



Chapitre 2

Random numbers and Monte Carlo simulation

2025-2026

Niveau : L2-INFO

Monte Carlo simulation

- La simulation de Monte Carlo repose sur des nombres aléatoires pour simuler le processus plusieurs fois et évaluer la variabilité.

- Étapes de mise en œuvre :

1. Définir le problème
2. Génération de nombres aléatoires
3. Simuler le processus
4. Analyser les résultats

Random Number Generation (RNG's)

1. Introduction

Les nombres aléatoires sont largement utilisés dans les simulations, la cryptographie et l'échantillonnage statistique. Ils sont soit :

- True Random Numbers
- Pseudorandom Numbers

Random Number Generation (RNG's)

2. Types de nombres aléatoires (True vs. Pseudorandom)

- True Random Numbers :
 - Générés à partir d'un phénomène physique (par exemple, bruit thermique).
 - Sont non déterministes → il n'existe aucune formule mathématique ou algorithme capable de prédire le prochain nombre de la séquence.

Random Number Generation (RNG's)

2. Types de nombres aléatoires (True vs. Pseudorandom)

- Pseudorandom Numbers :
 - Générés par des algorithmes, et bien qu'ils paraissent aléatoires, ils sont déterministes en fonction d'une valeur initiale "graine" (seed).

Random Number Generation (RNG's)

3. Exigences pour les nombres aléatoires

Distribution uniforme (continue) entre 0 et 1 :

Pourquoi 0 et 1 ? \rightarrow ils peuvent être facilement transformés en nombres aléatoires dans n'importe quelle plage souhaitée ou même en nombres suivant d'autres distributions.

Les nombres dans la séquence sont indépendants les uns des autres.

Propriétés des nombres aléatoires

Deux propriétés statistiques importantes :

- Uniformité
- Indépendance

Fonction de densité de probabilité (PDF) pour une distribution uniforme

Les nombres aléatoires, x_1, x_2, x_3, \dots doivent être tirés indépendamment d'une distribution uniforme avec une fonction de densité de probabilité (PDF) :

$$f(x) = \begin{cases} 1, & 0 \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

Linear Congruential Generator (LCG)

- Un algorithme mathématique pour générer des séquences de nombres pseudo-aléatoires dans les programmes informatiques. Une sequence x_1, x_2, \dots entre 0 et $m-1$ est généée en se basant sur :

$$X_{i+1} = (aX_i + c) \bmod m, \quad i = 0, 1, 2, \dots$$



- Par exemple, mélanger un jeu de cartes dans un jeu informatique utilise des nombres pseudo-aléatoires pour réorganiser les cartes de manière aléatoire.
- Reproductibilité : La séquence générée par un LCG est déterministe.