

به نام خدا



طراحی سیستم‌های دیجیتال

پروژه پایانی - CORDIC

دانشکده مهندسی کامپیوتر

دانشگاه صنعتی شریف

استاد:

جناب آقای دکتر بهاروند

نام، نام خانوادگی و شماره دانشجویی اعضای گروه:

علیرضا ایلامی - ۹۷۱۰۱۲۸۶

محمدمتین فتوحی - ۹۷۱۰۶۱۴۳

سید مهدی فقیه - ۹۷۱۰۶۱۹۸

علی قاسمی - ۹۷۱۰۶۲۰۵

امیرمهدی نامجو - ۹۷۱۰۷۲۱۲

محمدرضا یوسف پور - ۹۷۱۰۶۳۲۴

فهرست مطالب

۲	۱	مقدمه
۲	۱.۱	معرفی اجمالی و تاریخچه
۲	۲.۱	هدف الگوریتم
۳	۳.۱	پایه ریاضی
۳	۱.۳.۱	حالت Rotation
۶	۲.۳.۱	حالت Vectoring
۸	۴.۱	شکل دقیق الگوریتم
۱۰	۵.۱	کاربردها
۱۰	۱.۵.۱	سخت‌افزار
۱۰	۲.۵.۱	نرم افزار
۱۱	۲	پیاده‌سازی
۱۱	۱.۲	اسامی ماژول‌ها و اینترفیس‌های سیستم
۱۱	۱.۱.۲	Vectoring
۱۴	۲.۱.۲	Rotation
۱۷	۲.۲	دیاگرام‌های بلوکی
۲۴	۳.۲	شرح وظایف ماژول‌ها
۲۵	۱.۳.۲	Vectoring
۳۰	۲.۳.۲	ROTATION
۳۵	۳	تست بِنچ و شبیه سازی
۳۵	۱.۳	توضیحاتی در مورد Golden Model
۳۵	۲.۳	توضیحاتی در مورد تست‌های ساخته شده توسط Golden Model
۳۶	۳.۳	Unit Test ها
۳۶	۱.۳.۳	ماژول tb_X_Calculator
۳۶	۲.۳.۳	ماژول tb_Y_Calculator
۳۷	۳.۳.۳	ماژول tb_Z_Calculator
۳۷	۴.۳.۳	ماژول tb_Scaler
۳۷	۵.۳.۳	ماژول tb_Quadrant_Corrector
۳۸	۴.۳	Integration Test ها
۳۸	۱.۴.۳	ماژول tb_CORDIC_Rotation
۳۸	۲.۴.۳	ماژول tb_CORDIC_Vector
۴۰	۴	سنتز
۴۰	۱.۴	سنتز Rotation
۴۱	۲.۴	سنتز Vectoring
۴۳		مراجع

۱ مقدمه

۱.۱ معرفی اجمالی و تاریخچه

هدف اصلی ما در این پروژه، طراحی یک واحد CORDIC است. CORDIC مخفف واژه COordinate Rotation DIgital Computer به معنی کامپیوتر دیجیتال چرخش مختصات است. این الگوریتم اولین بار در سال ۱۹۵۶ توسط آقای جک ولدر (Jack E. Volder)، که یک مهندس اویونیک (مهندس الکترونیک مرتبط به صنعت هوانوردی) بود، برای سیستم مسیریابی بمبافکن B-۵۸ ابداع شد. هر چند بعضی از ایده‌های استفاده شده در این روش، حتی در قرن هفدهم ذکر شده بودند. ویژگی اصلی این الگوریتم هم این است که امکان پیاده‌سازی آن با عناصر ساده جمع کننده و شیفتر دهنده وجود دارد و نیازی به استفاده از واحدهای پیشرفته‌تر نظیر ضرب کننده وجود ندارد. همچنین باید توجه کرد که در زمان ساخت و توسعه این الگوریتم، کامپیوتر واژه‌ای برای اشاره به دستگاه محاسبه‌گر بوده است و کامپیوتر با آن مفهوم سیستم متشکل از پردازنده و حافظه و مفاهیم مطرح شده توسط تورینگ، هر چند وجود داشت، اما هنوز کاربرد آن گسترده نشده بود. از این رو نباید لغت کامپیوتر در نام این الگوریتم را با تعریف امروزی آن اشتباه گرفت. [۱] [۲]

۲.۱ هدف الگوریتم

الگوریتم CORDIC در شکل ساده و رایج خود، الگوریتمی برای محاسبه مقادیر توابع مختلف علی‌الخصوص توابع مثلثاتی و هذلولوی است. از الگوریتم CORDIC در مواردی برای محاسبه توابع لگاریتمی، جذر گرفتن و موارد نظیر این هم استفاده می‌شود اما شکل اولیه آن مبتنی بر همان توابع مثلثاتی است.

در اصل الگوریتم اصلی که در این جا قصد پیاده‌سازی آن را داریم، دو حالت عملکردی مختلف دارد. حالت Rotation و حالت Vectoring. در حالت Rotation، یک بردار هم‌راستا با محور x و همچنین یک زاویه به الگوریتم داده شده و این الگوریتم، در اثر چرخش‌های متوالی در مراحل پشت سرهم، بردار اولیه را می‌چرخاند تا در نهایت برآیند تمامی این چرخش‌ها، با دقت مشخصی برابر با زاویه داده شده به برنامه بشود. در حالت Vectoring، یک بردار دلخواه داده می‌شود و الگوریتم سعی می‌کند در اثر چرخش‌های متوالی و منظم، مؤلفه y بردار را از بین ببرد و آن را بر محور x منطبق کند. با این کار، از طریق مؤلفه x نهایی می‌توان اندازه بردار اولیه را به دست آورد و همچنین با بررسی روند چرخش‌های انجام شده، می‌توان به زاویه بردار اولیه هم پی برد. [۲] [۳] [۴]

۳.۱ پایه ریاضی

۱.۳.۱ حالت Rotation

ابتدا باید به نحوه مدل کردن چرخش یک نقطه در دستگاه مختصات بپردازیم. اگر نقطه $v = (x, y)$ را به اندازه زاویه θ به صورت پادساعتگرد (در جهت مثلثاتی) دوران بدهیم، نقطه $v' = (x', y')$ به صورت زیر به دست می‌آید:

$$x' = x \cos(\theta) - y \sin(\theta)$$

$$y' = x \sin(\theta) + y \cos(\theta)$$

از طرف دیگر، یک دوران به اندازه θ را می‌توان مجموعی از n دوران دیگر $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n$ دانست که $\theta = \theta_1 + \theta_2 + \dots + \theta_n$

در نتیجه می‌توان برای انجام یک دوران، آن را به چشم تعدادی دوران دیگر دانست و با نمادگذاری نقطه شروع به شکل $v_0 = (x_0, y_0)$ و نتیجه هر کدام از n دوران به صورت $v_i = (x_i, y_i)$ داریم:

$$x_{i+1} = x_i \cos(\theta_{i+1}) - y_i \sin(\theta_{i+1})$$

$$y_{i+1} = x_i \sin(\theta_{i+1}) + y_i \cos(\theta_{i+1})$$

از طرف دیگر، با فاکتور گرفتن از $\cos(\theta_{i+1})$ در عبارات بالا داریم:

$$x_{i+1} = \cos(\theta_{i+1})(x_i - y_i \tan(\theta_{i+1}))$$

$$y_{i+1} = \cos(\theta_{i+1})(x_i \tan(\theta_{i+1}) + y_i)$$

اگر عبارت شامل \cos را کنار بگذاریم، درون پرانتز شاهد یک جمع (تفریق) و یک ضرب هستیم. در سخت‌افزار ضرب به حالت کلی، هزینه نسبتاً بالایی دارد؛ اما الگوریتم CORDIC سعی می‌کند با ایده هوشمندانه ضرب در توان‌های 2 این مشکل را برطرف کند. زوایایی که قرار است برای چرخش‌ها انتخاب بشوند، باید به این صورت باشند که:

$$\tan(\theta_{i+1}) = \pm 2^{-i}$$

از آن جایی که عملیات‌های ضرب یا تقسیم بر توان‌های 2 در یک سیستم دیجیتال به راحتی از طریق شیفت دادن قابل انجام است، بدون نیاز به استفاده از ضرب کننده، می‌توانیم عملیات‌ها را انجام بدهیم. نکته مهمی که باقی می‌ماند، کسینوس‌هایی است که در هر مرحله در حال ضرب شدن هستند. ابتدا باید توجه کرد که:

$$\cos(\arctan(2^{-i})) = \frac{1}{\sqrt{1+2^{-i}}}$$

در نتیجه، در اصل بسته به این که قرار است این محاسبات تا چند مرحله ادامه پیدا کنند، عدد ضرب شده نهایی به صورت:

$$K = \prod_i \frac{1}{\sqrt{1 + 2^{-2i}}}$$

خواهد بود.

جدول محاسبات مربوط به K در زیر آمده است:

i	2^{-i}	$\arctan(2^{-i})$	$\cos(\arctan(2^{-i}))$	$\prod_i \cos(\arctan(2^{-i}))$
0	1.0000	0.7854	0.7071	0.7071
1	0.5000	0.4636	0.8944	0.6325
2	0.2500	0.2450	0.9701	0.6136
3	0.1250	0.1244	0.9923	0.6088
4	0.0625	0.0624	0.9981	0.6076
5	0.0312	0.0312	0.9995	0.6074
6	0.0156	0.0156	0.9999	0.6073
7	0.0078	0.0078	1.0000	0.6073
8	0.0039	0.0039	1.0000	0.6073
9	0.0020	0.0020	1.0000	0.6073
10	0.0010	0.0010	1.0000	0.6073
11	0.0005	0.0005	1.0000	0.6073
12	0.0002	0.0002	1.0000	0.6073
13	0.0001	0.0001	1.0000	0.6073
14	0.0001	0.0001	1.0000	0.6073
15	0.0000	0.0000	1.0000	0.6073

همان طور که مشخص است، با دقت چهار رقم اعشار سری مذکور به 0.6073 همگراست. با کمک نرم افزارهای ریاضیاتی نظیر Mathematica نیز می‌توان بررسی کرد که:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \prod_{i=0}^n \frac{1}{\sqrt{1 + 2^{-2i}}} \approx 0.607253 \approx 0.6073$$

همان طور که در بالا دیدیم:

$$\tan(\theta_{i+1}) = \pm 2^{-i}$$

یعنی دو مقدار مثبت و منفی وجود دارد و زاویه هم می‌تواند به دو شکل مختلف مثبت و منفی باشد. برای این که بدانیم در هر مرحله، باید مقدار مثبت زاویه را اعمال کنیم یا مقدار منفی آن را باید به این توجه کنیم که ما در این جا با زوایایی با مقادیر مشخص سر و کار داریم و در ابتدا هم یک زاویه به عنوان زاویه هدف در نظر داریم که هر بار با اجرای یکی از مراحل، می‌توانیم زاویه هدف را کاهش داده و به مقدار جدید آپدیت کنیم. حال اگر مقدار زاویه هدف باقی مانده مثبت باشد، باید با کم کردن یک زاویه مثبت، آن را به صفر نزدیک کنیم و اگر منفی باشد، با کم کردن یک زاویه منفی، آن را به صفر نزدیک نماییم.

در نتیجه فرمول کلی الگوریتم به صورت زیر در می‌آید:

$$x_{i+1} = x_i - d_i \cdot y_i \cdot 2^{-i}$$

$$y_{i+1} = y_i + d_i x_i 2^{-i}$$

$$\theta_{i+1} = \theta_i - d_i \arctan(2^{-i})$$

که در آن اگر z_i نامنفی باشد، مقدار d_i برابر ۱ و در غیر این صورت برابر -۱ است. چند نکته در این جا باقی می‌ماند. اولین مورد این است که بازه برد \arctan در $\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{3\pi}{2}$ است. برای این که عملیات چرخش برای زوایای بیش‌تر از $\frac{\pi}{2}$ و کمتر از $\frac{3\pi}{2}$ هم به خوبی جواب بدهد، باید دوران ناشی از $\frac{\pi}{2}$ ای که این زاویه‌ها اضافه یا کم دارند را در همان ابتدا اعمال کنیم. برای این کار، اگر $\theta > \frac{\pi}{2}$ باشد، در همان ابتدا تبدیل زیر را اعمال می‌کنیم:

$$x' = -y, y' = x, \theta' = \theta - \frac{\pi}{2}$$

و اگر $\theta < \frac{3\pi}{2}$ باشد، در همان ابتدا تبدیل:

$$x' = y, y' = -x, \theta' = \theta + \frac{\pi}{2}$$

را اعمال می‌کنیم و الگوریتم را با x', y', θ' ادامه می‌دهیم.

نکته دیگر مربوط به این است که دو شکل دیگر از الگوریتم CORDIC به نام‌های Hyperbolic و Linear یعنی هذلولوی و خطی وجود دارند و شکلی که در بالا آن را توصیف کردیم، شکل Circular یا دایروی آن بود. منطق کلی این روش‌ها مشابه بالا است، با این تفاوت که در شکل هذلولوی، از توابع هذلولوی استفاده شده و در شکل خطی، عملاً به جای $\arctan(2^{-i})$ خود 2^{-i} قرار می‌گیرد. به جز این، این دو روش تنها در منفی یا مثبت بودن یکسری از عبارات با هم تفاوت دارند که به صورت خلاصه و به شکل متحدالشکل، می‌توان آن را به صورت زیر نمایش داد.

$$x_{i+1} = x_i - \eta \cdot d_i \cdot y_i \cdot 2^{-i}$$

$$y_{i+1} = y_i + d_i x_i 2^{-i}$$

$$\theta_{i+1} = \theta_i - d_i \cdot \xi_i$$

که η و ξ بر اساس جدول زیر هستند:

Mode	η	ξ
Linear	0	2^{-i}
Circular	1	$\tan^{-1}(2^{-i})$
Hyperbolic	-1	$\tanh^{-1}(2^{-i})$

در نهایت هم بعد از اعمال همه مراحل، باید x و y نهایی در ضریب K که بالا نوشته شد، ضرب بشوند. این ضریب برای حالت هذلولوی، برابر $K = 1.2075$ و برای حالت خطی $K = 1$ است. در نهایت لازم به ذکر است که هر چند الگوریتم چرخش، می‌تواند هر بردار اولیه‌ای را بچرخاند، اما در شکل استاندارد الگوریتم، بردار اولیه به صورت یک و موازی محور x داده می‌شود. در دو جدول زیر، این که ورودی‌ها و خروجی‌های هر کدام از این حالات در وضعیت استاندارد چه هستند، نمایش داده شده است:

جدول ورودی‌های استاندارد:

Mode	x_{input}	y_{input}	θ_{input}
Linear	x	0	θ
Circular	1	0	θ
Hyperbolic	1	0	θ

جدول خروجی‌های استاندارد:

Mode	x_{output}	y_{output}	θ_{output}
Linear	x	$x \times \theta$	0
Circular	$\cos(\theta)$	$\sin(\theta)$	0
Hyperbolic	$\cosh(\theta)$	$\sinh(\theta)$	0

۲.۳.۱ حالت Vectoring

پایه و اساس حالت Vectoring از نظر ریاضیاتی مشابه حالت Rotation است. با این تفاوت که در حالت Rotation ما قصد داشتیم یک بردار را به اندازه زاویه مشخص شده بچرخانیم، اما این جا قصد داریم یک بردار را طوری بچرخانیم که روی محور x منطبق شده و در نتیجه این چرخش‌ها اندازه و زاویه اولیه‌اش با محور x را پیدا کنیم. از نظر ریاضیاتی، همه مواردی که در بخش قبل گفته شده، در این جا هم برقرار است. فقط در این جا باید توجه کرد که در ابتدای کار، ما زاویه‌ای در اختیار نداریم و در عوض باید با استفاده از x و y داده شده، این زاویه را پیدا کنیم. مشابه بخش قبل، اساس کلی این الگوریتم هم بر اساس زوایا و بردارهای ناحیه اول و چهارم مختصات است. در نتیجه، اضافه کردن زوایا، بر این اساس انجام می‌شود که آیا y بردار فعلی، مثبت است یا منفی، اگر منفی باشد، با افزایش زاویه و اگر مثبت باشد، با کاهش زاویه رو به رو هستیم. در اصل تفاوت اصلی این الگوریتم با الگوریتم بخش قبل، در مقدار d_i است که به شکل زیر مشخص می‌شود:

$$d_i = \begin{cases} 1 & \text{if } y_i < 0 \\ -1 & \text{if } y_i \geq 0 \end{cases}$$

معادلات اصلی الگوریتم، همان معادلات قبلی است:

$$x_{i+1} = x_i - \eta \cdot d_i \cdot y_i \cdot 2^{-i}$$

$$y_{i+1} = y_i + d_i x_i 2^{-i}$$

$$\theta_{i+1} = \theta_i - d_i \cdot \xi_i$$

در حالاتی که ورودی و خروجی در ناحیه اول یا چهارم نباشند، تبدیل‌هایی مانند تبدیل‌های بخش قبل صورت می‌گیرد، با این تفاوت که در این جا، معیار ما مثبت یا منفی بودن x و y است. اگر x منفی و y مثبت باشد یعنی در ناحیه دوم هستیم و تبدیل زیر اعمال می‌شود:

$$x' = y, y' = -x, \theta' = \frac{\pi}{2}$$

و اگر x منفی و y هم منفی باشد، یعنی در ناحیه سوم هستیم و تبدیل زیر اعمال می‌شود:

$$x' = -y, y' = x, \theta' = \frac{-\pi}{2}$$

توجه داشته باشید که در این حالت، در ابتدا $\theta = 0$ است، چون چیزی در مورد زاویه نمی‌دانیم و هدف پیدا کردن زاویه است. بعد از انجام تبدیلات، الگوریتم را با استفاده از x', y', θ' پی می‌گیریم. جدول ورودی و خروجی‌های استاندارد این حالت به صورت زیر است:

جدول ورودی‌های استاندارد:

Mode	x_{input}	y_{input}	θ_{input}
Linear	x	y	0
Circular	x	y	0
Hyperbolic	x	y	0

جدول خروجی‌های استاندارد:

Mode	x_{output}	y_{output}	θ_{output}
Linear	x	0	$\frac{y}{x}$
Circular	$\sqrt{x^2 + y^2}$	0	$\tan^{-1} \frac{y}{x}$
Hyperbolic	$\sqrt{x^2 - y^2}$	0	$\tanh^{-1} \frac{y}{x}$

منابع استفاده شده برای بخش مربوط به پایه ریاضی: [۳] [۴] [۵]

۴.۱ شکل دقیق الگوریتم

در الگوریتم‌های زیر، θ را با z نمایش داده‌ایم. الگوریتم‌ها بر اساس حالت Circular نوشته شده‌اند ولی تنها تفاوت دو حالت دیگر، همان طور که در بالا هم گفته شده، در علامت مثبت و منفی یکی از عبارات و همچنین استفاده از تابعی متفاوت با \arctan است. ضمناً بهینه‌سازی‌های پیاده‌سازی سخت‌افزاری (نظیر این که عملاً از یک K ثابت استفاده خواهیم کرد) در زیر اعمال نشده و شکل کلی الگوریتم نوشته شده است. [۴]

Algorithm 1: CORDIC Rotation

input : x_{in}, y_{in}, z_{in} :angle, n :number-of-iterations

output: x_{out}, y_{out}

if $!(-\frac{\pi}{2} < z_{in} < \frac{\pi}{2})$ **then**

if $z_{in} > \frac{\pi}{2}$ **then**

$x = -y_{in}$

$y = x_{in}$

$z = z_{in} - \frac{\pi}{2}$

else

$x = y_{in}$

$y = -x_{in}$

$z = z_{in} + \frac{\pi}{2}$

end

else

$x = x_{in}$

$y = y_{in}$

$z = z_{in}$

end

$K = 1$

for $i \leftarrow 0$ **to** n **do**

$d = \text{sgn}(z)$

$x = x - d \cdot y \cdot 2^{-i}$

$y = y + d \cdot x \cdot 2^{-i}$

$z = z + d \cdot \arctan(2^{-i})$

$K = K \cdot \frac{1}{\sqrt{1+2^{-2i}}}$

end

$x_{out} = \frac{x}{K}$

$y_{out} = \frac{y}{K}$

Algorithm 2: CORDIC Vectoring

input : x_{in} , y_{in} , z_{in} :angle, n :number-of-iterations**output:** x_{out} , z_{out} **if** $x_{in} < 0$ **then** **if** $y_{in} \geq 0$ **then** $x = y_{in}$ $y = -x_{in}$ $z = +\frac{\pi}{2}$ **else** $x = -y_{in}$ $y = x_{in}$ $z = -\frac{\pi}{2}$ **end****else** $x = x_{in}$ $y = y_{in}$ $z = 0$ **end** $K = 1$ **for** $i \leftarrow 0$ **to** n **do** $d = \text{sgn}(y)$ $x = x - d \cdot y \cdot 2^{-i}$ $y = y + d \cdot x \cdot 2^{-i}$ $z = z + d \cdot \arctan(2^{-i})$ $K = K \cdot \frac{1}{\sqrt{1+2^{-2i}}}$ **end** $x_{out} = \frac{x}{K}$ $z_{out} = z$

۵.۱ کاربردها

۱.۵.۱ سخت‌افزار

یکی از اولین کاربردهای اصلی و واقعی الگوریتم CORDIC، استفاده از آن در سیستم مسیریابی و ناوبری ماه‌نورد ناسا در پروژه Apollo در حدود سال‌های ۱۹۷۱ و ۱۹۷۲ میلادی بوده است که از آن برای سیستم‌های محاسبه زاویه افقی نسبت به اشیا و همچنین محاسبه فاصله تا سفینه اصلی استفاده شده است. [۶] به عنوان کاربرد عمومی، CORDIC در سیستم‌هایی که نیاز به محاسبه توابع مثلثاتی داشته باشند، ولی به دلایلی نظیر هزینه، امکان استفاده از ضرب کننده در آن‌ها وجود نداشته باشد، کاربرد به سزایی دارد. در صورتی که بتوان از ضرب کننده استفاده کرد، محاسبه این توابع به کمک بسط تیلور و مک لورن آن‌ها در ترکیب با Lookup Table معمولاً سریع‌تر از CORDIC است ولی اگر امکان استفاده از ماژول ضرب کننده مجزا نباشد، CORDIC به مراتب نسبت به پیاده‌سازی نرم افزاری ضرب و سپس استفاده از ضرب برتری دارد و با سرعت بیشتری امکان انجام محاسبات را فراهم می‌آورد. همچنین در مواقعی که سعی بر کمینه کردن تعداد گیت‌های استفاده شده باشد و از این رو بخواهیم از ضرب کننده استفاده نکنیم (مثلاً در یک سیستم پیاده شده روی FPGA استفاده از CORDIC می‌تواند مورد توجه قرار بگیرد).

۲.۵.۱ نرم‌افزار

در دورانی که CPU ها واحد Floating-Point مجزا نداشتند و تمامی رجیسترهای آنان، به صورت Integer بودند، شرکت‌های تولید کننده پردازنده در قالب کتابخانه‌های نرم افزاری مربوط به پیاده‌سازی IEEE Floating Point System که امکان انجام محاسبات Floating-Point را از طریق رجیسترهای Integer مهیا می‌کرد، الگوریتم CORDIC را هم به صورت نرم افزاری برای محاسبه زوایای مثلثاتی پیاده‌سازی می‌کردند، اما بعدها که واحدهای مجزای Floating-Point و محاسبات آن به صورت سخت‌افزاری به پردازنده‌ها استفاده شد، استفاده از CORDIC به این شیوه منسوخ شد و تنها در سیستم‌هایی که از نظر زمانی و Real-Time بودن محدودیت‌های ویژه‌ای دارند، از آن استفاده می‌شود. [۷]

۲ پیاده‌سازی

۱.۲ اسامی ماژول‌ها و اینترفیس‌های سیستم

۱.۱.۲ Vectoring

ماژول Quadrant_Corrector
ورودی‌های آن موارد زیر هستند:

```
input [31:0] x,  
input [31:0] y,  
input [31:0] angle,
```

و خروجی‌های آن:

```
output reg [31:0] x_out,  
output reg [31:0] y_out,  
output reg [31:0] angle_out
```

ماژول Scaler
ورودی‌های آن موارد زیر هستند:

```
input [31:0] number,  
input [1:0] mode
```

و خروجی آن:

```
output [31:0] answer
```

ماژول X_Calculator
ورودی‌های آن موارد زیر هستند:

```
input [31:0] x,  
input [31:0] y,  
input [31:0] angle,  
input [1:0] mode,  
input [31:0] y_shift,  
input clock
```

و خروجی آن:

```
output [31:0] x_out
```

ماژول Y_Calculator
ورودی‌های آن موارد زیر هستند:

```
input [31:0] x,  
input [31:0] y,  
input [31:0] angle,  
input [31:0] x_shift,  
input clock
```

و خروجی آن:

```
output [31:0] y_out
```

ماژول Z_Calculator
ورودی‌های آن موارد زیر هستند:

```
input [31:0] angle,  
input [31:0] y,  
input [31:0] lookup_table_amount,  
input clock,
```

و خروجی آن:

```
output wire [31:0] angle_out
```

ماژول اصلی CORDIC_Vector
ورودی‌های آن:

```
input signed [31:0] x,  
input signed [31:0] y,  
input signed [31:0] angle,  
input [1:0] mode
```

و خروجی‌های آن:

```
output wire signed [31:0] rotated_x,  
output wire signed [31:0] rotated_y,  
output wire signed [31:0] final_angle
```

پارامتر برنامه هم:

```
parameter NUMBER_OF_ITERATIONS = 17;
```

ماژول TopModule
ورودی‌های آن:

```
input signed [31:0] x,  
input signed [31:0] y,  
input signed [31:0] angle,  
input [1:0] mode,
```

و خروجی‌های آن:

```
output wire signed [31:0] rotated_x,  
output wire signed [31:0] rotated_y,  
output wire signed [31:0] final_angle
```

Rotation ۲.۱.۲

ماژول Quadrant_Corrector
ورودی‌های آن موارد زیر هستند:

```
input [31:0] x,  
input [31:0] y,  
input [31:0] angle,
```

و خروجی‌های آن:

```
output reg [31:0] x_out,  
output reg [31:0] y_out,  
output reg [31:0] angle_out
```

ماژول Scaler
ورودی‌های آن موارد زیر هستند:

```
input [31:0] number,  
input [1:0] mode
```

و خروجی آن:

```
output [31:0] answer
```

ماژول X_Calculator
ورودی‌های آن موارد زیر هستند:

```
input [31:0] x,  
input [31:0] y,  
input [31:0] angle,  
input [1:0] mode,  
input [31:0] y_shift,  
input clock
```

و خروجی آن:

```
output [31:0] x_out
```

ماژول Y_Calculator
ورودی‌های آن موارد زیر هستند:

```
input [31:0] x,  
input [31:0] y,  
input [31:0] angle,  
input [31:0] x_shift,  
input clock
```

و خروجی آن:

```
output [31:0] y_out
```

ماژول Z_Calculator
ورودی‌های آن موارد زیر هستند:

```
input [31:0] angle,  
input [31:0] y,  
input [31:0] lookup_table_amount,  
input clock,
```

و خروجی آن:

```
output wire [31:0] angle_out
```

ماژول اصلی CORDIC_Rotation

```
input signed [31:0] x,  
input signed [31:0] y,  
input signed [31:0] angle,  
input [1:0] mode
```

و خروجی‌های آن:

```
output wire signed [31:0] rotated_x,  
output wire signed [31:0] rotated_y,  
output wire signed [31:0] final_angle
```

پارامتر برنامه هم:


```
parameter NUMBER_OF_ITERATIONS = 29;
```

ماژول TopModule
ورودی‌های آن:

```
input signed [31:0] x,  
input signed [31:0] y,  
input signed [31:0] angle,  
input [1:0] mode,
```

و خروجی‌های آن:

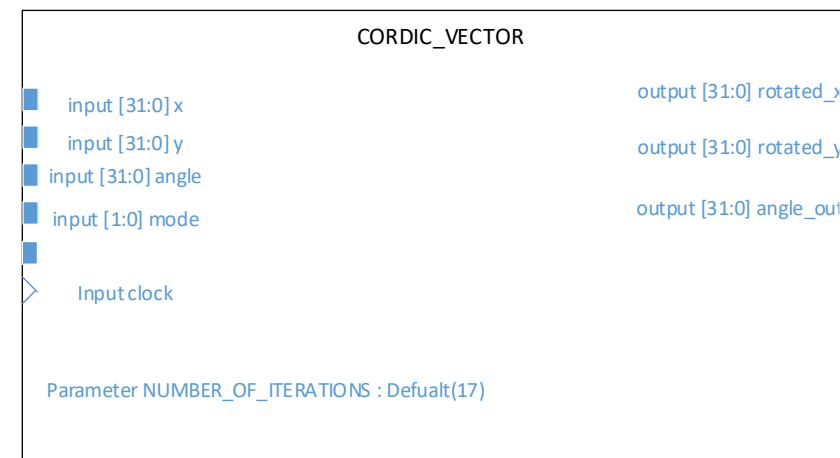
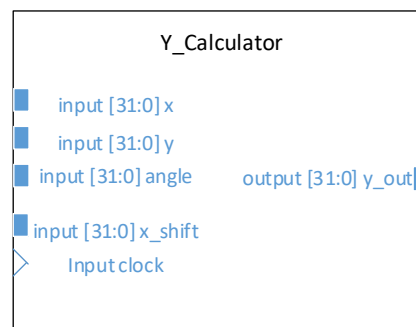
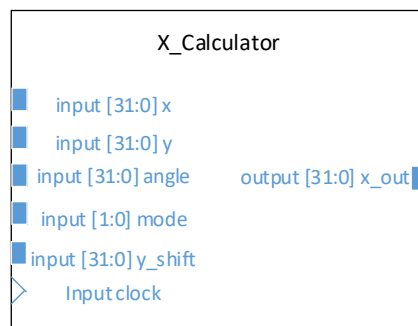
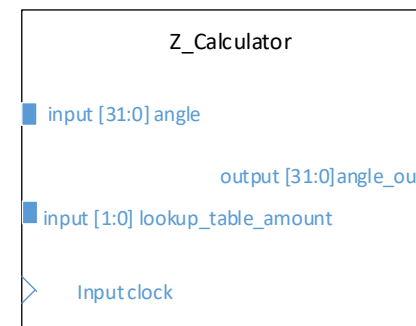
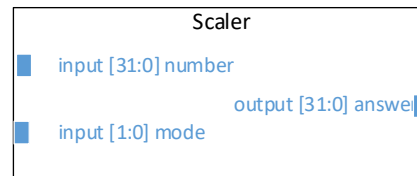
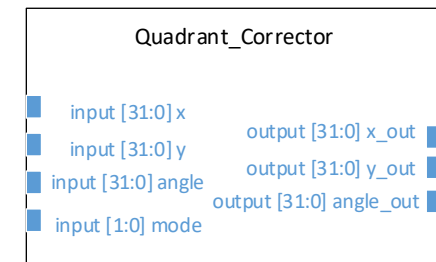
```
output wire signed [31:0] rotated_x,  
output wire signed [31:0] rotated_y,  
output wire signed [31:0] final_angle
```

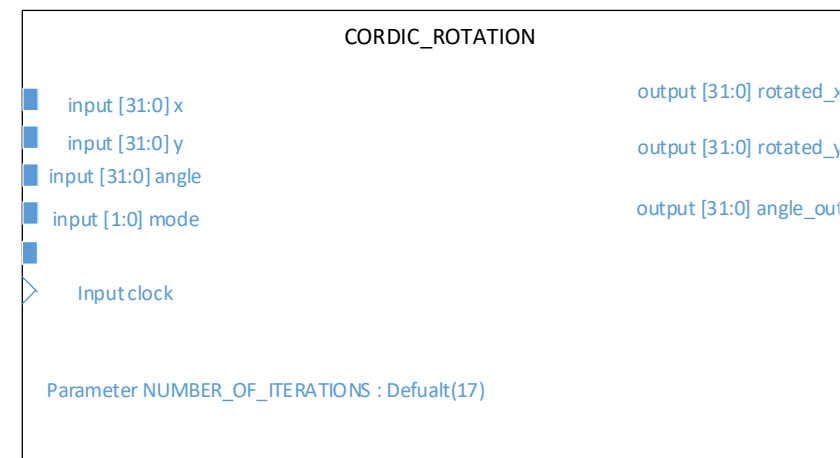
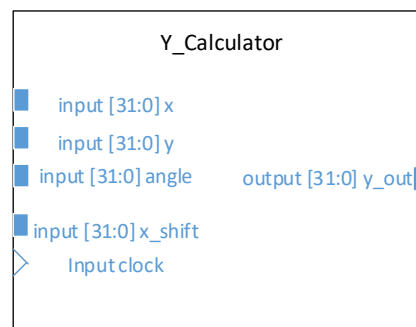
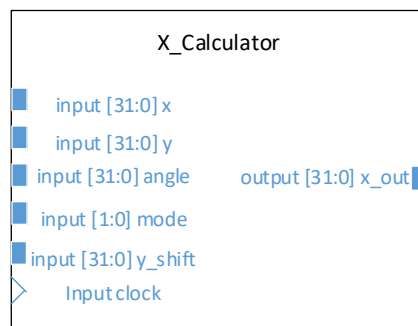
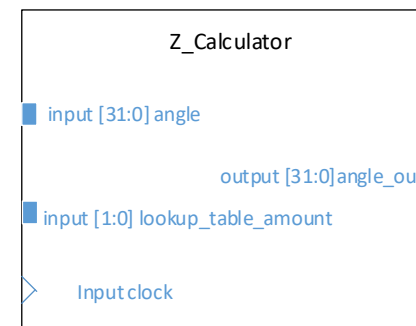
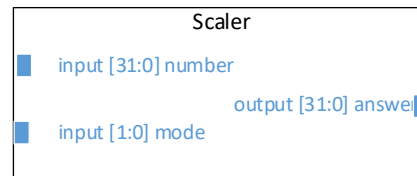
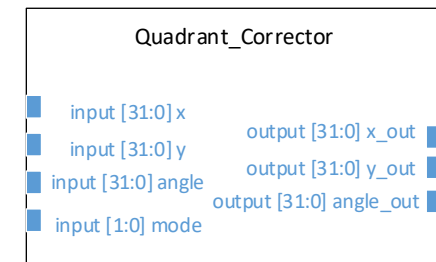
۲.۲ دیاگرام‌های بلوکی

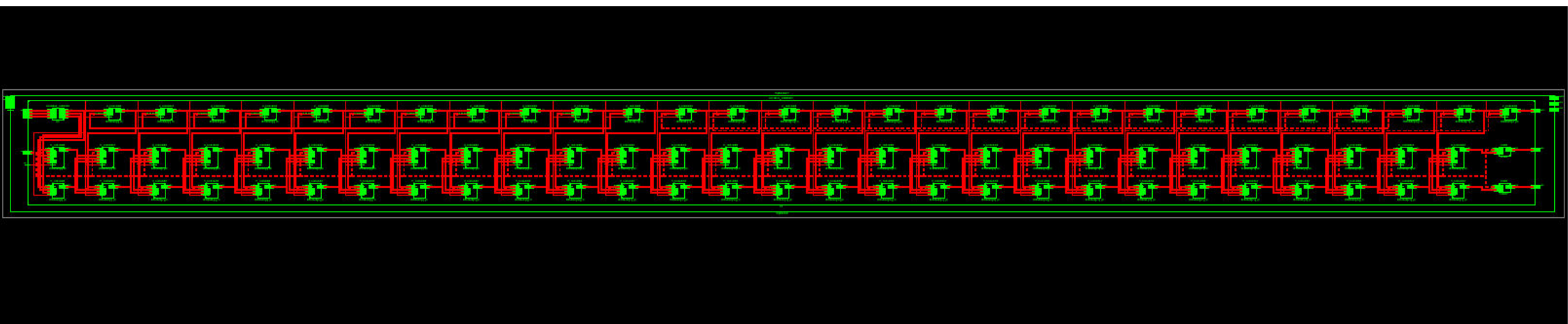
دیاگرام‌های بلوکی از صفحه بعد قرار گرفته‌اند. به ترتیب ابتدا دیاگرام‌های بلوکی مربوط به Vectoring و سپس Rotation قرار گرفته‌اند. در صفحه اول هر کدام، ماژول‌ها و ورودی-خروجی‌هایشان قرار گرفته و صفحه بعدی، اتصالات درونی آن‌ها.

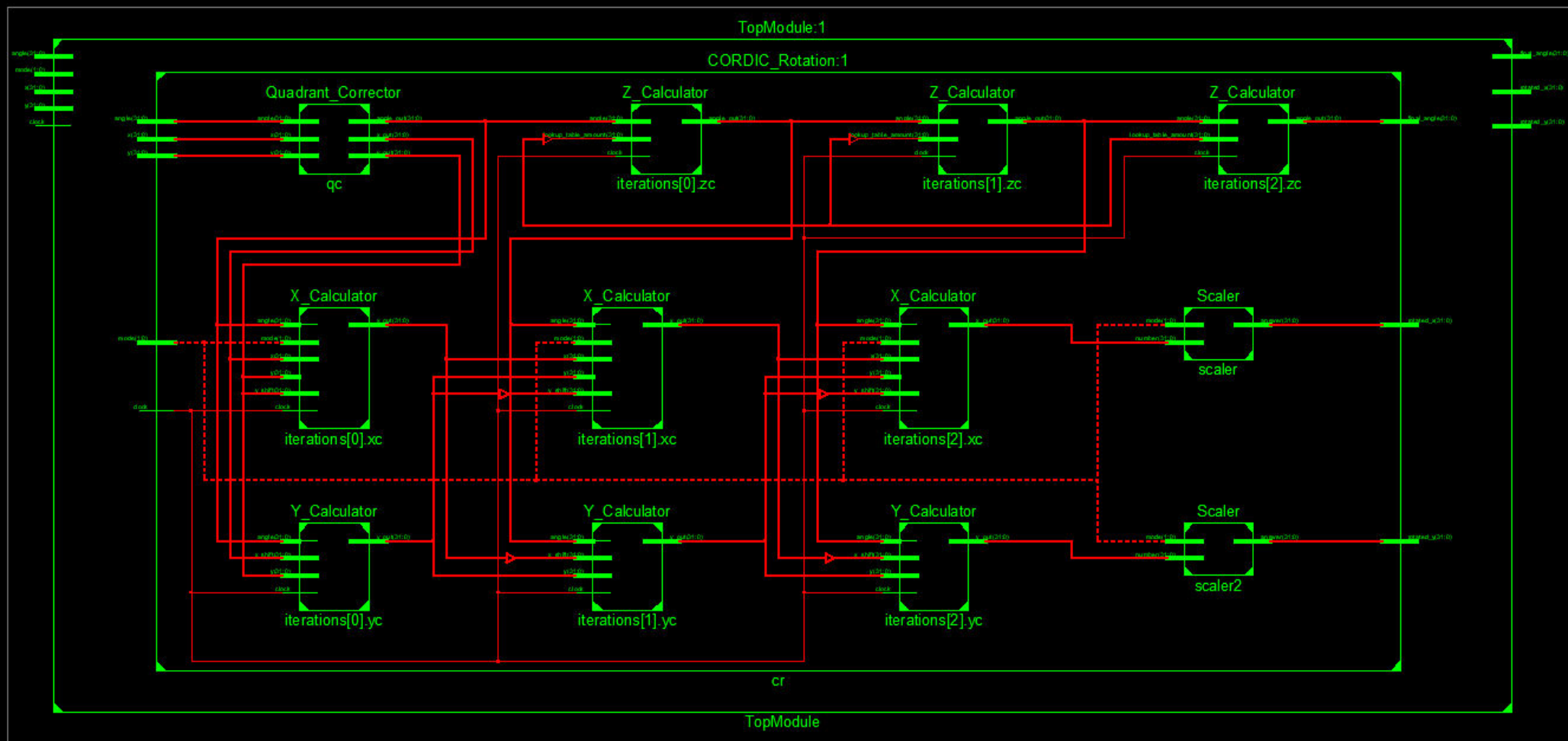
برای نمایش اتصالات درونی و از آن جایی که شکل سنتز شده کامل که شامل تعداد Iteration های زیاد باشد، بسیار بزرگ شده و در صفحه امکان نمایش درست آن وجود ندارد، یک شکل با Iteration های کم که اتصالات دقیق معلوم هستند و یک شکل از دور برای حالتی که تمامی Iteration ها باشند، قرار گرفته است. دیاگرام‌های کلی قرار گرفته به ترتیب زیر هستند:

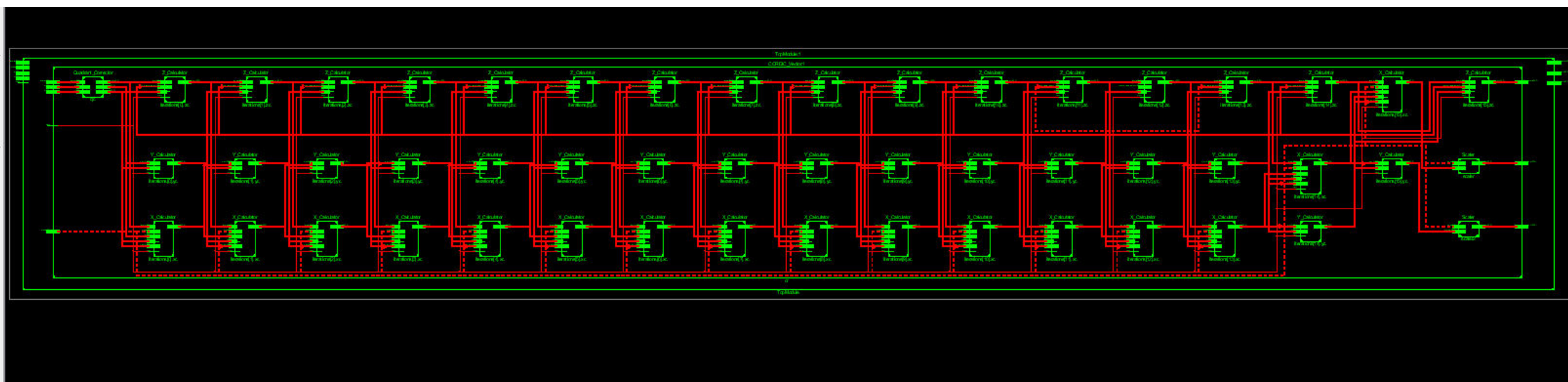
- حالت Rotation با تعداد Iteration کامل
- حالت Rotation با تعداد Iteration کم
- حالت Vectoring با تعداد Iteration کامل
- حالت Vectoring با تعداد Iteration کم











TopModule:1

CORDIC_Vector:1

Quadrant_Corrector

qc

Z_Calculator

iterations[0].zc

Z_Calculator

iterations[1].zc

X_Calculator

iterations[2].xc

Z_Calculator

iterations[2].zc

Y_Calculator

iterations[0].yc

X_Calculator

iterations[1].xc

Y_Calculator

iterations[2].yc

Scaler

scaler

X_Calculator

iterations[0].xc

Y_Calculator

iterations[1].yc

Scaler

scaler2

cr

TopModule

angleWCD(0)

angleWCD(0)

angleWCD(0)

angleWCD(0)

angleWCD(0)

angleWCD(0)

angleWCD(0)

angleWCD(0)

angleWCD(0)

angleWCD(0)

angleWCD(0)

angleWCD(0)

angleWCD(0)

angleWCD(0)

angleWCD(0)

angleWCD(0)

angleWCD(0)

angleWCD(0)

angleWCD(0)

angleWCD(0)

angleWCD(0)

angleWCD(0)

angleWCD(0)

angleWCD(0)

angleWCD(0)

angleWCD(0)

angleWCD(0)

angleWCD(0)

angleWCD(0)

angleWCD(0)

angleWCD(0)

angleWCD(0)

angleWCD(0)

angleWCD(0)

angleWCD(0)

angleWCD(0)

angleWCD(0)

angleWCD(0)

angleWCD(0)

angleWCD(0)

angleWCD(0)

۳.۲ شرح وظایف ماژول‌ها

در فایل‌های قرار داده شده، دو پوشه جدا داریم. یکی Rotation و دیگری Vectoring که هر کدام مختص به پروژه مربوط به خود هستند. البته ساختار بسیاری از ماژول‌های آنان، مشابه است اما از آن جایی که دو پروژه مجزا بودند، ما هم آنان را به صورت دو پوشه و پروژه مجزا قرار داده‌ایم. اما پیش از توضیح در مورد خود ماژول‌ها، باید در مورد نحوه انکود کردن اعداد به صورت باینری توضیح داده بشود. برای انکود کردن زاویه‌ها، آن‌ها را بر 360 تقسیم کرده و سپس در 2^{31} ضرب می‌کنیم و عدد حاصل را به صورت 32 بیتی نمایش می‌دهیم. یعنی با فرمول زیر:

$$\frac{\text{Angle}}{360} \times 2^{31} \rightarrow 32 \text{ bit binary number}$$

مثلاً زوایای 45 درجه، 135 درجه، 225 درجه و 315 درجه، به شکل زیر می‌شوند:

```
45 deg: 32'b00010000000000000000000000000000
135 deg: 32'b00110000000000000000000000000000
225 deg: 32'b01010000000000000000000000000000
315 deg: 32'b01110000000000000000000000000000
```

برای تبدیل برعکس آن هم عدد باینری را به صورت یک Integer در نظر می‌گیریم و عدد به دست آمده را بر 2^{31} تقسیم کرده و ضربدر 360 می‌کنیم. دلیل این که ضرب را در 2^{31} انجام دادیم و نه 2^{32} ، این است که در حالت Linear نیاز به تبدیل عدد 2^0 به مقیاس انکود شده در بالا به دست می‌آمده است و اگر در 2^{32} ضرب انجام می‌شد، با مشکل Overflow رو به رو می‌شدیم. اعداد x و y هم به شکل Fixed-Point با 12 رقم صحیح و 20 رقم اعشاری انکود شده‌اند. در نتیجه برای تبدیل یک عدد به حالت نمایش داده شده 32 بیتی باید از فرمول زیر استفاده کرد:

$$\text{Number} \times 2^{20} \rightarrow 32 \text{ bit binary number}$$

و برای تبدیل برعکس هم باید عدد باینری 32 بیتی گرفته شده را به صورت Integer در نظر گرفته و بر 2^{20} تقسیم کرد.

مثلاً عدد 120، 2 و 170.5 در این انکودینگ به شکل زیر نمایش داده می‌شود.

```
120: 32'b000001111000\_00000000000000000000
2: 32'b000000000010\_00000000000000000000
170.5: 32'b000010101010\_10000000000000000000
```

Vectoring ۱.۳.۲

قبل از اشاره به ماژول‌های اصلی پروژه، می‌بایست به فایل ثوابت یا `CONSTANTS.v` اشاره کنیم. در این فایل از طریق `define` سه ثابت به صورت زیر تعریف شده است:

```
`define CIRCULAR 2'b01
`define LINEAR 2'b00
`define HYPERBOLIC 2'b11
```

این فایل از طریق `include` در سایر ماژول‌ها قرار گرفته است. ماژول‌ها را در ادامه به ترتیب `Bottom-Up` شرح می‌دهیم. اولین ماژول `Quadrant_Corrector` است که در فایل هم نام خودش قرار دارد. ورودی‌های آن موارد زیر هستند:

```
input [31:0] x,
input [31:0] y,
input [31:0] angle,
```

و خروجی‌های آن:

```
output reg [31:0] x_out,
output reg [31:0] y_out,
output reg [31:0] angle_out
```

وظیفه این ماژول این است که اگر x و y ورودی در ناحیه اول یا چهارم قرار نداشتند، از طریق تبدیل‌هایی که در بخش ریاضی نوشتیم، آن‌ها را به ناحیه اول یا چهارم منتقل کرده و برای حالتی که در ناحیه دوم باشند، زاویه اولیه خروجی را 90 درجه و در حالتی که در ناحیه سوم باشند، زاویه اولیه خروجی را 270 درجه (معادل 90- درجه) قرار بدهد.

ماژول بعدی `Scaler` است که در فایل هم نام خودش قرار دارد. ورودی‌های آن موارد زیر هستند:

```
input [31:0] number,
input [1:0] mode
```

و خروجی آن:

```
output [31:0] answer
```

است. ورودی mode بیانگر این است که وضعیت برنامه در حالت CIRCULAR یا HYPERBOLIC یا LINEAR قرار دارد و بر اساس ثابت‌های CONSTANTS.v مشخص می‌شود. وظیفه کلی این ماژول این است که عدد داده شده را متناسب با حالت داده شده در ضریب K مناسب ضرب کند. برای حالت CIRCULAR این K برابر 0.6073 برای HYPERBOLIC برابر 1.2075 و در حالت LINEAR برابر 1 است. برای این که در ضرب کردن، از ماژول ضرب کننده استفاده نکنیم، برای ضرب در این اعداد از ترکیب شیفت و جمع استفاده می‌کنیم. به عنوان مثال

$$0.6073 \approx 2^{-1} + 2^{-4} + 2^{-5} + 2^{-7} + 2^{-7} + 2^{-10} + 2^{-11} + 2^{-12} + 2^{-13}$$

است در نتیجه، این جمع را به این شکل انجام می‌دهیم:

```
(number >>> 1) +(number >>>4) + (number>>>5)
+ (number>>>7) + (number>>>8) + (number>>>10) +
(number>>>11) + (number>>>12) + (number>>>13);
```

در مورد 1.2075 هم روش مشابهی اعمال می‌کنیم، با این تفاوت که وجود 1 در عدد 1.2075 یعنی یکی از بخش‌های جمع شونده، خود عدد اصلی بدون هیچ نوع شیفت اضافی است.

ماژول بعدی X_Calculator است که در فایل هم نام خودش قرار دارد. ورودی‌های آن موارد زیر هستند:

```
input [31:0] x,
input [31:0] y,
input [31:0] angle,
input [1:0] mode,
input [31:0] y_shift,
input clock
```

و خروجی آن:

```
output [31:0] x_out
```

سه ورودی اول که مشخص هستند. ورودی چهارم مربوط به همین است که در حالت CIRCULAR هستیم یا HYPERBOLIC یا LINEAR. ورودی پنجم که y_shift است، در اصل همان مقدار $y_i \times 2^{-i}$ در فرمول‌هاست که از ماژول اصلی به عنوان ورودی وارد این ماژول می‌شود. در نهایت هم clock را داریم که برای اجرای مرحله به مرحله سیستم به صورت Pipeline، وجود کلاک که باعث ذخیره شدن و باقی ماندن مقادیر در رجیسترها بشود، ضروری است. درون این ماژول بر اساس ورودی‌های داده شده، محاسبات طبق فرمول‌های بخش ریاضی و بر اساس علامت y انجام شده و مقدار جدید x تحت نام x_out خروجی داده می‌شود.

ماژول بعدی Y_Calculator است که در فایل هم نام خودش قرار دارد. ورودی‌های آن موارد زیر هستند:

```
input [31:0] x,
input [31:0] y,
input [31:0] angle,
input [31:0] x_shift,
input clock
```

و خروجی آن:

```
output [31:0] y_out
```

این ماژول از نظر ورودی‌ها کاملاً مشابه X_Calculator است، با این تفاوت که از آن جایی که نیازی به جز این که در این جا نیازی به دانستن mode نداریم و به عنوان ورودی داده نشده است. هدف این ماژول هم انجام محاسبات مربوط به y است.

ماژول بعدی Z_Calculator است که در فایل هم نام خودش قرار دارد.
ورودی‌های آن موارد زیر هستند:

```
input [31:0] angle,
input [31:0] y,
input [31:0] lookup_table_amount,
input clock,
```

و خروجی آن:

```
output wire [31:0] angle_out
```

این ماژول هم از نظر عملکردی، مشابه دو ماژول قبلی است. تنها نکته این جاست که یک مقدار تحت نام lookup_table_amount به آن ورودی داده می‌شود که در اصل، مقداری برابر با 2^{-i} یا $\arctan(2^{-1})$ یا $\operatorname{arctanh}(2^{-1})$ است که از طریق یک تابع در ماژول اصلی تولید شده و به بسته به مود کلی سیستم، به عنوان ورودی به این ماژول که محاسبه کننده Z یا همان $angle$ و زاویه بعدی است، داده می‌شود.

فایل ماژول اصلی این پروژه، CORDIC_Vector نام دارد. ورودی‌های آن موارد زیر هستند:

```
input signed [31:0] x,
input signed [31:0] y,
input signed [31:0] angle,
input [1:0] mode
```

و خروجی‌های آن:

```
output wire signed [31:0] rotated_x,
output wire signed [31:0] rotated_y,
output wire signed [31:0] final_angle
```

هستند. دلیل این که ۳۲ بیتی در نظر گرفتیم، این بود که در حالت ۱۶ بیتی، برای بسیاری از ورودی‌ها خروجی برنامه دقت کافی را نداشت. پارامتر برنامه هم:

```
parameter NUMBER_OF_ITERATIONS = 17;
```

است. مقدار پیش فرض ۱۷ از این رو قرار گرفته است که بهترین نتیجه‌ای که در تست‌های مختلف دریافت کردیم، برای ورودی و خروجی ۳۲ بیتی، در حالت Vectoring مقدار ۱۷، نتیجه مناسبی ارائه می‌داد و مقادیر بیش‌تر بعضاً منجر به ایجاد Overflow در محاسبات شده و مقادیر کمتر هم دقت را کاهش می‌دادند.

ابتدا به تعداد Iteration های برنامه، یک آرایه از Vector های ۳۲ بیتی Wire برای ایجاد ارتباطات میان خروجی $x, y, angle$ مراحل مختلف ایجاد کرده‌ایم که x_prime ، y_prime و $rotated_angles$ نام دارند.

در ابتدا، یک Instance از ماژول Quadrant_Corrector ساخته شده که وضعیت زاویه و ورودی‌های اصلی برنامه را مشخص کند و مقادیر خروجی آن، به مقادیر اندیس صفر x_prime ، y_prime و $rotated_angles$ وصل می‌شوند.

سپس از طریق Generate به تعداد Iteration هایی که از طریق پارامتر تعریف شده است، instance از ماژول $X_Calculator$ ، $Y_Calculator$ و $Z_Calculator$ ساخته‌ایم. یکسری متغیر $temp$ هم وجود دارند که مقادیر مربوط به \arctan یا $\operatorname{arctanh}$ و همچنین شیفت داده شده X و Y به اندازه i را که اندیس همان مرحله باشد، به عنوان وردی به این ماژول‌ها متصل کنند.

بعد از بخش Generate، دو Instance از Scaler ساخته شده که خروجی‌های مرحله آخر ماژول‌ها که یعنی اندیس $NUMBER_OF_ITERATIONS - 1$ ام x_prime ، y_prime به آن‌ها وصل شده تا متناسب با mode با ضریب K مشخص Scale بشوند.

در نهایت این خروجی‌ها به عنوان خروجی اصلی برنامه داده شده‌اند. در انتهای این کد، یک تابع به نام Lookup وجود دارد که Index و mode را ورودی گرفته و بر اساس آن، مقدار متناسب را از بین جدول \arctan یا $\operatorname{arctanh}$ یا 2^{-i} خروجی می‌دهد. دلیل این که از تابع استفاده کردیم، این است که در اصل مقادیر این تابع، به عنوان یکسری ثابت که از طریق Mux انتخاب می‌شوند، در حین Instantiate شدن ماژول‌های درون Generate به آن‌ها داده می‌شوند و نیازی نیست که از یک ROM جداگانه استفاده کنیم. زیرا در صورت استفاده از ROM باید امکان خوانده شدن همزمان حدود ۳۲ مقدار مختلف را در بدترین حالت برای آن فراهم می‌کردیم تا همه مراحل سیستم بتوانند به صورت Pipeline و مستقل از هم کار بکنند که هزینه اجرایی بالایی داشت و از این رو آن را به صورت تابع پیاده‌سازی کردیم.

در نهایت یک Top Module با نام TopModule داریم که ورودی‌های آن به صورت زیر است:

```
input signed [31:0] x,  
input signed [31:0] y,  
input signed [31:0] angle,  
input [1:0] mode,
```

و خروجی‌های آن:

```
output wire signed [31:0] rotated_x,  
output wire signed [31:0] rotated_y,  
output wire signed [31:0] final_angle
```

در این ماژول فقط یک Instance از CORDIC_Vector با اندازه پارامتر مشخص ساخته شده که در سنتز و تست بنچ مورد استفاده قرار بگیرد.

ROTATION ۲.۳.۲

بخش زیادی از ماژول‌های استفاده شده در این بخش، مشابه بخش قبل است اما برای کامل بودن گزارش، توضیحات آن‌ها مجدداً مانند بخش قبل آورده شده است. قبل از اشاره به ماژول‌های اصلی پروژه، می‌بایست به فایل ثوابت یا CONSTANTS.v اشاره کنیم. در این فایل از طریق 'define سه ثابت به صورت زیر تعریف شده است:

```
`define CIRCULAR 2'b01
`define LINEAR 2'b00
`define HYPERBOLIC 2'b11
```

این فایل از طریق 'include در سایر ماژول‌ها قرار گرفته است. ماژول‌ها را در ادامه به ترتیب Bottom-Up شرح می‌دهیم. اولین ماژول Quadrant_Corrector است که در فایل هم نام خودش قرار دارد. ورودی‌های آن موارد زیر هستند:

```
input [31:0] x,
input [31:0] y,
input [31:0] angle,
```

و خروجی‌های آن:

```
output reg [31:0] x_out,
output reg [31:0] y_out,
output reg [31:0] angle_out
```

وظیفه این ماژول این است که اگر زاویه داده شده در بازه $\frac{\pi}{2} < angle < \frac{3\pi}{2}$ یا به بیان دیگر، $270 < angle \leq 360$ یا $0 \leq angle < 90$ قرار نداشت، یعنی تبدیل متناسب با ناحیه اول و چهارم قرار نداشت، از طریق تبدیل‌هایی که در بخش ریاضی نوشتیم، آن‌ها را به ناحیه اول یا چهارم منتقل کرده و برای حالتی که در ناحیه دوم باشند، زاویه اولیه خروجی را 90 درجه کم کرده و در حالتی که در ناحیه سوم باشند، زاویه اولیه خروجی را 90 درجه افزایش بدهد (به بیان دیگر 270 درجه کم کند) تا در ناحیه چهارم قرار بگیرد و متناسب با آن تغییرات را روی x و y هم اعمال کند.

ماژول بعدی Scaler است که در فایل هم نام خودش قرار دارد. ورودی‌های آن موارد زیر هستند:

```
input [31:0] number,
input [1:0] mode
```

و خروجی آن:

output [31:0] answer

است. ورودی mode بیانگر این است که وضعیت برنامه در حالت CIRCULAR یا HYPERBOLIC یا LINEAR قرار دارد و بر اساس ثابت‌های CONSTANTS.v مشخص می‌شود. وظیفه کلی این ماژول این است که عدد داده شده را متناسب با حالت داده شده در ضریب K مناسب ضرب کند. برای حالت CIRCULAR این K برابر 0.6073 برای HYPERBOLIC برابر 1.2075 و در حالت LINEAR برابر 1 است. برای این که در ضرب کردن، از ماژول ضرب کننده استفاده نکنیم، برای ضرب در این اعداد از ترکیب شیفت و جمع استفاده می‌کنیم. به عنوان مثال

$$0.6073 \approx 2^{-1} + 2^{-4} + 2^{-5} + 2^{-7} + 2^{-7} + 2^{-10} + 2^{-11} + 2^{-12} + 2^{-13}$$

است در نتیجه، این جمع را به این شکل انجام می‌دهیم:

```
(number >>> 1) +(number >>>4) + (number>>>5)
+ (number>>>7) + (number>>>8) + (number>>>10) +
(number>>>11) + (number>>>12) + (number>>>13);
```

در مورد 1.2075 هم روش مشابهی اعمال می‌کنیم، با این تفاوت که وجود 1 در عدد 1.2075 یعنی یکی از بخش‌های جمع شونده، خود عدد اصلی بدون هیچ نوع شیفت اضافی است.

ماژول بعدی X_Calculator است که در فایل هم نام خودش قرار دارد.
ورودی‌های آن موارد زیر هستند:

```
input [31:0] x,
input [31:0] y,
input [31:0] angle,
input [1:0] mode,
input [31:0] y_shift,
input clock
```

و خروجی آن:

output [31:0] x_out

سه ورودی اول که مشخص هستند. ورودی چهارم مربوط به همین است که در حالت CIRCULAR هستیم یا HYPERBOLIC یا LINEAR. ورودی پنجم که y_shift است، در اصل همان مقدار $y_i \times 2^{-i}$ در فرمول‌هاست که از ماژول اصلی به عنوان ورودی وارد این ماژول می‌شود. در نهایت هم clock را داریم که برای اجرای مرحله به مرحله سیستم به صورت Pipeline، وجود کلاک که باعث ذخیره شدن و باقی ماندن مقادیر در رجیسترها بشود، ضروری است.

درون این ماژول بر اساس ورودی‌های داده شده، محاسبات طبق فرمول‌های بخش ریاضی بر اساس علامت $angle$ که با توجه به فرمت خاصی که برای انکود کردن انتخاب کردیم، در بیت 31 ام آن (اندیس 30) قرار دارد، انجام شده و مقدار جدید x تحت نام x_out خروجی داده می‌شود.

ماژول بعدی Y_Calculator است که در فایل هم نام خودش قرار دارد.
ورودی‌های آن موارد زیر هستند:

```
input [31:0] x,
input [31:0] y,
input [31:0] angle,
input [31:0] x_shift,
input clock
```

و خروجی آن:

```
output [31:0] y_out
```

این ماژول از نظر ورودی‌ها کاملاً مشابه X_Calculator است، با این تفاوت که از آن جایی که نیازی به جز این که در این جا نیازی به دانستن mode نداریم و به عنوان ورودی داده نشده است. هدف این ماژول هم انجام محاسبات مربوط به y است.

ماژول بعدی Z_Calculator است که در فایل هم نام خودش قرار دارد.
ورودی‌های آن موارد زیر هستند:

```
input [31:0] angle,
input [31:0] y,
input [31:0] lookup_table_amount,
input clock,
```

و خروجی آن:

```
output wire [31:0] angle_out
```

این ماژول هم از نظر عملکردی، مشابه دو ماژول قبلی است. تنها نکته این جاست که یک مقدار تحت نام lookup_table_amount به آن ورودی داده می‌شود که در اصل، مقداری برابر با 2^{-i} یا $\arctan(2^{-1})$ یا $\operatorname{arctanh}(2^{-1})$ است که از طریق یک تابع در ماژول اصلی تولید شده و به بسته به مود کلی سیستم، به عنوان ورودی به این ماژول که محاسبه کننده Z یا همان $angle$ و زاویه بعدی است، داده می‌شود.

فایل ماژول اصلی این پروژه، CORDIC_Rotation نام دارد. ورودی‌های آن موارد زیر هستند:

```
input signed [31:0] x,
input signed [31:0] y,
input signed [31:0] angle,
input [1:0] mode
```

و خروجی‌های آن:

```
output wire signed [31:0] rotated_x,
output wire signed [31:0] rotated_y,
output wire signed [31:0] final_angle
```

هستند. دلیل این که ۳۲ بیتی در نظر گرفتیم، این بود که در حالت ۱۶ بیتی، برای بسیاری از ورودی‌ها خروجی برنامه دقت کافی را نداشت. پارامتر برنامه هم:

```
parameter NUMBER_OF_ITERATIONS = 29;
```

ابتدا به تعداد Iteration های برنامه، یک آرایه از Vector های ۳۲ بیتی Wire برای ایجاد ارتباطات میان خروجی $x, y, angle$ مراحل مختلف ایجاد کرده‌ایم که x_prime ، y_prime و $rotated_angles$ نام دارند.

در ابتدا، یک Instance از ماژول Quadrant_Corrector ساخته شده که وضعیت زاویه و ورودی‌های اصلی برنامه را مشخص کند و مقادیر خروجی آن، به مقادیر اندیس صفر x_prime ، y_prime و $rotated_angles$ وصل می‌شوند.

سپس از طریق Generate به تعداد Iteration هایی که از طریق پارامتر تعریف شده است، instance از ماژول $X_Calculator$ ، $Y_Calculator$ و $Z_Calculator$ ساخته‌ایم. یکسری متغیر temp هم وجود دارند که مقادیر مربوط به \arctan یا $\operatorname{arctanh}$ و همچنین شیفت داده شده X و Y به اندازه i را که اندیس همان مرحله باشد، به عنوان وردی به این ماژول‌ها متصل کنند.

بعد از بخش Generate، دو Instance از Scaler ساخته شده که خروجی‌های مرحله آخر ماژول‌ها که یعنی اندیس $NUMBER_OF_ITERATIONS - 1$ ام x_prime ، y_prime به آن‌ها وصل شده تا متناسب با mode با ضریب K مشخص Scale بشوند.

در نهایت این خروجی‌ها به عنوان خروجی اصلی برنامه داده شده‌اند. در انتهای این کد، یک تابع به نام Lookup وجود دارد که Index و mode را ورودی گرفته و بر اساس آن، مقدار متناسب را از بین جدول \arctan یا $\operatorname{arctanh}$ یا 2^{-i} خروجی می‌دهد. دلیل این که از تابع استفاده کردیم، این است که در اصل مقادیر این تابع، به عنوان یکسری ثابت که از طریق Mux انتخاب می‌شوند، در حین Instantiate شدن ماژول‌های درون Generate به آن‌ها داده می‌شوند و نیازی نیست که از یک ROM جداگانه استفاده کنیم. زیرا در صورت استفاده از ROM باید امکان خوانده شدن همزمان حدود ۳۲ مقدار مختلف را در بدترین حالت برای آن فراهم می‌کردیم تا همه مراحل سیستم بتوانند به صورت Pipeline و مستقل از هم کار بکنند که هزینه اجرایی بالایی داشت و از این رو آن را به صورت تابع پیاده‌سازی کردیم.

در نهایت یک Top Module با نام TopModule داریم که ورودی‌های آن به صورت زیر است:

```
input signed [31:0] x,
input signed [31:0] y,
input signed [31:0] angle,
input [1:0] mode,
```

و خروجی‌های آن:

```
output wire signed [31:0] rotated_x,  
output wire signed [31:0] rotated_y,  
output wire signed [31:0] final_angle
```

در این ماژول فقط یک Instance از CORDIC_Rotation با اندازه پارامتر مشخص ساخته شده که در سنتز و تست بنچ مورد استفاده قرار بگیرد.

۳ تست بنچ و شبیه سازی

۱.۳ توضیحاتی در مورد Golden Model

متأسفانه ما نتوانستیم مدل طلایی را از اینترنت پیدا کنیم که هم تمام بخش‌ها (هر دو زیرپروژه و حالت‌های مختلف تمامی زوایا) را پوشش دهد و هم بدون مشکل کار کند؛ بنابراین مدل طلایی را که تمام موارد را پوشش می‌داد اما در جواب نهایی خطا داشت را انتخاب کرده و خودمان آن را تغییر دادیم تا درست کار کند. این Golden Model از سه فایل پایتون با فرمت py تشکیل شده است که یکی وظیفه Rotation، یکی وظیفه Vectoring و دیگری نیز وظیفه تبدیل فرمت‌های اعداد به فرمتی که در وریلاگ استفاده می‌شود به عهده دارد (تبدیل اعداد دسیمال به فرمت باینری و به فرمتی که در کد اصلی وریلاگ استفاده شده است). در نهایت مقادیر ساخته شده در فایل‌های مرتبط قرار می‌گیرند.

نحوه انجام عملیات Rotation به این صورت است که ابتدا مقادیر اولیه x و y و z (زاویه اولیه) به همراه نوع عملیات و تعداد iteration ها به تابعی داده می‌شود (تعداد iteration ها در تمامی تست‌ها ۱۵ قرار داده شده است) سپس ابتدا پیش پردازشی روی ورودی‌ها انجام می‌شود تا همانگونه که در ابتدای داک توضیح داده شده بود مقادیر x و y و z تغییر یابند تا z زاویه‌ای بین -90 تا 90 درجه باشد. در نهایت نیز z به رادیان تبدیل شده و این سه مقدار برگردانده می‌شوند.

سپس عملیات اصلی چرخش انجام می‌شود و در نهایت مقادیر K مرتبط با نوع عملیات در x و y ضرب می‌شود و سپس مقادیر خروجی به کلاس TestGenerator داده می‌شود تا فرمت آن‌ها تغییر یافته در فایل نوشته شوند. برای Vectoring نیز ترتیب توابع مشابه حالت بالاست اما عملیات داخلی برخی توابع متفاوت است که در داک و در بخش ریاضیاتی توضیحات مربوطه داده شده است.

۲.۳ توضیحاتی در مورد تست‌های ساخته شده توسط Golden Model

برای Rotation هر فایل آن که شامل RotationCircular و RotationLinear است شامل ۲۰ سطر می‌باشد که همان تعداد تست‌هایی است که انجام می‌شود، هر سطر نیز شامل ۶ داده ۳۲ بیتی باینری است که به ترتیب x و y و زاویه اولیه x و y و زاویه باقی مانده پس از چرخش هستند برای Vectoring هر فایل آن که شامل VectoringCircular و VectoringLinear است شامل ۱۰ سطر می‌باشد که همان تعداد تست‌هایی است که انجام می‌شود، هر سطر نیز شامل ۵ داده ۳۲ بیتی باینری است که به ترتیب x و y و زاویه باقی مانده پس از پیدا کردن زاویه مورد نظر هستند (دلیل اینکه تعداد تست‌های این بخش کمتر است این است که متغیرهای ما ۲ مورد بودند برخلاف Rotation که ۳ متغیر داریم)

۳.۳ Unit Test ها

با توجه به اینکه ماژول‌های استفاده شده در دو زیر پروژه ورودی و خروجی‌های تقریباً یکسان و عملکردی مشابه دارند، البته طبیعی است که با توجه به عملکرد اندکی متفاوت این ماژول‌ها، خروجی آن‌ها با یکدیگر متفاوت باشد؛ بنابراین برای هر کدام فقط عملکرد این ماژول در یکی از زیر پروژه‌ها بررسی شده است.

۱.۳.۳ tb_X_Calculator ماژول

ماژول طراحی شده به نام tb_X_calculator.v است که در آن برای ماژول x_calculator یک سری تست نوشته‌ایم. در این ماژول ما ابتدا از X_calculator یک نمونه به نام X_Cal می‌سازیم و پس از ورودی دادن آن باید مقداردهی را شروع کنیم و در آنجا مقادیری را به ورودی‌ها می‌دهیم و بعد از اجرای هر تست به مدت ۱۰ns صبر می‌کنیم و در آخر هم خروجی را با دستور monitor نمایش می‌دهیم. پس از دادن ورودی‌ها X_cal باید مقدار x_Out را نمایش دهد پس وظیفه‌ی این ماژول این است که باید مقدار x_out را محاسبه کند به این نحو که بستگی به mode دارد که در اینجا ما ۳ mode داریم به نام‌های linear ، circular و hyperbolic که در آن متناسب با هر کدام از mode ها طرز محاسبه‌ی آن‌ها متفاوت است برای Rotation و vector ما دو فایل جداگانه داریم در ابتدا برای Rotation داریم به این گونه که برای circular ، طرز محاسبه به این گونه است که

$$x_out_temp \leq angle[30] ? x + y_shift : x - y_shift \quad x_out_temp$$

محاسبه می‌شود و در آخر در x_out ریخته می‌شود. طرز کار به این صورت است که بیت ۳۰ ام angle اگر برابر با یک باشد آنگاه مقدار x_out_reg برابر با x+y_shift می‌شود و اگر برابر با ۰ بود آنگاه مقدار x_out_reg برابر با x-y_shift می‌شود حال اگر مقدار سیگنال mode برابر با linear باشد آنگاه طبق $x_out_temp \leq x$ ؛ مقدار سیگنال x_out_Reg برابر با x می‌شود

حال اگر سیگنال mode برابر با hyperbolic باشد آنگاه طبق

$$x_out_temp \leq angle[30] ? x - y_shift : x + y_shift$$

اگر مقدار بیت ۳۰ ام سیگنال angle با ۱ باشد مقدار x_out_reg برابر با x-y_shift و اگر برابر با ۰ باشد آنگاه مقدار x_out_reg برابر با x+y_shift است. حال برای vector باید گفت که تنها تفاوت آن‌ها این است که برای ماژول tb_X_calculator ما angle نداریم (منظور از نداشتن این است که آن را مقداردهی می‌کنیم اما در ماژول اصلی هیچ کدام از کارهایمان بر حسب angle نیست) در این ماژول ما ابتدا از X_calculator یک نمونه به نام X_Cal می‌سازیم و پس از ورودی دادن آن باید مقداردهی را شروع کنیم و در آنجا مقادیری را به ورودی‌ها می‌دهیم و بعد از اجرای هر تست به مدت ۱۰ns صبر می‌کنیم و در آخر هم خروجی را با دستور monitor نمایش می‌دهیم.

۲.۳.۳ tb_Y_Calculator ماژول

این ماژول برای تست ماژول Y_Calculator در پروژه مورد استفاده قرار گرفته است؛ در ادامه توضیحات نحوه عملکرد آن در حالت Rotation قرار دارد:

در این ماژول ابتدا از Y_Calculator یک Instance به نام yc ساخته‌ایم و سپس ورودی‌ها و خروجی‌های مورد نظر را وصل کرده‌ایم. در داخل این ماژول در داخل یک initial block سه تست برای بررسی عملکرد Y_Calculator قرار دارند که با توجه به اینکه فقط یک از دو حالت جمع یا تفریق را انجام

می‌دهد همین تعداد تست کافی به نظر می‌رسد؛ در ادامه نیز در یک initial block دیگر مقادیر خروجی y_out با استفاده از دستور \$monitor چاپ می‌شوند.

در بخش Rotation و در هر یک از ۳ تست گفته شده ۳ ورودی y و x_shift و angle مقداردهی شده اند (برای بخش Vector نیازی به زاویه نداریم و فقط دو متغیر دیگر را مقداردهی کرده‌ایم که این مقادیر برای هر دو حالت Rotation و Vector دقیقاً یکسان هستند) و بین هر دو تست نیز به اندازه DELAY_BETWEEN_TESTS فاصله زمانی داریم.

۳.۳.۳ مازول tb_Z_Calculator

ماژول طراحی شده به نام tb_Z_calculator.v است که در آن برای مازول z_calculator یک سری تست نوشته‌ایم. در این مازول ما ابتدا از Z_calculator یک نمونه به نام Z_Cal می‌سازیم و پس از ورودی دادن آن باید مقداردهی را شروع کنیم و در آنجا مقادیری را به ورودی‌ها می‌دهیم و بعد از اجرای هر تست به مدت ۱۰ns صبر می‌کنیم و در آخر هم خروجی را با دستور monitor نمایش می‌دهیم. پس از دادن ورودی‌ها Z_cal باید مقدار angle_Out را نمایش دهد پس وظیفه‌ی این مازول این است که باید مقدار angle_out را محاسبه کند.

در قسمت Vector تفاوت اینجاست که یک ورودی y هم نیاز است تا به tb اضافه کنیم.

۴.۳.۳ مازول tb_Scaler

ماژول طراحی شده به نام tb_Scaler.v است که در آن برای مازول Scaler یک سری تست نوشته‌ایم. در این مازول ما ابتدا از Scaler یک نمونه به نام scaler می‌سازیم و پس از ورودی دادن آن باید مقداردهی را شروع کنیم و در آنجا مقادیری را به ورودی‌ها می‌دهیم و بعد از اجرای هر تست به مدت ۱۰ns صبر می‌کنیم و در آخر هم خروجی را با دستور monitor نمایش می‌دهیم. پس از دادن ورودی‌ها scaler باید مقدار answer را نمایش دهد پس وظیفه‌ی این مازول این است که باید مقدار answer را محاسبه کند.

۵.۳.۳ مازول tb_Quadrant_Corrector

ابتدا باید درباره‌ی کار این مازول گفت که الگوریتم‌های CORDIC فقط در ناحیه اول و چهارم کار می‌کنند به صورت پایه، Quadrant_Corrector بر اساس ناحیه مختصاتی اگر در ناحیه دوم یا سوم باشد، زاویه را ۹۰ درجه کم یا زیاد می‌کند و بر اساس x, y را هم می‌چرخاند (چرخش ۹۰ درجه که فقط علامت یا جای x, y عوض می‌شود و بعد از آن به ادامه‌ی برنامه می‌رود برای ادامه کار. حال درباره‌ی تست بنچ آن توضیحی را بیان می‌کنیم که در این تست بنچ ما بعد از اینک ورودی و خروجی‌ها را به صورت reg و wire تعریف کردیم از مازول Quadrant_Corrector یک نمونه می‌سازیم و ورودی و خروجی‌های این مازول را تعریف می‌کنیم و در بلاک initial ما مقادیری را برای x و y و angle مشخص می‌کنیم و مابین هر تست ۵ نانوثانیه delay داریم بعد از اتمام این تست‌ها خروجی‌ها را با دستور monitor نمایش می‌دهد.

۴.۳ Integration Test ها

ماژول‌های اصلی ما در پروژه، دو ماژول CORDIC_Rotation و CORDIC_Vector هستند که ماژول‌های TestBench ای که برای این دو طراحی شده اند به ترتیب tb_CORDIC_Rotation و tb_CORDIC_Vector هستند؛ این دو تست بنچ از ماژول TopModule که در آن‌ها از ماژول‌های اصلی پروژه یک Instance با پارامتر مشخص قرار گرفته است، استفاده می‌کنند. در ادامه عملیات این دو ماژول که در واقع Integration Test های ما هستند بررسی شده است:

۱.۴.۳ tb_CORDIC_Rotation ماژول

در این ماژول ۶ متغیر مربوط به حالت Circular و ۶ متغیر مربوط به حالت Linear قرار دارد که همگی آرایه‌ای ۲۰ تایی از وکتورهای ۳۲ بیتی هستند و ۳ متغیر از هر کدام مربوط به حالت اولیه و ۳ متغیر دیگر مربوط به حالت نهایی هستند.

این آرایه‌ها از روی مقادیری که از فایل‌ها خوانده می‌شوند مقداردهی می‌شوند؛ در بلاک initial ای که به همین منظور استفاده شده است ابتدا فایل مورد نظر با دستور \$fopen باز شده سپس این مقادیر با استفاده از دستور \$fscanf و در داخل یک for خوانده شده و در آرایه‌های گفته شده قرار می‌گیرند و همچنین خروجی‌های مورد انتظار (۳ عدد آخر هر سطر) با استفاده از دستور \$display چاپ می‌شوند؛ عملیات گفته شده در داخل همین بلاک و در دو for جداگانه یک بار برای Circular و بار دیگر برای Linear انجام می‌شود.

سپس در داخل بلاک initial بعدی این مقادیر با تأخیری DELAY BETWEEN TESTS ثانیه‌ای (پارامتری که در ابتدای ماژول تعریف شده است) بین هر کدام و در داخل یک for به عنوان ورودی‌های ماژول CORDIC_Rotation قرار می‌گیرند (از ماژول CORDIC_Rotation در داخل این تست بنچ با نام cr یک instance ساخته شده است) عملیات بالا ابتدا برای حالت Circular انجام می‌شود و سپس با تأخیری به اندازه پارامتر CHANGE_STATE_PERIOD که در ابتدای ماژول تعریف شده است برای Linear نیز انجام می‌شود؛ در نهایت نیز در ماژول initial ای دیگر، خروجی‌های ماژول CORDIC_Rotation با دستور \$monitor نشان داده می‌شوند.

برای مقایسه مقادیر خروجی کد وریلاگ و خروجی‌های اصلی که از مدل طلایی گرفته‌ایم صرفاً هر دو نمایش داده می‌شوند و می‌توان به صورت دستی این مقایسه را انجام داد که در حالت کلی اختلاف این مقادیر کمتر از ۰.۱۰ است که نشان از دقت قابل قبول کد وریلاگ دارد.

۲.۴.۳ tb_CORDIC_Vector ماژول

در این ماژول ۵ متغیر مربوط به حالت Circular و ۵ متغیر مربوط به حالت Linear قرار دارد که همگی آرایه‌ای ۱۰ تایی از وکتورهای ۳۲ بیتی هستند و ۲ متغیر اول از هر کدام مربوط به حالت اولیه و ۳ متغیر دیگر مربوط به حالت نهایی هستند.

این آرایه‌ها از روی مقادیری که از فایل‌ها خوانده می‌شوند مقداردهی می‌شوند؛ در بلاک initial ای که به همین منظور استفاده شده است ابتدا فایل مورد نظر با دستور \$fopen باز شده سپس این مقادیر با استفاده از دستور \$fscanf و در داخل یک for خوانده شده و در آرایه‌های گفته شده قرار می‌گیرند و همچنین خروجی‌های مورد انتظار (۳ عدد آخر هر سطر) با استفاده از دستور \$display چاپ می‌شوند؛ عملیات گفته شده در داخل همین بلاک و در دو for جداگانه یک بار برای Circular و بار دیگر برای Linear انجام می‌شود.

سپس در داخل بلاک initial بعدی این مقادیر با تأخیری DELAY BETWEEN TESTS ثانیه‌ای (پارامتری که در ابتدای ماژول تعریف شده است) بین هر کدام و در داخل یک for به عنوان ورودی‌های ماژول CORDIC_Vector قرار می‌گیرند (از ماژول CORDIC_Vector در داخل این تست بنچ با نام cr یک instance ساخته شده است) و ورودی angle آن * داده می‌شود زیرا تأخیری در محاسبات و جواب نهایی ندارد.

عملیات بالا ابتدا برای حالت Circular انجام می‌شود و سپس با تأخیری به اندازه پارامتر CHANGE_STATE_PERIOD که در ابتدای ماژول تعریف شده است برای Linear نیز انجام می‌شود؛ در نهایت نیز در ماژول initial ای دیگر، خروجی‌های ماژول CORDIC_Vector با دستور \$monitor نشان داده می‌شوند.

برای مقایسه مقادیر خروجی کد وریلاگ و خروجی‌های اصلی که از مدل طلایی گرفته‌ایم صرفاً هر دو نمایش داده می‌شوند و می‌توان به صورت دستی این مقایسه را انجام داد که در حالت کلی دقت قابل قبولی دارد.

۴ سنتر

برای سنتر، از نرم افزار Xilinx ISE استفاده کردیم و در تنظیمات برنامه، سنتر را روی FPGA با مشخصات: Spartan6 XC6SLX150T و پکیج FG484 انجام دادیم. سنتر پروژه اول و دوم به صورت جداگانه انجام گرفت. برای سنتر در هر پروژه، ماژول TopModule به عنوان Top Module انتخاب شده است.

۱.۴ سنتر Rotation

نتایج اصلی سنتر به صورت زیر است. فایل‌های مربوطه نیز به طور کامل ضمیمه گزارش کار شده است:
نتایج اصلی تأخیرها و زمان‌های مربوط به کلاک:

Minimum period: 3.960ns (Maximum Frequency: 252.534MHz)
Minimum input arrival time before clock: 6.375ns
Maximum output required time after clock: 11.079ns
Maximum combinational path delay: 9.252ns

نتایج اصلی مربوط به FlipFlop ها و LUT ها و میزان استفاده از Slice های FPGA و به طور کلی، Utilization و مساحت مورد استفاده:

Slice Logic Utilization:

Number of Slice Registers:	2,926 out of 184,304	1%
Number used as Flip Flops:	2,700	
Number used as Latches:	0	
Number used as Latch-thrus:	0	
Number used as AND/OR logics:	226	
Number of Slice LUTs:	5,205 out of 92,152	5%
Number used as logic:	5,198 out of 92,152	5%
Number using 06 output only:	4,868	
Number using 05 output only:	94	
Number using 05 and 06:	236	
Number used as ROM:	0	
Number used as Memory:	0 out of 21,680	0%
Number used exclusively as route-thrus:	7	
Number with same-slice register load:	0	
Number with same-slice carry load:	7	
Number with other load:	0	

Slice Logic Distribution:

Number of occupied Slices:	1,369 out of	23,038	5%
Number of MUXCYs used:	4,160 out of	46,076	9%
Number of LUT Flip Flop pairs used:	5,214		
Number with an unused Flip Flop:	2,289 out of	5,214	43%
Number with an unused LUT:	9 out of	5,214	1%
Number of fully used LUT-FF pairs:	2,916 out of	5,214	55%
Number of unique control sets:	2		
Number of slice register sites lost to control set restrictions:	4 out of	184,304	1%

۲.۴ سنتر Vectoring

نتایج اصلی سنتر به صورت زیر است. فایل‌های مربوطه نیز به طور کامل ضمیمه گزارش کار شده است:
نتایج اصلی تأخیرها و زمان‌های مربوط به کلاک:

Minimum period: 4.003ns (Maximum Frequency: 249.799MHz)
Minimum input arrival time before clock: 7.763ns
Maximum output required time after clock: 10.936ns
Maximum combinational path delay: 9.147ns

نتایج اصلی مربوط به FlipFlop ها و LUT ها و میزان استفاده از Slice های FPGA و به طور کلی، Utilization و مساحت مورد استفاده:

Slice Logic Utilization:

Number of Slice Registers:	1,752 out of	184,304	1%
Number used as Flip Flops:	1,526		
Number used as Latches:	0		
Number used as Latch-thrus:	0		
Number used as AND/OR logics:	226		
Number of Slice LUTs:	3,271 out of	92,152	3%
Number used as logic:	3,265 out of	92,152	3%
Number using 06 output only:	2,903		
Number using 05 output only:	94		

Number using 05 and 06:	268			
Number used as ROM:	0			
Number used as Memory:	0 out of	21,680	0%	
Number used exclusively as route-thrus:	6			
Number with same-slice register load:	0			
Number with same-slice carry load:	6			
Number with other load:	0			
Slice Logic Distribution:				
Number of occupied Slices:	866 out of	23,038	3%	
Number of MUXCYs used:	2,624 out of	46,076	5%	
Number of LUT Flip Flop pairs used:	3,276			
Number with an unused Flip Flop:	1,524 out of	3,276	46%	
Number with an unused LUT:	5 out of	3,276	1%	
Number of fully used LUT-FF pairs:	1,747 out of	3,276	53%	
Number of unique control sets:	2			
Number of slice register sites lost to control set restrictions:	2 out of	184,304	1%	

مراجع

- [1] Volder, Jack. The birth of cordic. *VLSI Signal Processing*, 25:101–105, 06 2000.
- [2] Volder, Jack E. The cordic computing technique. in *IRE-AIEE-ACM '59 (Western)*, 1959.
- [3] Boppana, Lakshmi and Dhar, Anindya. Cordic architectures: a survey. *VLSI Design*, 2010, 03 2010.
- [4] Andraka, Ray. A survey of cordic algorithms for fpga based computers. *ACM/SIGDA International Symposium on Field Programmable Gate Arrays - FPGA*, 12 2001.
- [5] Valls, Javier, Kuhlmann, Martin, and Parhi, Keshab. Evaluation of cordic algorithms for fpga design. *VLSI Signal Processing*, 32:207–222, 11 2002.
- [6] Heffron, W. and Piana, F. The navigation system of the lunar roving vehicle. 01 1971.
- [7] Wikipedia. Cordic, 2020.