

プログラミング創造演習・2021 年度問題

解答期限：2021 年 4 月 14 日 (水) 17:00

以下の問題に答えよ。本や Web サイトで調べたりプログラムを書いて確かめたりしてもよいが、各自自力で解くこと。

1 配列への代入

以下、 a を int 型の配列、 k と c を int 型の定数とする。

問 1 代入文

```
a[a[k]] = c;
```

の実行後に条件 $a[a[k]] \neq c$ が成り立つためには、代入文の実行前にどのような条件が成り立つべきか。その条件を a, k, c を使って表せ。ここで配列 a は十分長く、範囲外の参照によるエラーは生じないものとする。

問 2 配列 a の長さが N であるとする。代入文

```
a[a[k]] = c;
```

がエラーなく実行でき、かつ実行後に条件 $a[a[k]] \neq c$ が成り立つためには、代入文の実行前にどのような条件が成り立つべきか。その条件を a, k, c, N を使って表せ。

補足 ここで条件を書くための記号 $=, \neq, >, \geq, <, \leq, \wedge, \vee, \neg$ は C 言語の演算子 $==, !=, <, <=, >, >=, \&\&, ||, !$ を使って表してよい。また、 $0 \leq k \ \&\& \ k < N$ などは $0 \leq k < N$ のように表記してもよいものとする。

2 配列への代入 2

以下では、 $a[a[\dots a[k]\dots]]$ のような形の式（問 1 において出現した式 $a[a[k]]$ の一般化）、すなわち以下の C 言語のプログラムで定義される関数 `multiple_apply` について考える。ただし、`int64_t` は 64 ビットの整数型である。

```
int multiple_apply(int a[], int k, int64_t n)
{
    if (n == 0)
        return k;
    else
        return a[multiple_apply(a, k, n - 1)];
}
```

本問では、 int 型の配列 a を以下で固定する。

$$a[i] = r[i] \bmod N$$

ただし、 $N = 2^{23} (= 8,388,608)$ かつ r は各要素の値が以下で定義される `int64_t` 型の配列とする^{*1}。

$$\begin{aligned} r[0] &= 1 \\ r[i+1] &= (48,271 \times r[i]) \bmod 2,147,483,647 \end{aligned}$$

^{*1} $2^{31} - 1 = 2,147,483,647$

この時, 以下の問に答えよ.

問 3 `multiple_apply(a, 0, 1)` の値を求めよ.

問 4 `multiple_apply(a, 0, 2)` の値を求めよ.

問 5 `multiple_apply(a, 0, 10^{18})` の値を求めよ.

問 6 以下の (1) および (2) を満たす整数の組 (k_1, k_2) の個数を求めよ:

(1) ある $n \geq 0$ が存在して, `multiple_apply(a, k_1 , n) = multiple_apply(a, k_2 , n)`.

(2) $0 \leq k_1 < N$ かつ $0 \leq k_2 < N$.