

2025 年天津市高考模拟试题

一、选择题

1

集合 $A = \{1, 2, 4, 5\}$, $B = \{2, 3, 4, 5\}$, 则 $A \cup B =$ _____。

A. $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ B. $\{1, 2, 4, 5\}$ C. $\{1, 3, 4, 5\}$ D. $\{1, 3, 5\}$

2

已知 $\forall x \in A, x \in B$ 则下列命题一定正确的是_____。

A. $\forall x \notin A, x \notin B$ B. $\exists x \notin A, x \in B$
C. $\forall x \notin B, x \notin A$ D. $\exists x \in B, x \notin A$

3

下列函数中, 是奇函数的是_____。

A. $y = \ln \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$ B. $y = \ln \frac{(x - 1)^2}{(x + 1)^2}$
C. $y = \ln \frac{x + 2}{x - 1}$ D. $y = \ln \frac{x - 2}{x + 1}$

二、填空题

10

已知 i 为虚数单位, 则 $\left| \frac{3 + 4i}{25} \right| =$ _____。

11

在 $(x + \frac{1}{x})(x - \frac{x}{2})^3$ 的展开式中, 所有系数之和为_____。

13

箱子里有 6 个小球, 其中有 3 个蓝色小球, 3 个红色小球, 现在从其中拿出小球, 每次拿出两个, 规定如果拿出的两个小球颜色相同则放入一个黄色小球, 否则放入一个红色小球, 则第三次取出两个黄色小球的概率为_____。反复取出小球, 直到箱子里最后只剩下 1 个小球, 则这个小球不可能是_____色小球。

三、解答题

19

数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 满足 $\{a_n\}$ 等差, $a_1 = 1, b_1 = 3, a_{n+1} = 2a_{n-1} - a_n + 6, b_{n+1} = (a_{n+1} - a_n)b_n$ 。

(1) 求 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 的通项公式;

(2) 求 $\sum_{i=1}^n a_n b_n$ 。

(3) 数列 $\{c_n\}$ 满足 $c_1 = \frac{\sqrt{3}}{2}, c_{n+1} = \sqrt{\frac{1 - \sqrt{1 - c_n^2}}{2}}$, 证明: $b_n c_n < \frac{23}{7}$ 。

20

已知函数 $f(x) = x^x, g(x) = x^{\frac{1}{x}}$

(1) 求 $f(x)$ 的最小值和 $g(x)$ 的最大值.

(2) 设 $f(x)$ 和 $g(x)$ 的交点为 C , l 为过 C 的一条直线, 且 l 与 $f(x), g(x)$ 的图象分别交于另两个点 A, B .

. (i) 求 l 斜率的取值范围.

. (ii) 设 A, B 的横坐标分别为 x_1, x_2 , 证明: $x_1 x_2 < 1, x_1 + x_2 > 2$.