Universidad Industrial de Santander	Universidad Industrial de Santander Escuela de Matemáticas **Ecuaciones Diferenciales** Julio 31 de 2019	**Primer Examen** **Ecuaciones de 1$^{\text{er}}$ orden** **Valor:** 20 % (25 %) Prof. Juan Camilo Cala B.

Nombre: **Código:**

Instrucciones:

- Sea claro y ordenado en cada una de sus respuestas. Respuestas sin sus debidas justificaciones no tienen valor.
- No está permitido el uso de ningún tipo de dispositivo electrónico ni calculadora graficadora, únicamente se admite el uso de una calculadora científica convencional.
- No está permitido el préstamo de borradores, lápices o cualquier otro implemento durante el examen.
- Resuelva **únicamente un problema por página** y, llegado el caso de no alcanzarle, utilice **solamente una hoja** para ello. No se haga el impedido ☺.
- Duración del examen: 2h.

Problema 1. Determine el valor de verdad de cada una de las siguientes afirmaciones. Justifique con suficiente rigor matemático cada una de sus elecciones.

(a) El **pvi** dado por

$$\frac{dy}{dx} = \sqrt{y}, \quad y(x_0) = y_0,$$

no tiene solución para los puntos (x_0, y_0) sobre el tercer cuadrante del plano xy.

(b) Toda ecuación diferencial separable $\dfrac{dy}{dx} = g(x)h(y)$ es exacta.

(c) La ecuación diferencial

$$\left(2y \operatorname{sen} x \cos x - y + 2y^2 e^{xy^2}\right) dx = \left(x - \operatorname{sen}^2 x - 4xye^{xy^2}\right) dy$$

es exacta.

(d) Una solución particular de la ecuación diferencial $xy' = y\,(y \ln(x) - 1)$ es

$$y = \frac{1}{1 + x + \ln(x)}.$$

Problema 2. Determine la región del plano xy sobre la cual el **pvi** dado por

$$\frac{dy}{dx} = \sqrt{\operatorname{sen}(\pi x) \operatorname{sen}(\pi y)}, \quad y(x_0) = y_0,$$

admita solución única en el punto (x_0, y_0) perteneciente a dicha región.

Problema 3. Resuelva la ecuación diferencial

$$\left(\sqrt{x} + x\right) \frac{dy}{dx} = \sqrt{y} + y.$$

Problema 4. Halle una función $M(x, y)$ de modo que la ecuación diferencial

$$M(x, y)\, dx + \left(xe^{xy} + 2xy + \frac{1}{x}\right) dy = 0$$

sea exacta. Posteriormente, resuélvala.

Problema 5. Resuelva el **pvi** y proporcione el intervalo más largo sobre el cual está definida su solución:

$$y' + y \tan x = \cos^2 x, \quad y(0) = -1.$$

¡Muchos Éxitos!