1. Las esferas

$$S_1 : x^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 9$$
$$S_2 : x^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 9$$

Se intersecan en una curva. Encuentre una parametrización de esa curva y muestre que es una curva plana.

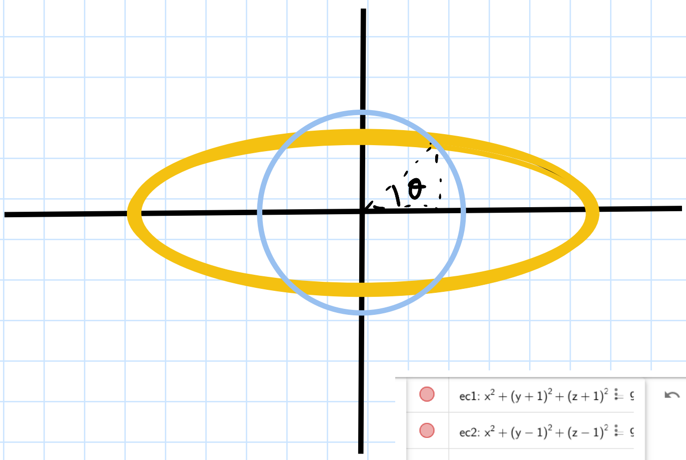
El area donde chocan las esferas es necesariamente plana, entonces:

$$(y-1)^2 + (z-1)^2 = (y+1)^2 + (z+1)^2$$
$$\cancel{y^2} - 2y + \cancel{1} + \cancel{z^2} - 2z + \cancel{1} = \cancel{y^2} + 2y + \cancel{1} + \cancel{z^2} + 2z + \cancel{1}$$
$$0 = 4y + 4z$$
$$\boxed{y + z = 0} \rightarrow \text{ese plano.}$$

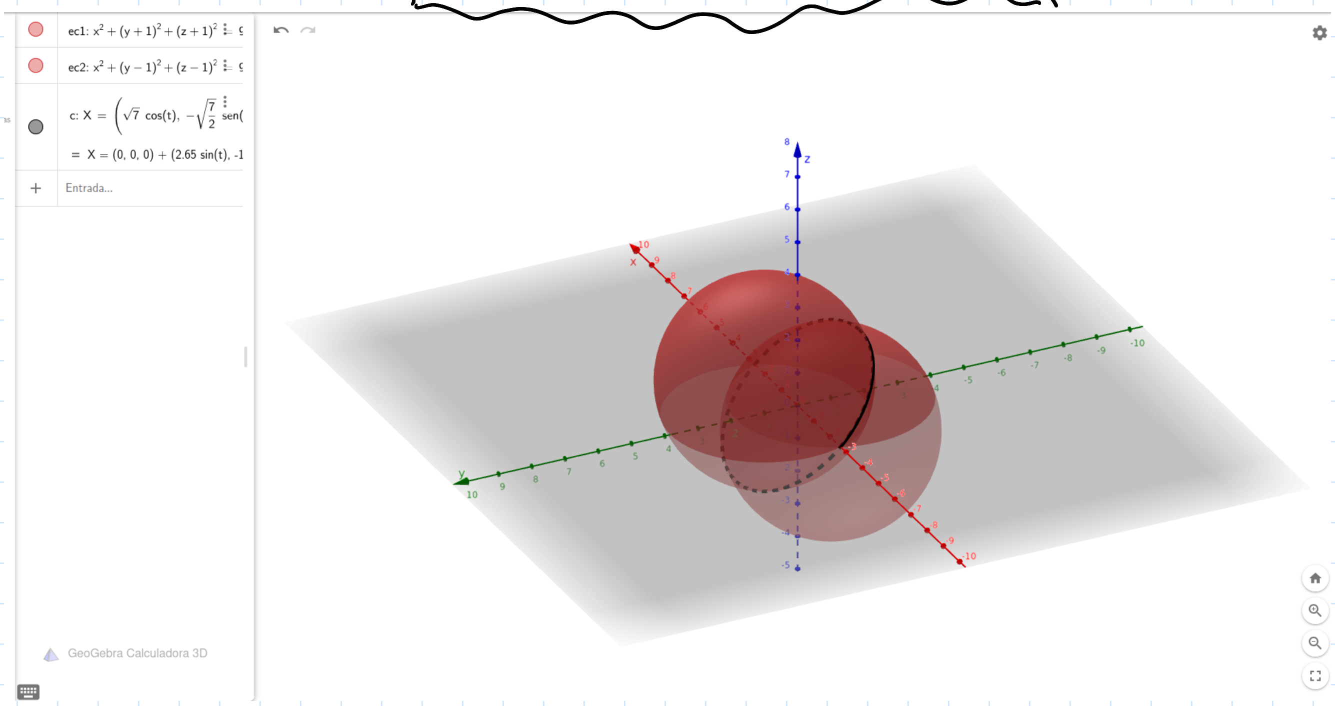
Sustituiremos $y = -z$ en S_2:

$$S_2 : x^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 9$$
$$S_2 : x^2 + (-z+1)^2 + (z+1)^2 = 9$$
$$S_2 : x^2 + z^2 - \cancel{2z} + 1 + z^2 + \cancel{2z} + 1 = 9$$
$$S_2 : x^2 + 2z^2 + 2 = 9 \Rightarrow 7 = x^2 + 2z^2 \Rightarrow \boxed{1 = \frac{x^2}{7} + \frac{2z^2}{7}}$$

Nos queda una elipse. $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1$



$$\boxed{\begin{aligned} x(t) &= \sqrt{7} \cdot \cos(t) \\ z(t) &= \sqrt{\tfrac{7}{2}} \cdot \operatorname{sen}(t) \\ y(t) &= -\sqrt{\tfrac{7}{2}} \cdot \operatorname{sen}(t) \end{aligned}}$$

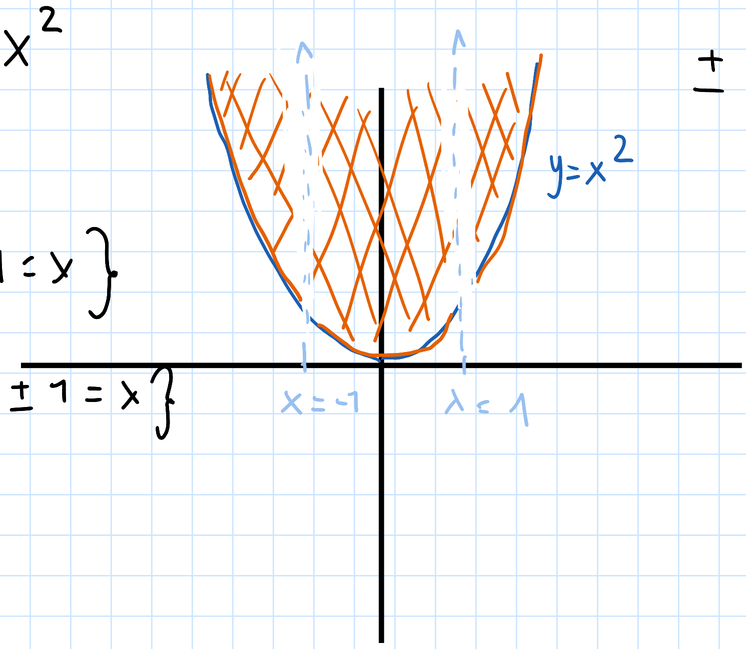


2. Encuentre y haga un esbozo del dominio de la función dada.

$$f(x,y) = \frac{\sqrt{y - x^2}}{1 - x^2}$$

Condiciones: (I) $y - x^2 \geq 0$ (II) $1 - x^2 \neq 0$

$y \geq x^2$ $\pm 1 \neq x$



Dominio: $\mathbb{R} / \{y \geq x^2, \pm 1 = x\}$

$D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid y \geq x^2, \pm 1 = x\}$

3. Determine si el límite dado existe o no.

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x(\cos(y) - 1)}{x^2 + (y-1)^2}$$

Dominio: $x^2 + (y-1)^2 \neq 0$

$\hookrightarrow x^2 \geq 0$ $\quad \hookrightarrow (y-1)^2 \geq 0$

La unica forma es que ambas expresiones sean exactamente cero:

$$\boxed{\begin{matrix} x^2 \neq 0 \\ y \neq 1 \end{matrix}}$$

$\to$ solo tenemos problemas en $(0,1)$:

el limite se puede resolver unicamente evaluando.

$$\frac{0(\cos(0) - 1)}{0 + (0-1)^2} = \frac{0}{1} = 0 \qquad \lim_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y) = 0$$

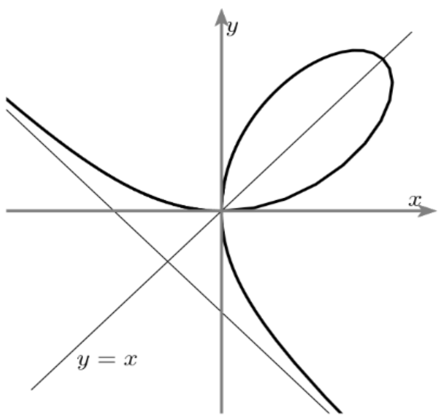
4. En la figura se muestra la clásica curva

$$\vec{f}(t) = \left(\frac{3t}{1+t^3}, \frac{3t^2}{1+t^3}\right)$$

llamada “Folio de Descartes”.

a) Encuentre todos los puntos donde es suave la curva.

b) Encuentre los puntos de esta curva donde las rectas tangentes son horizontales o verticales.



Derivemos:

$$\left(\frac{3(1+t^3) - 3t(3t^2)}{(1+t^3)^2}, \frac{6t(1+t^3) - (3t^2)(2t^3)}{(1+t^3)^2}\right)$$

es suave si $r'(t) \neq (0,0)$ y si la parametrizacion esta definida.

es suave para todo $t \neq 1$

La pendiente de la tangento es

$$\frac{f_y}{f_x} = \frac{y'(t)}{x'(t)}$$

5. Trace la gráfica de la función

$$f(x,y) = 2 - x$$ → Se extiende por todo el eje y

$z = 2 - x$