C_4^3 \times C_{28}^{2}$

3/ ya 3 ya 4 2 cas

$N = C_4^3 \times C_{28}^{2} + C_4^4 \times C_{28}^{1}$

Ex n°7 8

. 3ah asal 3 57a7

kt asal

1/ . C_{42}^{6}

2/ * $C_{6}^{6} \times C_{35}^{0} = 1$

* $C_{6}^{5} \times C_{35}^{0} = 6$

3e rang * $C_{6}^{5} \times C_{35}^{1} = 210$

* $C_{6}^{4} \times C_{35}^{2} = 130$

* $C_{6}^{3} \times C_{35}^{3} = 2$

3/ pour i nb total

$f_i = \_\_\_\_\_\_$

$i = 1, \ldots 5$