



Universidad Industrial de Santander
Escuela de Matemáticas
ECUACIONES DIFERENCIALES
Octubre 20 de 2025

SEGUNDO EXAMEN
Ecuaciones de orden superior
VALOR: 20 %
Prof. Juan Camilo Cala B.

NOMBRE: _____ **CÓDIGO:** _____ **GRUPO:** _____

INSTRUCCIONES:

- Sea claro y ordenado en cada una de sus respuestas. Respuestas sin sus debidas justificaciones no tienen valor.
- No está permitido el uso de ningún tipo de dispositivo electrónico ni calculadora graficadora, únicamente se admite el uso de una calculadora científica convencional.
- No está permitido el préstamo de borradores, lápices o cualquier otro implemento durante el examen.
- Resuelva **CADA PROBLEMA EN EL ESPACIO INDICADO.**
- Duración del examen: 2h.
- Puntuación máxima: 50 pts.

¡MUCHOS ÉXITOS!

PROBLEMA 1. [10 pts] Establezca si las siguientes afirmaciones son **FALSAS** o **VERDADERAS**. No hace falta que argumente sus elecciones.

- (a) ☐ Si $\{y_1, y_2, y_3\}$ son soluciones de una ecuación lineal homogénea de orden 2, entonces conforman un conjunto LD.
- (b) ☐ Un CFS para la ecuación $y''' - y'' - y' + y = 0$ es $\{e^{-x}, \cosh(x), xe^x\}$.
- (c) ☐ La función $y = x^6$ puede ser solución para una ecuación lineal homogénea de coeficientes constantes de orden 6.
- (d) ☐ Si $y_p = u_1y_1 + u_2y_2$ es solución particular de $y'' - 4y' + 4y = (x + 1)e^{2x}$ entonces $u_1' = -x^2 - x$.
- (e) ☐ El **PVF**

$$x'' + 16x = 0, \quad x(0) = 0, \quad x(\pi/2) = 1,$$

posee solución única.

PROBLEMA 2. [15 pts] Complete los espacios en blanco:

- (a) Si $y_1(x) = x$ es solución de $x^2y'' - (x^2 + 2x)y' + (x + 2)y = 0$ entonces otra solución para la ecuación es

$$y_2(x) =$$

- (b) Suponga que $m_1 = 3, m_2 = -5$ y $m_3 = 1$ son raíces de multiplicidad uno, dos y tres, respectivamente, de una ecuación auxiliar. Escriba la ecuación lineal homogénea correspondiente si ésta es una ecuación de Cauchy–Euler.

ECUACIÓN DE CAUCHY-EULER:

- (c) Es sabido que $m_1 = 1$ y $m_2 = -1 + i$ son raíces de una ecuación lineal homogénea con coeficientes constantes cuyo polinomio auxiliar viene dado por

$$p(m) = m^7 + m^6 + 2m^5 + m^3 - 3m^2 - 2.$$

Un conjunto fundamental de soluciones para dicha ecuación es

$$\text{CFS} =$$

PROBLEMA 3. [15 pts] Encuentre la solución general de la ecuación diferencial

$$y'' - \frac{2y'}{x} + \frac{y}{x^2} = x^2 e^x.$$

PROBLEMA 4. [10 pts] Resuelva el **PVI** dado por

$$y'' + (y')^3 y = 0; \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 1.$$