

TD Théorie des Langages n°1

Exercice 1

On considère l'alphabet $X = \{a, b, c\}$.

Soient deux mots $W = ababc$ et $q = caba$.

1. Calculez W^0 , W^1 et W^2 , Wq^2W
3. Calculez $|w|_{ab}$, $|(ab)^4|$ et $|(ab)^4|_{aba}$
4. Donnez les préfixes, les préfixes propres, les suffixes et les suffixes propres de q
5. Donnez le miroir du mot wq .

Exercice 2

Soient les langages $L1 = \{cab, ba\}$ et $L2 = \{aa, ba, \varepsilon\}$ sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$

Décrivez chacun des langages suivants $L1 \cap L2$, $L1 \cup L2$, $L1 - L2$, $L2 - L1$, $L1.L2$, $L2^2$, $L2^*$, $L2^+$, Σ^* .

Exercice 3

Soient A un alphabet et L , $L1$, $L2$, $L3$ quatre langages sur A . Parmi les propriétés suivantes, Lesquelles sont vraies ?

1. $L + \emptyset = \emptyset + L = L$
2. $L1 + L2 = L2 + L1$
3. $(L1 + L2) + L3 = L1 + (L2 + L3)$
4. $L1.L2 = L2.L1$
5. $L + A^* = A^* + L = A^*$
6. $(L1.L2).L3 = L1.(L2.L3)$
7. $\{\varepsilon\}.L = L.\{\varepsilon\} = L$
8. $\emptyset.L = L.\emptyset = \emptyset$
9. $L1.(L2 + L3) = L1.L2 + L1.L3$

Exercice 4

Soient A un alphabet et L , $L1$, $L2$, $L3$ et $L4$ cinq langages sur A . Montrer que :

1. si $L1 \subseteq L2$ et $L3 \subseteq L4$ alors $L1.L3 \subseteq L2.L4$
2. si $L1 \subseteq L2$ alors $L1^* \subseteq L2^*$
3. $(L^*)^* = L^*$
4. $L^+ = LL^* = L^*L$
5. $L.L^* + \varepsilon = L^*$

Exercice 5

On considère les ensembles de mots $E1$ et $E2$ définis sur l'alphabet $A = \{0, 1, 2\}$ comme suit :

- $E1$ est l'ensemble des mots de longueur paire,
- $E2$ est l'ensemble des mots comportant autant de 0 que de 1 et autant de 1 que de 2.

Définir de façon plus formelle ces deux ensembles et déterminer pour chacun d'eux si la concaténation est une loi interne et si le mot vide en est un élément.