Taki Academy
www.takiacademy.com

Physique

Classe : $4^{ème}$ année

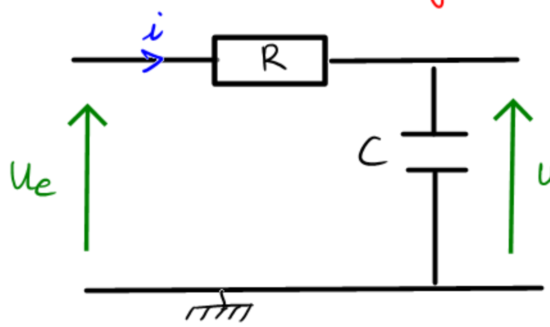
Chapitre : les filtres

Fiche de méthodes

Filtre passe -bas passif

* Pas d'amplification du signal
* Pas d'amplificateur Opérationnel (A.O.P)

Q_1 : Faire le schéma d'un filtre passe-bas passif :



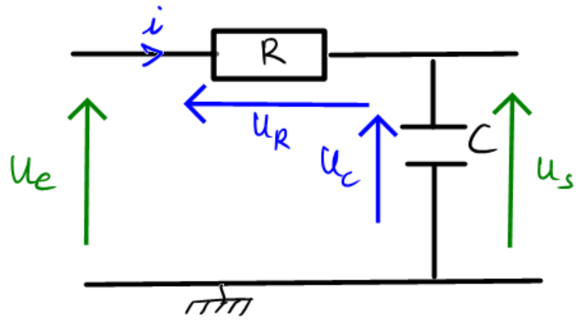
$$u_e(t) = U_{em} \sin(\omega t + \varphi_e)$$
$$u_s(t) = U_{sm} \sin(\omega t + \varphi_s)$$

Rque

passe-bas → le condensateur dans la position basse.

Q_2 : Etablir l'équation différentielle de $u_s(t)$:

* D'après la loi des mailles :



$$u_e - u_R - u_c = 0$$
$$u_R + u_c = u_e$$

avec $u_c = u_s$

$$u_R = Ri = R.C \frac{du_c}{dt}$$
$$= R.C \cdot \frac{du_s}{dt}.$$

$$\Rightarrow \boxed{RC\frac{du_s}{dt} + u_s = u_e}$$

Q_3 : Déterminer la transmittance (fonction de transfert) T :

$T = \dfrac{U_{sm}}{U_{em}}$: Il faut faire la construction de Fresnel pour déterminer l'expression $\dfrac{U_{sm}}{U_{em}}$.

Construction de Fresnel :

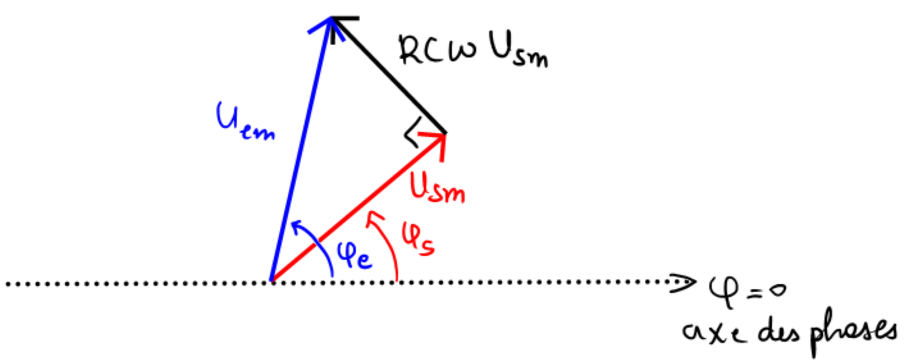
$$\underbrace{RC\frac{du_s}{dt}}_{\vec{V_2}} + \underbrace{u_s}_{\vec{V_1}} = \underbrace{u_e}_{\vec{V_3}}$$

$\vec{V_1} \rightarrow u_s(t) = U_{sm}\sin(\omega t + \varphi_s) \rightarrow \vec{V_1}\left|\begin{array}{l} U_{sm} \\ \varphi_s \end{array}\right.$

$\vec{V_2} \rightarrow RC\dfrac{du_s}{dt} = U_{sm}RC\omega\sin(\omega t + \varphi_s + \frac{\pi}{2}) \rightarrow \vec{V_2}\left|\begin{array}{l} RC\omega U_{sm} \\ \varphi_s + \frac{\pi}{2} \end{array}\right.$

$\vec{V_3} \rightarrow u_e(t) = U_{em}\sin(\omega t + \varphi_e) \rightarrow \vec{V_3}\left|\begin{array}{l} U_{em} \\ \varphi_e \end{array}\right.$

$$\vec{V_1} + \vec{V_2} = \vec{V_3}$$



D'après Pythagore :

$$U_{em}^2 = U_{sm}^2 + (RC\omega\, U_{sm})^2$$

$$U_{em}^2 = U_{sm}^2\,(1 + (RC\omega)^2)$$

$$\Rightarrow \boxed{T = \frac{U_{sm}}{U_{em}} = \frac{1}{\sqrt{1+(RC\omega)^2}}}$$

Remarque : Montrer que la transmittance est d'un filtre passe-bas :

$$\omega \to 0 \Rightarrow T = 1$$

$$\omega \to +\infty \Rightarrow T = 0$$

Ce filtre ne laisse passer que les basses fréquences

$(\omega \to 0 ; N \to 0)$ $\Rightarrow$ un filtre passe-bas.

Q_4 : Déterminer le gain G de ce filtre :

$$G = 20 \log(T)$$

$$G = 20 \log \frac{1}{\sqrt{1+(RC\omega)^2}}$$

$$G = \cancel{20 \log 1}^{\,0} - 20 \log \sqrt{1+(RC\omega)^2}$$

$$G = -20 \log \left[1+(RC\omega)^2\right]^{1/2}$$

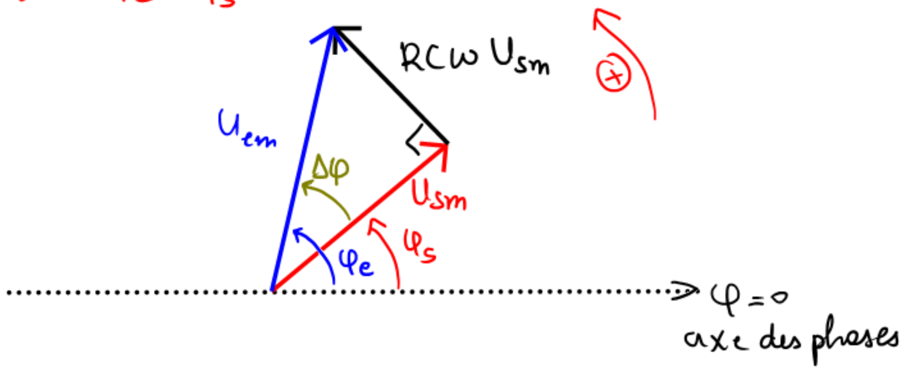
$$\boxed{G = -10 \log (1+(RC\omega)^2)}$$

Rque :

$G < 0$: le filtre est passif.

Q5 : Déterminer le déphasage $\Delta\varphi$.

$\Delta\varphi = \varphi_e - \varphi_s$



$\Delta\varphi > 0$

$$\tan(\Delta\varphi) = \frac{RC\omega \cancel{U_{sm}}}{\cancel{U_{sm}}} = RC\omega \Rightarrow \boxed{\tan\Delta\varphi = RC\omega}$$

Rque : $0 < \varphi_e - \varphi_s < \frac{\pi}{2}$

pour un filtre passe-bas

$\Rightarrow$ $u_e(t)$ est tjrs en avance de phase par % $u_s(t)$.

Q6 : Calculer la fréquence de coupure N_c :

$$T = \frac{T_0}{\sqrt{2}}$$

pour un filtre passif $T_0 = 1$

$$\frac{1}{\sqrt{1+(RC\omega)^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$1 + (RC\omega)^2 = 2$$

$$(RC\omega)^2 = 1$$

$$\Rightarrow RC\,2\pi N_c = 1$$

$$\Rightarrow \boxed{N_c = \frac{1}{2\pi RC}}$$

Rque : On peut aussi chercher N_c en utilisant G :

$$G = G_0 - 3\,dB$$

$$20\log(T) = \cancel{20\log(T_0)}^{0} - 3\,dB \quad ; T_0 = 1$$

$$-10\log\left(1+(RC\omega)^2\right) = -3$$

$$\log\left(1+(RC\omega)^2\right) = 0{,}3$$

$$\Rightarrow 1+(RC\omega)^2 = 10^{0{,}3}$$

$$\Rightarrow (RC\omega) = \left(\sqrt{10^{0{,}3}-1}\right) \simeq 1$$

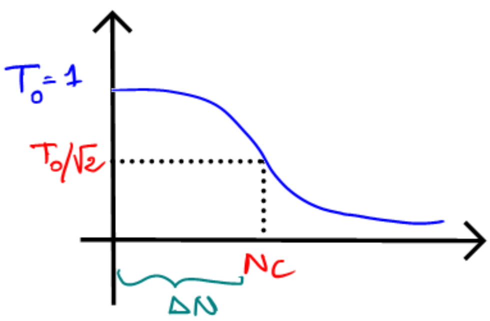
$$\Rightarrow RC\,2\pi N_c = 1$$

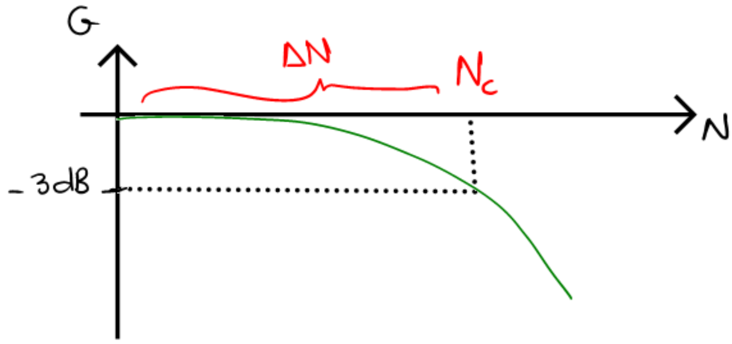
$$\boxed{N_c = \frac{1}{2\pi RC}}$$

Q_7 : Tracer l'allure de la courbe $T = f(N)$ et $G = f(N)$:
Déterminer la bande passante ΔN.

Pour un filtre passe-bas ;

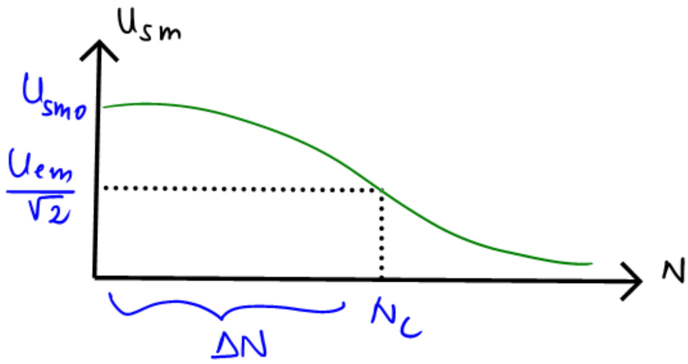
$$\Delta N = [0 ; N_c]$$





Rque 1 : le gain et la transmittance du filtre diminue en fonction de le fréquence → il s'agit d'un filtre passe-bas.

Rque 2 : Courbe de $U_{sm} = f(N)$

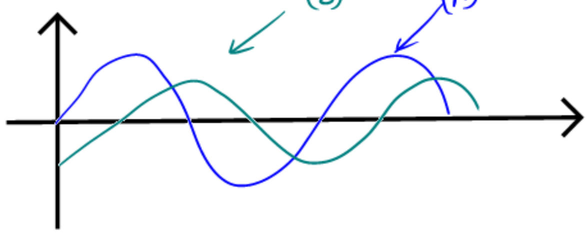


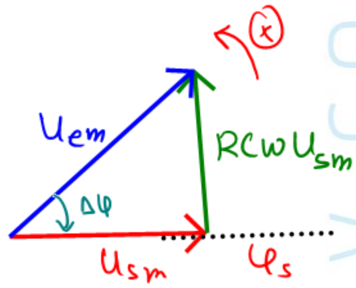
Pour $N = N_c$; On a,

$$T = \frac{T_0}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\text{Or } T = \frac{U_{sm}}{U_{em}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \boxed{U_{sm} = \frac{U_{em}}{\sqrt{2}}}$$

Q_8 : Trouver la courbe correspond à $U_e(t)$:





$\Delta\varphi = \varphi_s - \varphi_e < 0$

- $U_s(t)$ est toujours en retard de phase par rapport $U_e(t)$

$A \longrightarrow u_e(t)$

$B \longrightarrow u_s(t)$

Taki Academy
www.takiacademy.com

Sousse (Khezama - Sahloul) Nabeul / Sfax / Bardo / Menzah El Aouina / Ezzahra / CUN / Bizerte / Gafsa / Kairouan / Medenine / Kébili / Monastir / Gabes / Djerba

www.takiacademy.com 73.832.000