Universidad Industrial de Santander

Facultad de Ciencias
Escuela de Matemáticas

Tercer taller de refuerzo

Derivadas Parciales

Cálculo III-20254
Fecha: Marzo 2025

Nombre: ______________________ Código: ______________ Grupo: ______________

1. Sea la función, $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definida por:

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{xy}{x^2+y^2} & \text{si } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{si } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

   a. Determine $\frac{\partial f}{\partial x}(x,y)$, $\frac{\partial f}{\partial y}(x,y)$, para todo $(x,y) \neq (0,0)$.

   b. Determine $\frac{\partial f}{\partial x}(0,0)$, $\frac{\partial f}{\partial y}(0,0)$. Haga la gráfica de la función $f(x,y)$ en Geogebra.

2. Considere la función $f(x,y) = (x^2+y^2)^{\frac{2}{3}}$. Haga la gráfica de la función en Geogebra y muestre que:

$$f_x(x,y) = \begin{cases} \dfrac{4x}{3(x^2+y^2)^{\frac{1}{3}}} & \text{si } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{si } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

3. Calcular las derivadas parciales mixtas $\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(x,y)$ y $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x,y)$ sobre el conjunto $\{(x,y) : x > 0, y < 0\}$, de la función $f(x,y) = x\sqrt{y} + y\sqrt{x}$. Realice la gráfica usando Geogebra.

4. Sea $u : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definida por $u(x,y) = \sin(x^2+y^2)$ para $(x,y) \in \mathbb{R}^2$. Calcular $\frac{\partial u}{\partial x}(x,y)$ y $\frac{\partial u}{\partial y}(x,y)$. Además, dibujar la función usando Geogebra.

5. Encontrar las cuatro derivadas parciales de segundo orden de la función $f(x,y) = \sin(x-2y)$ y graficar en Geogebra.Luego, muestre que $f_{xy}(x,y) = f_{yx}(x,y)$ para todo $(x,y) \in \mathbb{R}^2$.

6. Sea $f(x,y) = x + y^3$, determinar la pendiente de la recta tangente a la curva intersección de la gráfica del campo escalar f y los planos; (a), $x = 1$; (b), $y = 1$, en el punto $P = (1,1,2)$. Haga un dibujo en Geogebra.

7. Para una caja de dimesiones x (profundidad), y (ancho) y z (alto), hallar la razón de cambio del volumen de la caja respecto a y, si $x = 2$; $y = 3$; $z = 4$.

□