

## TD 3 : Résolution d'un programme linéaire (Dualité)

### **EXERCICE 1 :**

Soit le programme linéaire (P) suivant :

$$P = \begin{cases} \text{Min } Z = 2x_1 + 4x_2 + 3x_3 \\ \text{S.c} \\ 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 \leq 60 \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 40 \\ x_1 + 2x_2 + 2x_3 \leq 20 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0 \end{cases}$$

1. Donner (D) le dual du programme (P).
2. Résoudre (D).
3. Déduire la solution optimale du programme (P).

### **EXERCICE 2 :**

On considère le programme linéaire suivant :

$$P = \begin{cases} \text{Max } Z = x_1 + 5x_2 + 15x_3 - 2x_4 \\ \text{S.c} \\ x_1 + 3x_2 + 5x_3 + x_4 \leq 4 \\ 4x_1 + 2x_2 - 2x_3 + x_4 \geq 3 \\ 2x_1 + 2x_3 - 2x_4 \leq 5 \\ x_2 - 4x_3 - x_4 \geq 1 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0, x_4 \geq 0 \end{cases}$$

Solution proposée :  $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 1$

4. Donner (D) le dual du programme (P).
5. Déduire la solution optimale du programme Dual (D).

## TD 4 : Théorie des graphes

### Exercice 1

Combien existe-t-il de graphes orientés (resp. Non orientés) à n sommets ?

### Exercice 2

Montrer que dans un graphe non orienté, il y a toujours deux sommets de même degré.

### Exercice 3

On souhaite prélever 4 litres de liquide dans un tonneau. Pour cela, nous avons à notre disposition deux récipients (non gradués !), l'un de 5 litres, l'autre de 3 litres. Comment doit-on faire ?

### Exercice 4

Soit  $G = (X, U)$  un graphe, et soit  $m = |U|$

1. Montrez que :  $\sum_{x \in X} d(x) = 2m$

2. Dans un groupe de vingt enfants, est-il possible que sept d'entre eux aient chacun exactement trois amis, neuf d'entre eux en aient exactement quatre, et quatre d'entre eux exactement cinq ?

### Exercice 5

On a construit des ponts entre les îles d'un archipel de sorte de pouvoir aller (directement ou indirectement) de toute île à une autre. De plus, de chaque île part un nombre pair de ponts. On a remarqué que, lorsqu'un pont est inaccessible pour cause de travaux, on peut encore aller de toute île à une autre.

1. Traduire ce problème en termes de théorie des graphes.
2. Prouver le résultat !

### Exercice 6

Soit  $G$  le graphe à 8 sommets dont la représentation par liste de successeurs est la suivante :

Sommet	Successeurs
A	F
B	A,C,E,F,G
C	E
D	H
E	A,B, F, H
F	H
G	C,D,E
H	D

1. Tracer le graphe  $G$ .
2.  $G$  est-il fortement connexe ? Sinon, déterminer les composantes fortement connexes de  $G$ .