



Taki Academy
www.takiacademy.com

Physique

Classe : 4^{ème} Informatique

Chapitre : Les Oscillations Electriques libres

📍 Sousse (Khezama - Sahloul) Nabeul / Sfax / Bardo / Menzah El Aouina / Ezzahra / CUN / Bizerte / Gafsa / Kairouan / Medenine / Kébili / Monastir / Gabes / Djerba

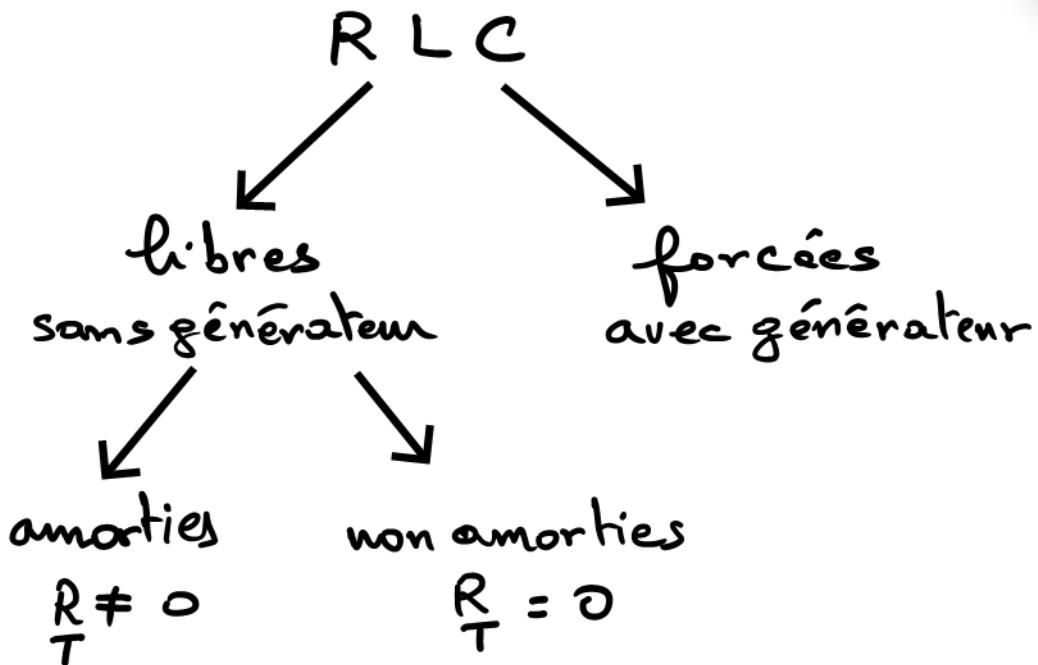
🌐 www.takiacademy.com

📞 73.832.000



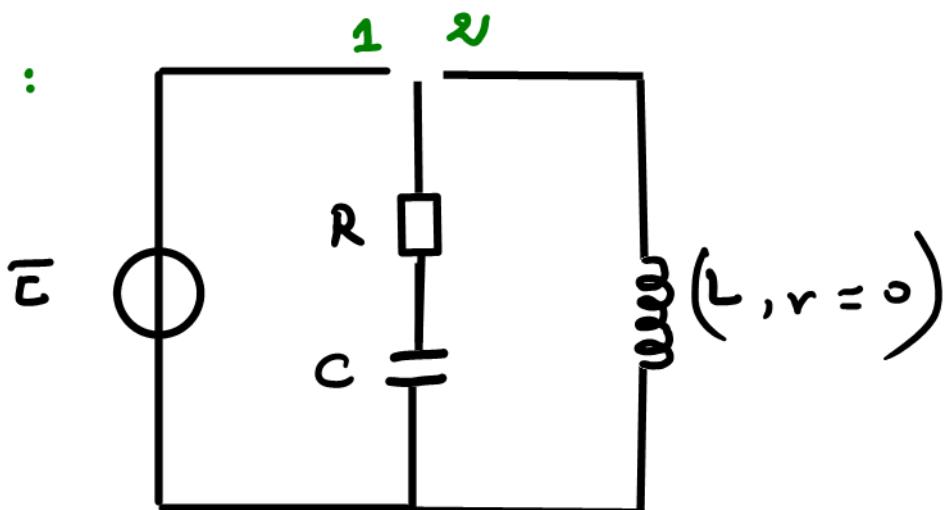


Plan du Chapitre



I- RLC Libres amorties

schéma :



* On met le commutateur K sur la position 1 pour charger le condensateur , puis on le décharge dans un circuit LC en basculant K sur la position 2





Qst 1: Déterminer l'équation différentielle en fonction de (U_C, q, i)

* en fonction de q :

Lois des mailles:

$$U_R + U_C + U_L = 0$$

$$Ri + \frac{q}{C} + L \frac{di}{dt} + ri = 0$$

$$(R+r)i + \frac{q}{C} + L \frac{dq}{dt} = 0$$

$$i = \frac{dq}{dt}$$

$$(R+r) \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} + L \frac{d^2q}{dt^2} = 0$$

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{(R+r)}{L} \frac{dq}{dt} + \frac{q}{LC} = 0.$$





* en fonction de U_C .

$$U_C + U_L + U_R = 0.$$

$$U_C + L \frac{di}{dt} + ri + R i = 0$$

$$\text{or } i = C \frac{dU_C}{dt}$$

$$U_C + L C \frac{dU_C}{dt} + (R + r) C \frac{dU_C}{dt} = 0$$

$$\boxed{\frac{d^2 U_C}{dt^2} + \frac{(R+r)}{L} \frac{dU_C}{dt} + \frac{1}{LC} U_C = 0}$$

* en fonction de i

$$U_C + U_R + U_L = 0.$$

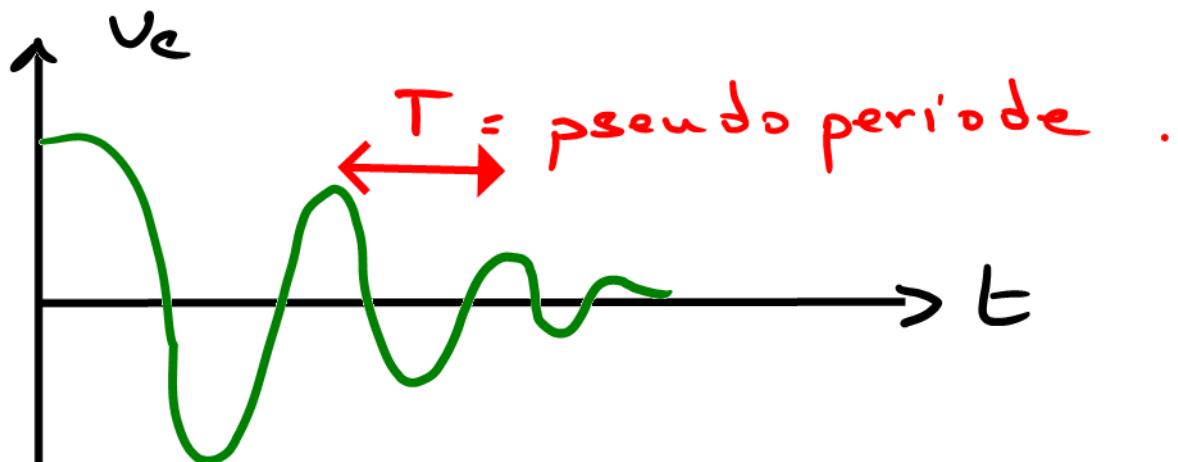
$$\frac{q}{C} + R i + L \frac{di}{dt} + ri = 0$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{C} \frac{dq}{dt} \right) + (R+r) \frac{di}{dt} + L \frac{d^2 i}{dt^2} = 0$$

$$\boxed{\frac{d^2 i}{dt^2} + \frac{(R+r)}{L} \frac{di}{dt} + \frac{1}{LC} i = 0}$$



Qst 2: Tracer l'allure de $U_C(t)$



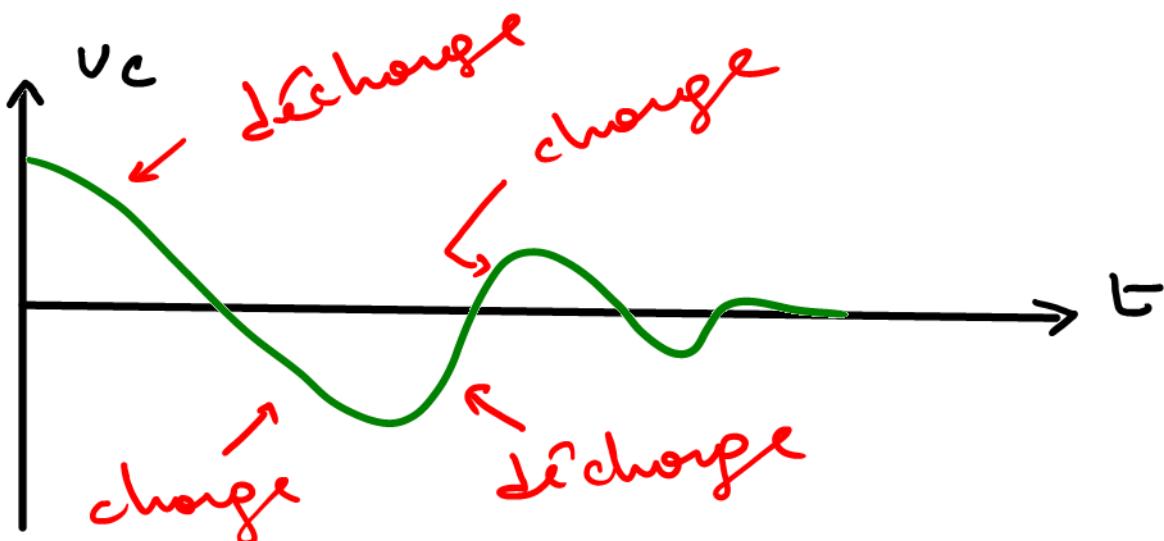
Qst 3: Déterminer la nature de ce régime en le justifiant:

L'amplitude maximale de la courbe de U_C diminue au cours du temps, le régime est alors appelé régime pseudopériodique de pseudoperiode T .

Les oscillations sont dites amorties



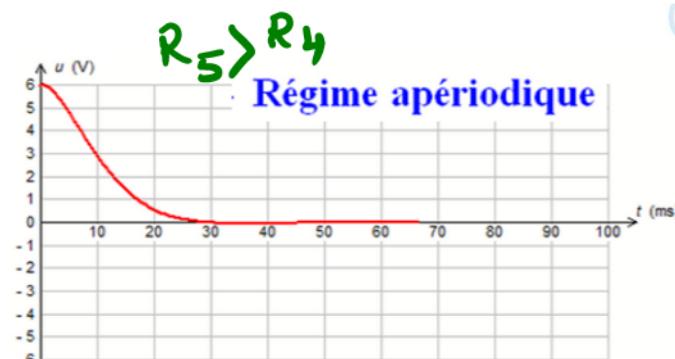
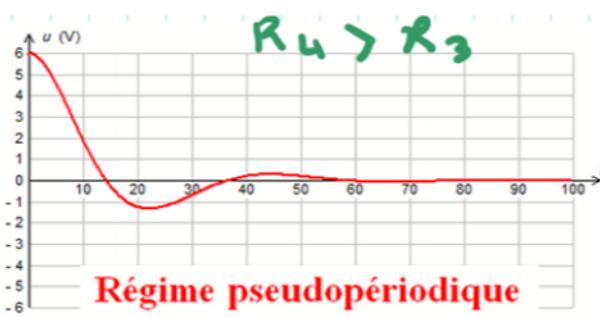
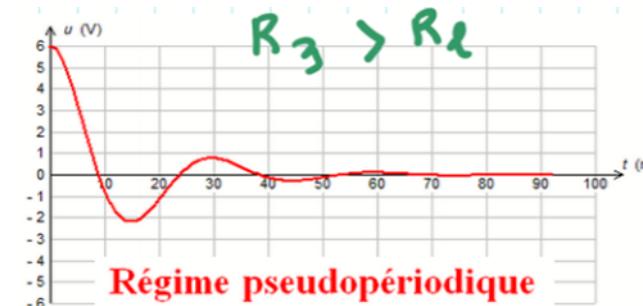
* Dans ce circuit on a un échange mutuelle d'énergie entre le ton densateur et la bobine



- * lorsque V_C tend vers 0
 \Rightarrow c'est la décharge
- * lorsque V_C s'enfuit de 0
 \Rightarrow c'est la charge.



Qst 4 : Componer les résistances R_1, R_2, R_3 et R_4 et nommer le régime à chaque fois :



lorsqu'on augmente la résistance
le nombre des oscillations diminue

$$R_4 > R_3 > R_2 > R_1$$





Qst 5: Déterminer l'expression et la nature de l'énergie totale du circuit :

$$E_{\text{em}} = E_C + E_L.$$

$$= E_e + E_m$$

énergie électrique
dans le condensateur

énergie
magnétique
dans la bobine

$$\Rightarrow E_{\text{em}} = \frac{1}{2} C V_C^2 + \frac{1}{2} L i^2$$

⇒ L'énergie totale est une énergie électromagnétique



Qst 6: Montrer que cette énergie diminue au cours du temps

* Si: $\frac{dE}{dt} < 0$ alors E diminue

$$\bullet \frac{dE}{dt} = \frac{d}{dt} \frac{1}{2} CV_c^2 + \frac{d}{dt} \frac{1}{2} Li^2$$

$$= \frac{1}{2} C \frac{d}{dt} V_c^2 + \frac{1}{2} L \frac{d i^2}{dt}$$

$$\frac{d f^n}{dt} = n f^{n-1} \frac{d f}{dt}$$

$$\frac{d f^2}{dt} = 2 f \frac{d f}{dt}$$

$$= \frac{1}{2} C 2 V_c \frac{d V_c}{dt} i + \frac{1}{2} L 2 i \frac{d i}{dt}$$

$$= i V_c + L i \frac{d i}{dt}$$

$$= i [V_c + L \frac{d i}{dt}]$$





or d'après la loi des mailles.

$$U_C + L \frac{di}{dt} + R i = 0$$
$$\Rightarrow U_C + L \frac{di}{dt} = - R i$$

donc $\frac{dE}{dt} = i(-Ri) = -Ri^2 < 0$

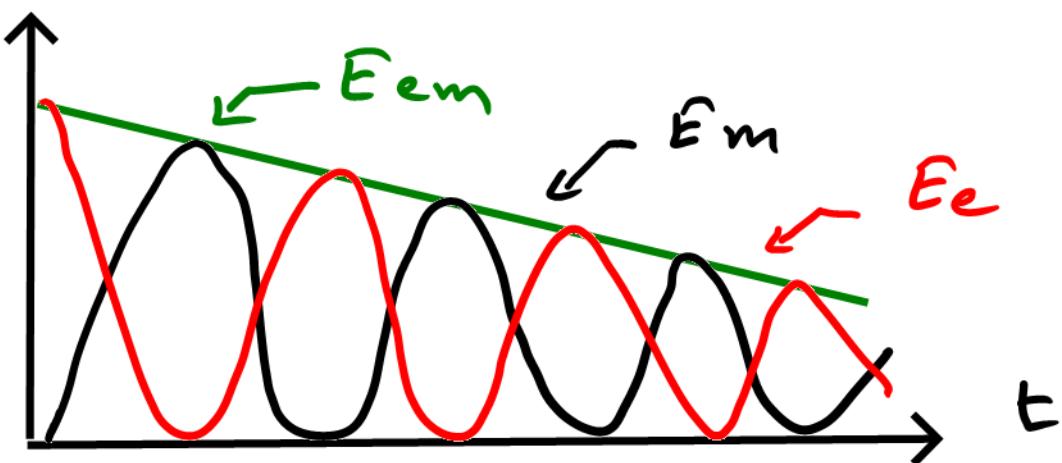
on dit que : - L'énergie diminue
- L'énergie est dissipée
- Le système n'est pas conservatif.

Qst 7: Interpréter la cause de cette diminution :

* L'énergie est dissipée par effet Joule sous forme de chaleur dans le résistor.



Qst 8: Donner l'allure de $E_c(t)$, $E_L(t)$ et $E_{em}(t)$



* à $t = 0$; le condensateur est complètement chargé

$$\text{donc } U_e = U_{cm} \text{ à } t = 0$$

$$\Rightarrow E_c = E_{cm} = \frac{1}{2} C U_{cm}^2$$





Ost 9: Calculer La variation puis la perte d'énergie entre t_1 et t_2 :

* la variation :

$$\Delta E = E(t_2) - E(t_1) < 0$$

Dans ce cas la perte est négatif car l'énergie diminue.

* la variation :

$$W = |\Delta E| = |E(t_2) - E(t_1)|$$

Remarque :

$$- Si \ i = 0 \Rightarrow E_L = \frac{1}{2} L i^2 = 0$$

\Rightarrow L'énergie est dite purement

$$\text{électrique: } E = E_C = \frac{1}{2} C V_C^2$$



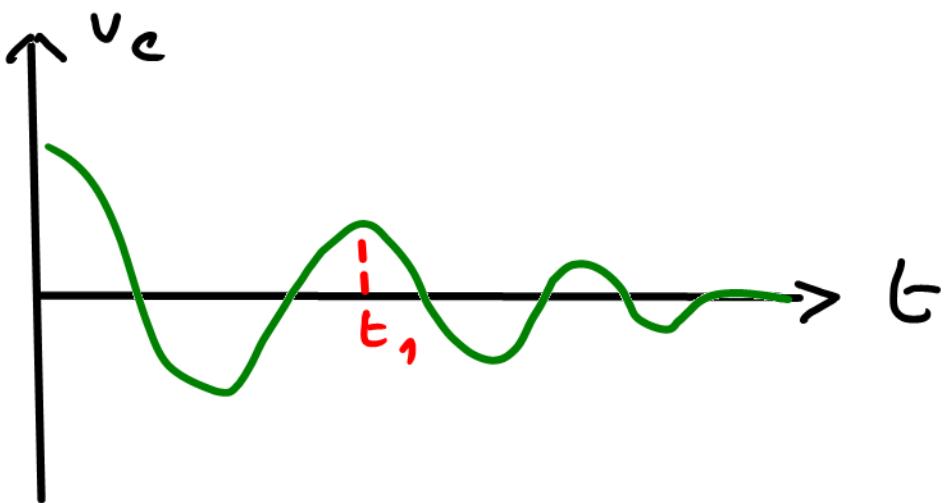


- Si $U_C = 0 \Rightarrow E_C = \frac{1}{2} C U_C^2 = 0$

\Rightarrow L'énergie est dite **purement**

magnétique : $E = E_B = \frac{1}{2} L i^2$

Qst 10: Montrer que l'énergie est purement électrique à t₁:



* à $t = t_1$; $U_C = U_{Cm}$

$$\Rightarrow i = C \frac{dU_c}{dt} = C \text{ pente}/t_1 = 0$$

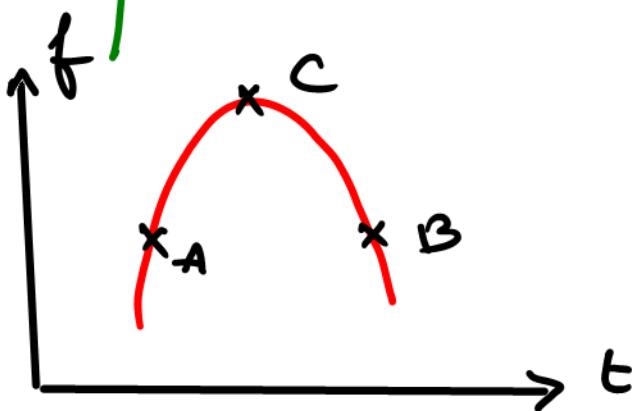
$$\Rightarrow E_L = \frac{1}{2} L i^2 = 0$$



donc $E = E_C = \frac{1}{2} CV_C^2$

\Rightarrow l'énergie à $t=t_1$, est purement électrique.

* Remarque :



- $\frac{df}{dt}$: c'est la pente de la tangente à la courbe à t_1 :

- $\frac{df}{dt}|_A > 0 \Leftrightarrow f$ est croissante

- $\frac{df}{dt}|_B < 0 \Leftrightarrow f$ est décroissante.

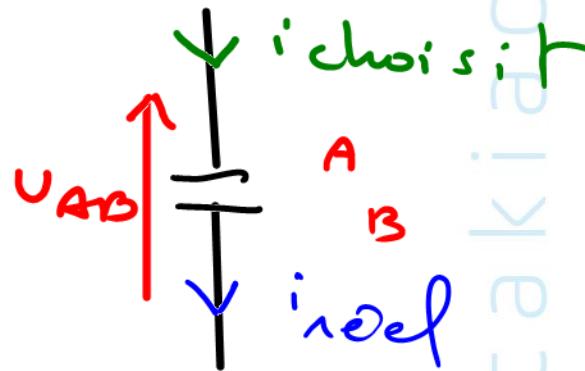
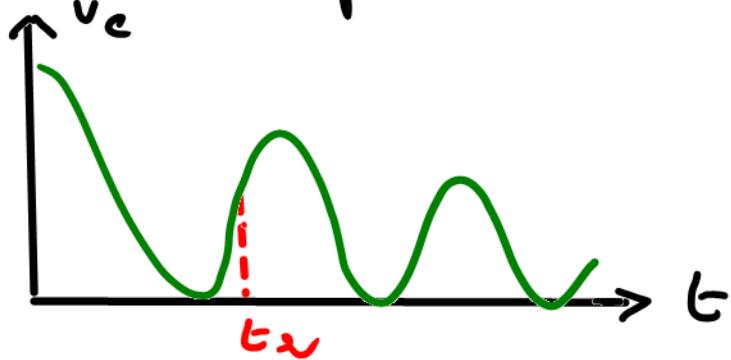
- $\frac{df}{dt}|_C = 0 \Leftrightarrow f$ est constante (max ou min)



Qst 10 : Déterminer le sens
réel du courant à t₂.

- * Si i > 0 : alors i réel
à le même sens que i choisit
- * Si i < 0 : alors i réel
à le sens contraire de i choisit

Exemple :

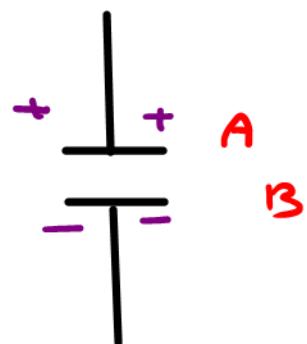
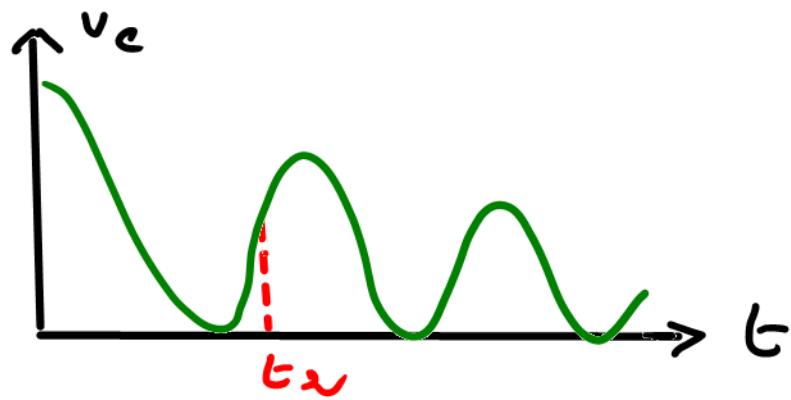


à t = t₂; la courbe s'
croissante donc :

$$i = C \frac{dV_c}{dt} = C \text{pende} > 0$$



Qst 11 : Déterminer le signe de charge de chaque armature du condensateur :



$$* \quad U_c = V_{AB} = V_A - V_B$$

↑ ↓
 le potentiel le potentiel
 en A en B

• à $t = t_2$; $U_c > 0$

$$\Rightarrow V_A - V_B > 0$$

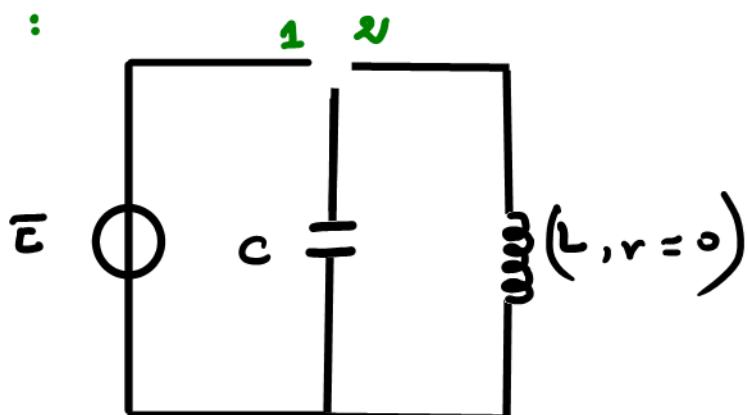
$$\Rightarrow V_A > V_B \Rightarrow \begin{cases} q_A > 0 \\ q_B < 0 \end{cases}$$



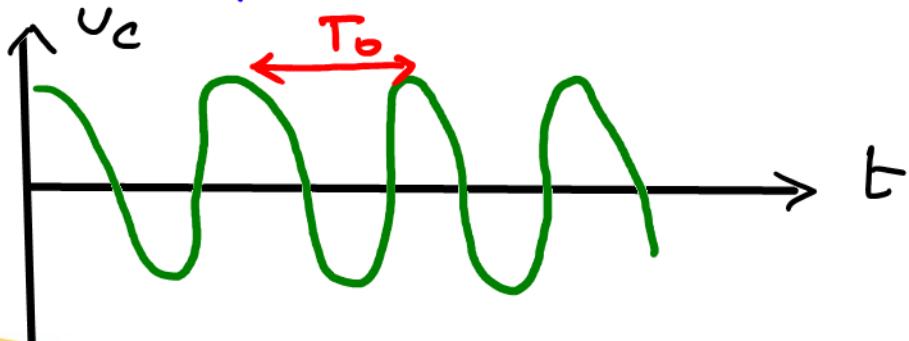
II- RLC Libres non amorties

Interprétation :

Dans ce cas on va éliminer la résistance et on va décharger le condensateur à travers une bobine idéale, on l'appelle circuit LC.



* L'amplitude de la courbe de U_C ne diminue plus et devient ?





Qst 12 : Déterminer l'équation différentielle relative à U_C :

D'après la loi des mailles

$$U_L + U_C = 0$$

$$L \frac{di}{dt} + U_C = 0$$

or $i = C \frac{dU_C}{dt}$

$$\Rightarrow L C \frac{d^2 U_C}{dt^2} + U_C = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{d^2 U_C}{dt^2} + \frac{U_C}{LC} = 0}$$

avec $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$

ω_0 : c'est la pulsation propre .





Qst 13 : Déterminer l'expression de la période T_0 puis celle de la fréquence N_0 :

$$* T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = \frac{2\pi}{\frac{1}{\sqrt{LC}}} = 2\pi\sqrt{LC}$$

L est la période propre.

$$* N_0 = \frac{1}{T_0} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

$$* \omega_0 = 2\pi N_0 .$$

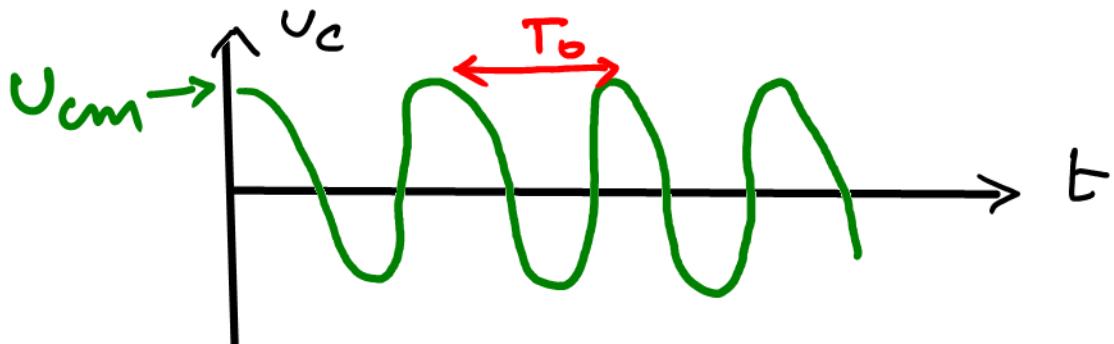
Qst 14 : Déterminer l'expression de $U_C(t)$:

• $U_C(t)$ est fonction sinusoïdale

donc : $U_C(t) = U_{cm} \sin(\omega_0 t + \phi_U)$



* L'amplitude maximale U_{cm}



* la pulsation propre ω_0 :

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T} \quad \text{ou} \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

* la phase initiale Φ_{uc} :

à $t=0$, $U_c(0) = U_{cm} \sin(\Phi_{uc}) = \underbrace{U_{cm}}_{\text{expression de } U_c} = \underbrace{U_{cm}}_{\text{courbe}}$

$$\Rightarrow \sin(\Phi_{uc}) = \frac{U_{cm}}{U_{cm}} = 1$$

$$\Rightarrow \Phi_{uc} = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$$





on rappelle que :

θ	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin \theta$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos \theta$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

Qst 15 : Montrer que

$$v_c(t) = V_{cm} \sin(\omega_0 t + \Phi_{v_c})$$

est solution de l'équation

differentielle précédente :

$$\frac{d^2 v_c}{dt^2} + \frac{v_c}{L C} = 0$$

$$\bullet \quad \frac{d v_c(t)}{dt} = \frac{d}{dt} V_{cm} \sin(\omega_0 t + \Phi_{v_c})$$

$$= V_{cm} \omega_0 \cos(\omega_0 t + \Phi_{v_c})$$





- $\frac{d}{dt} V_{cm} \omega_0 \sin(\omega_0 t + \Phi_{vc})$
- $= -V_{cm} \omega_0^2 \sin(\omega_0 t + \Phi_{vc})$

done

$$\frac{dV_{vc}}{dt} = -V_{cm} \omega_0^2 \sin(\omega_0 t + \Phi_{vc})$$

on la remplace dans l'éq diff :

$$-V_{cm} \omega_0^2 \sin(\omega_0 t + \Phi_{vc}) + \frac{V_c}{Lc} \sin(\omega_0 t + \Phi_{vc}) = 0$$

$$V_{cm} \sin(\omega_0 t + \Phi_{vc}) \left[-\omega_0^2 + \frac{1}{Lc} \right] = 0$$

$$\frac{V_c(t)}{\neq 0} \left[-\omega_0^2 + \frac{1}{Lc} \right] = 0$$

$$\Rightarrow -\omega_0^2 + \frac{1}{Lc} = 0$$





$$\Rightarrow \omega_0^2 = \frac{1}{LC}$$

$$\Rightarrow \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Donc cette solution vérifie l'éq diff.

Qst 14: Montrer que l'énergie se conserve :

* Si $\frac{dE}{dt} = 0$ alors E se conserve

$$\frac{dE}{dt} = \frac{d}{dt} \frac{1}{2} Cv_c^2 + \frac{d}{dt} \frac{1}{2} L i^2$$

$$= \frac{1}{2} C \frac{d}{dt} v_c^2 + \frac{1}{2} L \frac{d}{dt} i^2$$

$$\frac{d f^n}{dt} = n f^{n-1} \frac{d f}{dt}$$

$$\frac{d f^2}{dt} = 2 f \frac{d f}{dt}$$





$$= \frac{1}{2} C \cancel{2 V_C \frac{dV_C}{dt}}^i + \frac{1}{2} L 2 i \frac{di}{dt}$$

$$= i V_C + L i \frac{di}{dt}$$

$$= i [V_C + L \frac{di}{dt}]$$

or d'après la loi des mailles :

$$V_C + L \frac{di}{dt} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{dE}{dt} = 0$$

donc l'énergie se conserve

(reste constante; n'est pas dissipée)





Qst 15: Déterminer les expressions de $E_C(t)$ et $E_L(t)$:

$$E_C = \frac{1}{2} C V_C^2$$

$$= \frac{1}{2} C V_{CM}^2 \sin^2(\omega_0 t + \Phi_{V_C})$$

$$\sin^2 x = \frac{1 - \cos(2x)}{2}$$

$$= \frac{1}{2} C V_{CM}^2 \left(\frac{1 - \cos(2\omega_0 t + 2\Phi_{V_C})}{2} \right)$$

$$= \frac{1}{4} C V_{CM}^2 \left(1 - \cos(2\omega_0 t + 2\Phi_{V_C}) \right)$$

$$= \frac{1}{4} C V_{CM}^2 \left(1 + \sin \left(2\omega_0 t + 2\Phi_{V_C} - \frac{\pi}{2} \right) \right)$$





$$* \bar{E}_L = \frac{1}{2} L i^2$$

$$= \frac{1}{2} L \left(C \frac{dV_C}{dt} \right)^2$$

$$= \frac{1}{2} L \left(C V_{cm} \omega_0 \omega_s (\omega_0 t + \phi_{V_C}) \right)^2$$

$$= \frac{1}{2} \cancel{L} C^2 V_{cm}^2 \cancel{\omega^2} \omega_s^2 (\omega_0 t + \phi_{V_C})$$

$$\omega_s(x) = \frac{1 + \cos(2x)}{2}$$

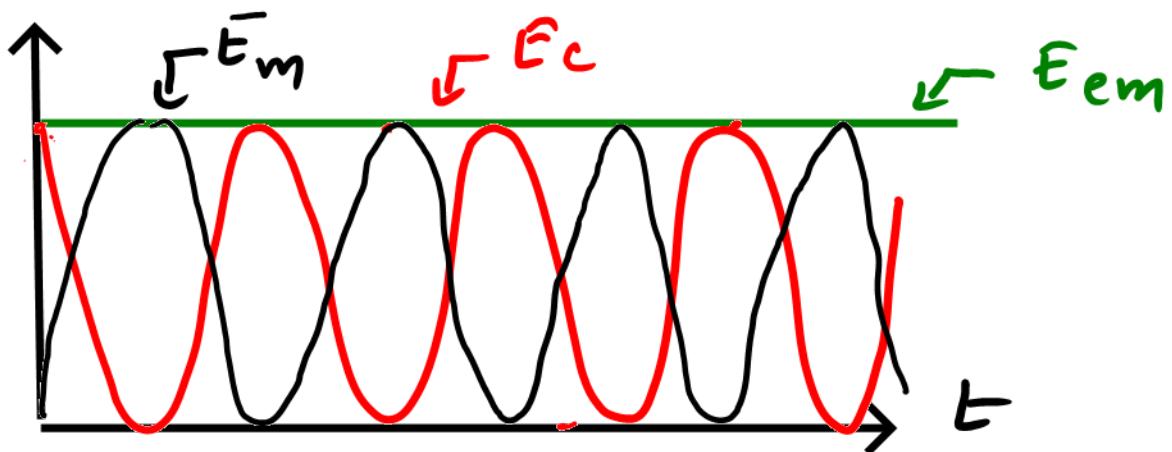
$$= \frac{1}{2} C V_{cm}^2 \frac{1 + \omega_s(2\omega_0 t + 2\phi_{V_C})}{2}$$

$$= \frac{1}{4} C V_{cm}^2 \left(1 + \sin(2\omega_0 t + 2\phi_{V_C} + \frac{\pi}{2}) \right)$$



Qst 16 : Trace les courbes

de $E_c(t)$ et $E_L(t)$:



* $E_m(t)$ et $E_c(t)$ sont
des courbes périodiques ?

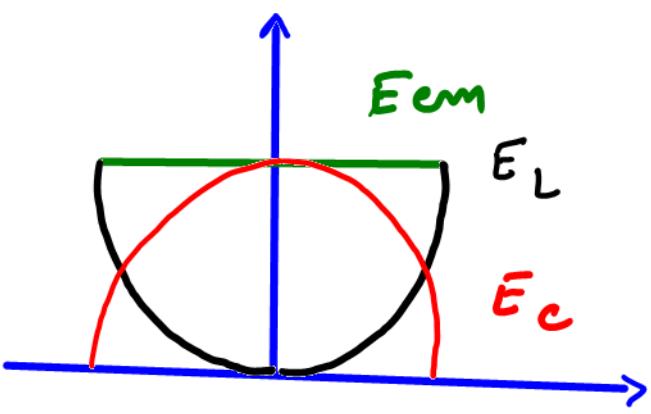
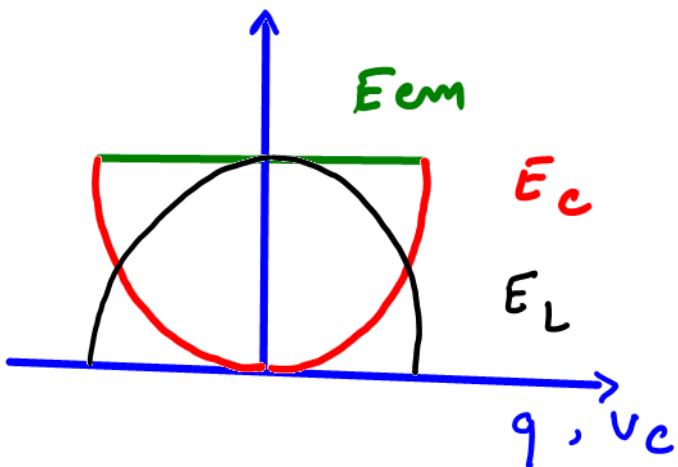
$$\omega_{ene} = 2\omega_0$$

$$\frac{2\pi}{T_{ene}} = 2 \frac{2\pi}{T_0}$$

$$T_{ene} = \frac{T_0}{2}$$

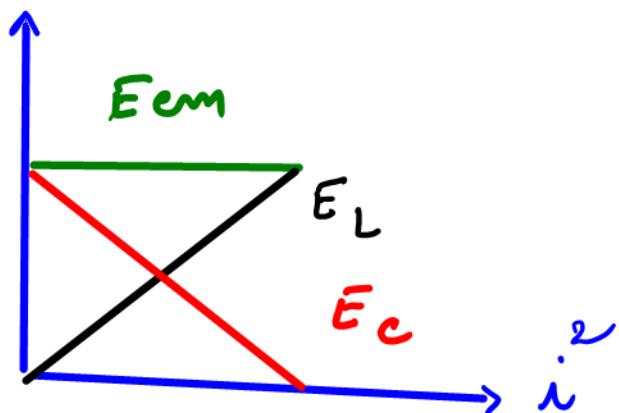
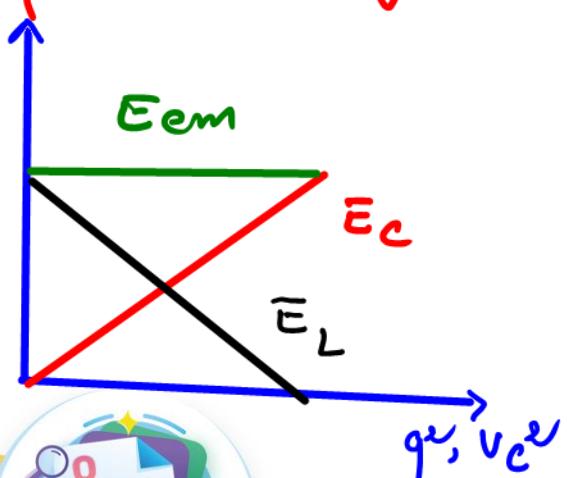


Qst 17: Trace les courbes de E_C et E_L en fonction de v_C puis en fonction de i :



* E_L et E_C sont des branches paraboliques.

Qst 17: Trace les courbes de E_C et E_L en fonction de v_{C^2} puis en fonction de i^2





Taki Academy
www.takiacademy.com



Sousse (Khezama - Sahloul) Nabeul / Sfax / Bardo / Menzah El Aouina / Ezzahra / CUN / Bizerte / Gafsa / Kairouan / Medenine / Kébili / Monastir / Gabes / Djerba



www.takiacademy.com



73.832.000