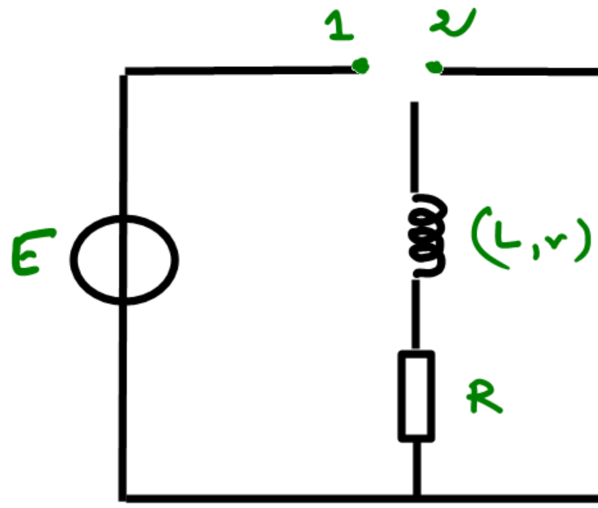
Taki Academy
www.takiacademy.com

Physique

Classe : $4^{ème}$ Informatique

Chapitre : Le Dipôle RL

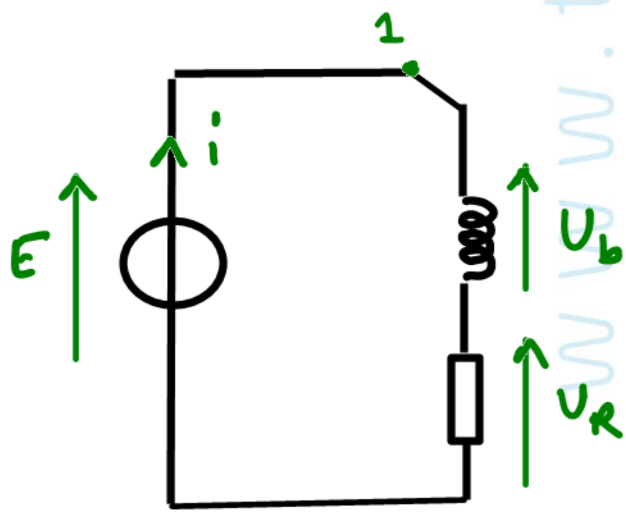
Le Shéma du circuit



position 1 : établissement du courant
position 2 : répture du courant.

Qst 1 : Etablir l'équation différentielle relative à $i(t)$:

* position 1 :



D'après loi des mailles :

$$U_b + U_R - E = 0$$

$$U_b + U_R = E$$

$$\Rightarrow L\frac{di}{dt} + ri + Ri = E$$

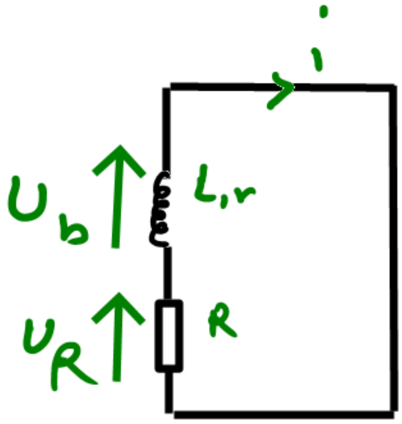
$$\Rightarrow L\frac{di}{dt} + (r+R)\,i = E$$

$$\Rightarrow \frac{di}{dt} + \frac{(r+R)}{L}\,i = \frac{E}{L}$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{di}{dt} + \frac{1}{\tau}\,i = \frac{E}{L}} \quad \text{avec} \quad \tau = \frac{L}{(r+R)}$$

position 2 :

loi des mailles :



$$U_b + U_R = 0$$

$$\Rightarrow L\frac{di}{dt} + ri + Ri = 0$$

$$\Rightarrow L\frac{di}{dt} + (r+R)\,i = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{di}{dt} + \frac{1}{\tau}\,i = 0} \quad \text{avec} \quad \tau = \frac{L}{R+r}$$

Qst 2 : verifier la solution de l'équation différentielle

* position 1 :

$$\boxed{i(t) = I_0\left(1 - e^{-t/\tau}\right)} \quad \text{avec} \quad \boxed{I_0 = \frac{E}{R+r}}$$

$$* \quad \frac{d}{dt} i + \frac{1}{\tau} i = \frac{E}{L}$$

$$\Rightarrow \frac{d}{dt} I_0\left(1 - e^{-t/\tau}\right) + \frac{1}{\tau} I_0\left(1 - e^{-t/\tau}\right) = \frac{E}{L}$$

$$\Rightarrow \frac{d}{dt} I_0 - \frac{d}{dt} I_0 e^{-t/\tau} + \frac{I_0}{\tau} - \frac{I_0}{\tau} e^{-t/\tau} = \frac{E}{L}$$

$$\Rightarrow \cancel{\frac{I_0}{\tau} e^{-t/\tau}} + \frac{I_0}{\tau} - \cancel{\frac{I_0}{\tau} e^{-t/\tau}} = \frac{E}{L}$$

$$\Rightarrow \frac{I_0}{\tau} = \frac{E}{L}$$

$$\Rightarrow I_0 = \frac{\tau E}{L} = \frac{\cancel{L}}{R+r} \frac{E}{\cancel{L}}$$

$\Rightarrow \boxed{I_0 = \dfrac{E}{R+r}}$

$\Rightarrow$ donc $i(t) = I_0(1-e^{-t/2})$ est solution de l'équation différentielle.

position 2 :

$* \ \dfrac{d}{dt} i + \dfrac{1}{2} i = 0$; $\boxed{i(t) = I_0 e^{-t/2}}$

$* \ \dfrac{d}{dt} i(t) = \dfrac{d}{dt} I_0 e^{-t/2}$

$= -\dfrac{I_0}{2} e^{-t/2}$

$\Rightarrow \dfrac{d}{dt} i + \dfrac{1}{2} i = -\dfrac{I_0}{2} e^{-t/2} + \dfrac{I_0}{2} e^{-t/2}$

$= 0.$

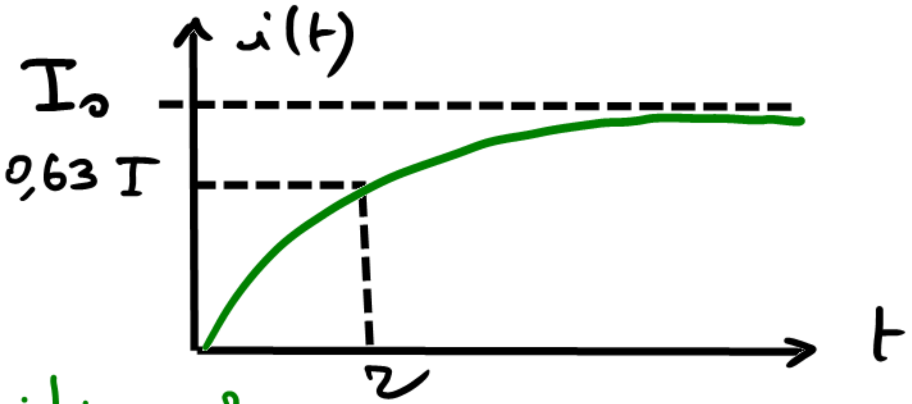
$\Rightarrow \ i(t) = I_0 e^{-t/2}$ est une solution de l'equation différentielle

Qst 3 : tracer l'allure de $i(t)$:

position 1 :

$$i(t) = I_0\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$

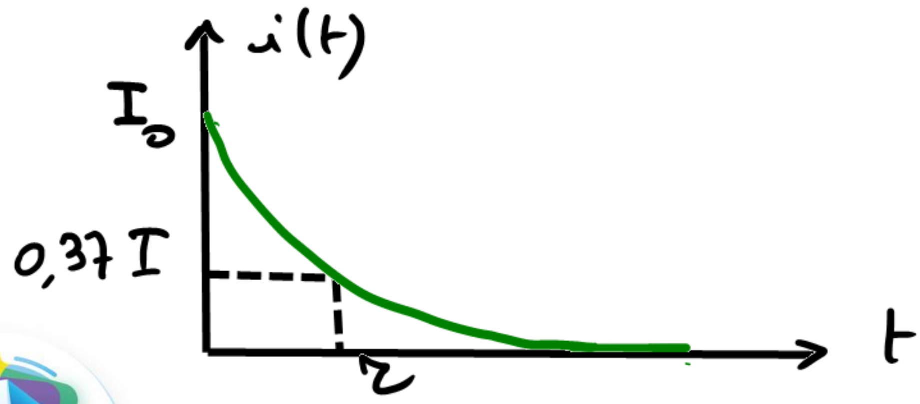
* $t \to 0 \Rightarrow i(0) = 0$
* $t \to +\infty \Rightarrow i(+\infty) = I_0$



position 2 :

$$i(t) = I_0 e^{-t/\tau}$$

* $t \to 0 \Rightarrow i(0) = I$
* $t \to +\infty \Rightarrow i(+\infty) = 0$



Qst 4 : Etablire l'équation différentielle rélative à $u_R(t)$:

position 1 :

D'après loi des mailles :

$$u_b + u_R - E = 0$$

$$\Rightarrow L\frac{di}{dt} + (r+R)\,i = E$$

$$\frac{di}{dt} + \frac{(r+R)}{L}\,i = \frac{E}{L}$$

$\times R$ $\times R$

$$\boxed{\frac{du_R}{dt} + \frac{(r+R)}{L}\,u_R = \frac{RE}{L}}$$

position 2 :

loi des mailles :

$$u_b + u_R = 0$$

$$\Rightarrow L\frac{di}{dt} + (r+R)\,i = 0$$

$\times R$ $\times R$

$$\frac{du_R}{dt} + \frac{(r+R)}{L}\,u_R = 0$$

Qst 5 : En déduire celle relative à $u_b(t)$:

$$\boxed{\frac{du_R}{dt} + \frac{(r+R)}{L}u_R = \frac{RE}{L}}$$

D'après la loi des mailles :

$$u_R = E - u_b$$

$$\Rightarrow \frac{d}{dt}(E - u_b) + \frac{R+r}{L}(E - u_b) = \frac{RE}{L}$$

$$\Rightarrow \underbrace{\frac{dE}{dt}}_{0} - \frac{du_b}{dt} + \frac{R+r}{L}E - \frac{R+r}{L}u_b = \frac{RE}{L}$$

$$\Rightarrow -\frac{du_b}{dt} - \frac{R+r}{L}u_b = \frac{RE}{L} - \frac{R+r}{L}E$$

$$-\frac{du_b}{dt} - \frac{R+r}{L}u_b = \frac{\cancel{RE} - \cancel{RE} - rE}{L}$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{du_b}{dt} + \frac{R+r}{L}u_b = \frac{rE}{L}}$$

Qst 6 : Etablir les expression de chacune des tension U_R et U_b

* position 1 :

$$U_R = R\,i$$

$$\Rightarrow U_R = R\,I_0\left(1-e^{-t/2}\right)$$

$$\Rightarrow \boxed{U_R = R\frac{E}{R+r}\left(1-e^{-\frac{t}{2}}\right)}$$

* d'après la loi des mailles :

$$U_b = E - U_R$$

$$= E - \frac{RE}{R+r}\left(1-e^{-\frac{t}{2}}\right)$$

$$= \frac{(R+r)E - RE\left(1-e^{-\frac{t}{2}}\right)}{R+r}$$

$$\Rightarrow U_b = \frac{\cancel{R}E + rE - \cancel{R}E + RE\, e^{-\frac{t}{\tau}}}{R+r}$$

$$\boxed{U_b = \frac{rE}{R+r} + R\frac{E}{R+r} e^{-\frac{t}{\tau}}}$$

* position 2 :

$$U_R = R\, i$$

$$= R\, I_0\, e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$\boxed{= R \frac{E}{R+r} e^{-\frac{t}{\tau}}}$$

- Loi des mailles :

$$U_b + U_R = 0$$

$$\Rightarrow U_b = -U_R$$

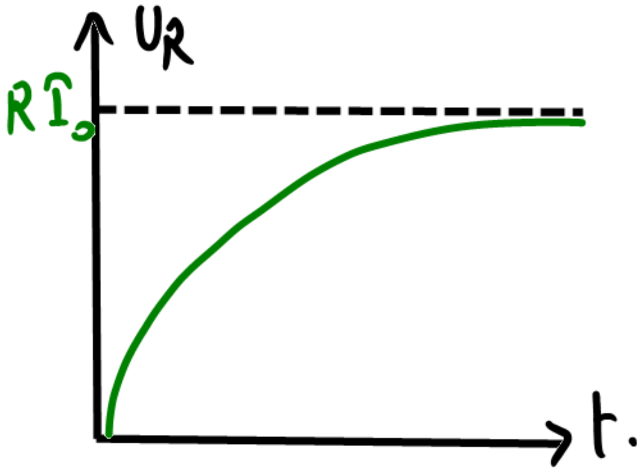
$$\boxed{U_b = -R\frac{E}{R+r} e^{-\frac{t}{\tau}}}$$

Qst 7 : Tracer l'allure de U_R et U_b

* position 1 :

$U_R = RI_0(1 - e^{-t/2})$

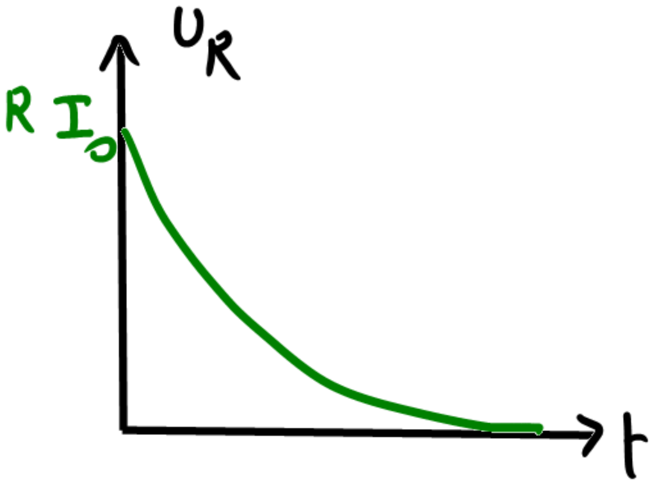
$\begin{cases} * \; t \to 0 \Rightarrow U_R(0) = 0 \\ * \; t \to +\infty \Rightarrow U_R(+\infty) = RI_0 \end{cases}$



* position 2 :

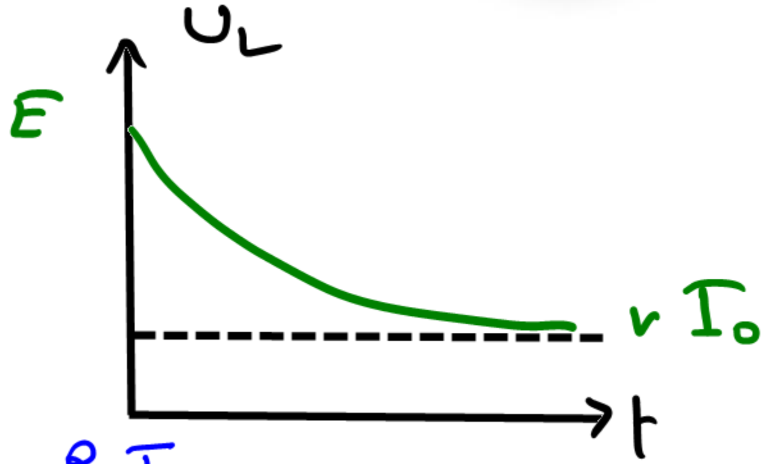
$U_R = RI_0 e^{-t/2}$

$\begin{cases} * \; t \to 0 \Rightarrow U_R(0) = RI_0 \\ * \; t \to +\infty \Rightarrow U_R(+\infty) = 0 \end{cases}$



* L'allure de U_b :

$$\boxed{U_b = E - RI\left(1 - e^{-t/\tau}\right)}$$



$$\begin{cases} * \ t \to 0 \Rightarrow U_b(0) = E \\ * \ t \to +\infty \Rightarrow U_b(+\infty) = E - R I_0 \end{cases}$$

Rq : En régime permanent ($t \to +\infty$) :

$$i = I_0 = cte$$

$$U_b = E - RI.$$

$$= E - R\frac{E}{R+r}$$

$$= \frac{(R+r)E - RE}{R+r}$$

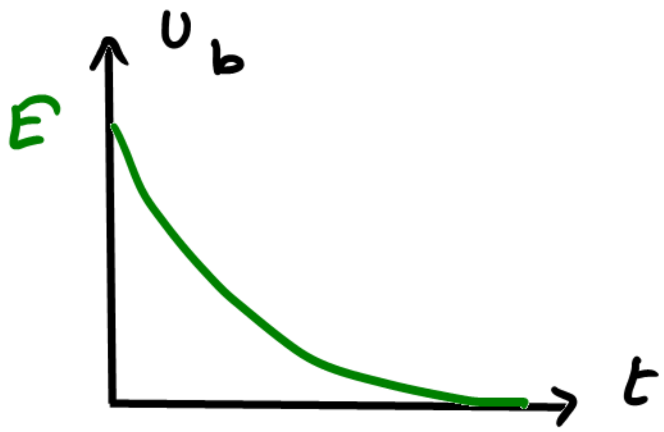
$$= \frac{rE}{R+r}$$

$$= r I_0$$

Rq : si la bobine est purement inductive alors $r = 0$.

* En régime permanent :

$$U_b = 0$$



* Dans ce cas la bobine est appelée :
  - purement inductive
  - idéale
  - de résistance négligeable

on la note : $U_L = L \frac{di}{dt}$

Qst 8 : Donner le nom, la définition et la signification physique de la constante τ (taux) :

- **nom :** c'est la constante du temps
- **Définition :** c'est une grandeur physique qui nous renseigne sur la rapidité de l'établissement et de l'annulation du courant.
- **signification physique :** c'est le temps nécessaire pour que l'intensité du courant atteint 63% de sa valeur maximale.


Magazines