

Chapitre 2 Random numbers and Monte Carlo simulation

2025-2026

Niveau: L2-INFO

Monte Carlo simulation

 La simulation de Monte Carlo repose sur des nombres aléatoires pour simuler le processus plusieurs fois et évaluer la variabilité.

- Étapes de mise en œuvre :

- 1. Définir le problème
- 2. Génération de nombres aléatoires
- 3. Simuler le processus
- 4. Analyser les résultats

1. Introduction

Les nombres aléatoires sont largement utilisés dans les simulations, la cryptographie et l'échantillonnage statistique. Ils sont soit :

- True Random Numbers
- Pseudorandom Numbers

2. Types de nombres aléatoires (True vs. Pseudorandom)

- True Random Numbers :
 - Générés à partir d'un phénomène physique (par exemple, bruit thermique).
 - O Sont non déterministes → il n'existe aucune formule mathématique ou algorithme capable de prédire le prochain nombre de la séquence.

2. Types de nombres aléatoires (True vs. Pseudorandom)

- Pseudorandom Numbers :
 - O Générés par des algorithmes, et bien qu'ils paraissent aléatoires, ils sont déterministes en fonction d'une valeur initiale "graine" (seed).

3. Exigences pour les nombres aléatoires

Distribution uniforme (continue) entre 0 et 1 :

Pourquoi 0 et 1 ? → ils peuvent être facilement transformés en nombres aléatoires dans n'importe quelle plage souhaitée ou même en nombres suivant d'autres distributions.

Les nombres dans la séquence sont indépendants les uns des autres.

Propriétés des nombres aléatoires

Deux propriétés statistiques importantes :

- Uniformité
- Indépendance

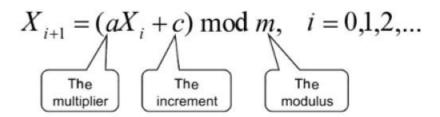
Fonction de densité de probabilité (PDF) pour une distribution uniforme

Les nombres aléatoires, x1,x2,x3,... doivent être tirés indépendamment d'une distribution uniforme avec une fonction de densité de probabilité (PDF) :

$$f(x) = \begin{cases} 1, & 0 \le x \le 1 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

Linear Congruential Generator (LCG)

• Un algorithme mathématique pour générer des séquences de nombres pseudo-aléatoires dans les programmes informatiques. Une sequence x1,x2,... entre 0 et m-1 est généée en se basant sur : :



- Par exemple, mélanger un jeu de cartes dans un jeu informatique utilise des nombres pseudo-aléatoires pour réorganiser les cartes de manière aléatoire.
- Reproductibilité : La séquence générée par un LCG est déterministe.