

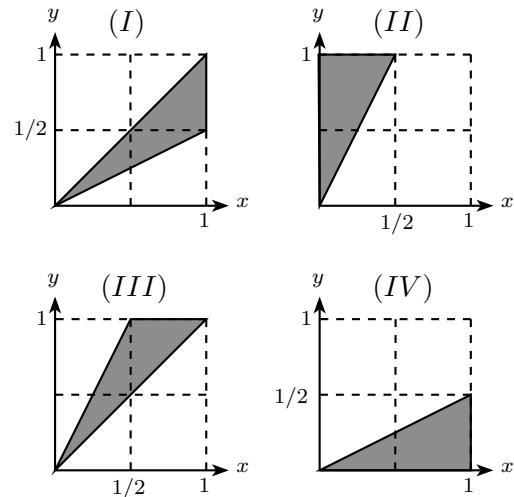
Nombre: \_\_\_\_\_ Código: \_\_\_\_\_ Grupo: \_\_\_\_\_

## *Instrucciones*

- Lea cuidadosamente las preguntas del examen y respóndalas en el espacio indicado; por ninguna razón remueva la grapa de las hojas del cuadernillo; recuerde que respuestas incompletas o sin justificación adecuada no serán valoradas
  - Recuerde que durante el tiempo del examen NO está permitido: (a) el préstamo de implementos como lápices, lapiceros, borradores, etc; (b) responder preguntas, porque parte de la evaluación es la comprensión de los enunciados; (c) el uso de cualquier dispositivo electrónico, su uso será causal de anulación del examen; (d) retirarse del salón, sin importar la justificación.

**Problema 1.** [8 puntos] Asocie cada región con la integral dada

INTEGRAL	REGIÓN DE INTEGRACIÓN
$\int_0^1 \int_0^{\frac{y}{2}} f(x, y) dx dy$	
$\int_0^{\frac{1}{2}} \int_{2y}^1 f(x, y) dx dy$	
$\int_0^1 \int_{\frac{x}{2}}^x f(x, y) dy dx$	
$\int_0^1 \int_{\frac{y}{2}}^y f(x, y) dx dy$	



### *Solución*

**Problema 2.** Sea  $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$ . Encuentre:

- (a) [3 puntos] la gráfica de la función  $f$ .
- (b) [3 puntos] el gradiente de  $f$ .
- (c) [3 puntos] la tasa de cambio de  $f$  en el punto  $(1, -1)$  y en dirección de  $\mathbf{u} = \frac{1}{2}\mathbf{i} + \frac{\sqrt{3}}{2}\mathbf{j}$ .
- (d) [5 puntos] si  $x = s + t$  y  $y = s - t$ , verifique que  $\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 - \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 = \frac{\partial f}{\partial s} \frac{\partial f}{\partial t}$

*Solución*

**Problema 3. [10 puntos]** Evalúe la integral doble  $\iint_R xy \, dA$ , haciendo el cambio de variables apropiado; donde  $R$  es la región del primer cuadrante acotada por las líneas  $y = x$  y  $y = 3x$  y las hipérbolas  $xy = 1$  y  $xy = 3$ .

Nota: para simplificar los cálculos se puede usar el hecho de que  $\frac{\partial(x,y)}{\partial(u,v)} = \left( \frac{\partial(u,v)}{\partial(x,y)} \right)^{-1}$ .

*Solución*

**Problema 4. [10 puntos]** La función de producción de un fabricante de dulces es  $f(x, y) = 4x + xy + 2y$  donde  $x$  es el número de unidades de trabajo y  $y$  es el número de unidades de capital. Suponga que la cantidad total disponible para trabajo y capital es de 2000 dólares, y que las unidades de trabajo y capital cuestan 20 y 10 dólares, respectivamente. Hallar el nivel de producción máximo de este fabricante.

*Solución*

**Problema 5. [8 puntos]** Evalúe la integral de línea  $\oint_C (x-y) dx + (x+y) dy$ , donde  $C(t) = (2 \cos(t), 2 \sin(t))$ , con  $0 \leq t \leq 2\pi$ .

*Solución*