



# سیگنال‌ها و سیستم‌ها

تمرین سوم

دانشکده مهندسی کامپیوتر

دانشگاه صنعتی شریف

نیم سال دوم ۹۹-۰۰

---

استاد:

جناب آقای دکتر منظوری شلمانی

نام و نام خانوادگی:

امیرمهدی نامجو - ۹۷۱۰۷۲۱۲



## ۱ سوال اول

$$x[n] = u[n-1] + u[n-2] + \dots u[n-N]$$

$$\begin{aligned} H(z) &= \frac{z^{-1}}{1-z^{-1}} + \frac{z^{-2}}{1-z^{-1}} + \frac{z^{-3}}{1-z^{-1}} + \dots + \frac{z^{-N}}{1-z^{-1}} \\ &= \frac{z^{-N}}{1-z^{-1}}(1+z+z^2+\dots+z^{N-1}) = \frac{z^{-N}}{1-z^{-1}}\left(\frac{1-z^N}{1-z}\right) \\ &= \frac{z-z^{1-N}}{(z-1)^2} \end{aligned}$$

## ۲ سوال دوم

## ۳ سوال سوم

$$H(z) = \frac{1-z^{-1}}{1+\frac{3}{4}z^{-1}}$$

(آ)

$$H(z) = \frac{-4}{3} + \frac{\frac{7}{3}}{1+\frac{3}{4}z^{-1}}$$

$$\mathcal{Z}^{-1}(H(z))(n) = h[n] = \frac{-4}{3}\delta[n] + \frac{7}{3}\left(\frac{-3}{4}\right)^n u[n]$$

(ب)

$$x[n] = (1/3)^n u[n] + u[-n-1]$$

$$X(z) = \frac{1}{1-(1/3)z^{-1}} - \frac{1}{1-z^{-1}}; ROC : 1/3 < |z| < 1$$

$$\begin{aligned} Y(z) &= X(z)H(z) = \left(\frac{1}{1-(1/3)z^{-1}} - \frac{1}{1-z^{-1}}\right)\left(\frac{-4}{3} + \frac{\frac{7}{3}}{1+\frac{3}{4}z^{-1}}\right) \\ &= \frac{\frac{-8}{13}}{1-1/3z^{-1}} + \frac{\frac{8}{13}}{1+3/4z^{-1}}; ROC : 1/3 < |z| < 3/4 \end{aligned}$$

ساده سازی عبارت بالا به کمک Mathematica انجام شده است.

$$y[n] = \frac{-8}{13}(1/3)^n u[n] - \frac{8}{13}(-3/4)^n u[-1-n]$$



ج) سیستم LTI علی پایدار است اگر و تنها اگر قطب هایش از نظر اندازه کمتر مساوی 1 باشند. در این مورد  $|z| = 3/4$  است که کمتر از یک است. پس پایدار است.