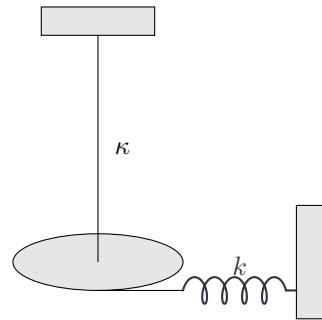


# Taller de Oscilaciones

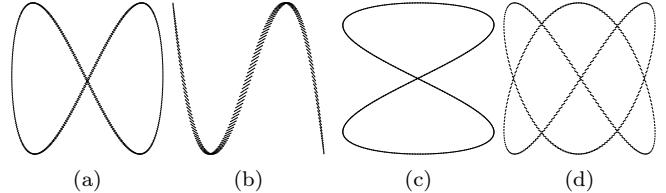
## Física III

29 de agosto de 2025

- Una partícula que cuelga de un resorte oscila con una frecuencia angular de 2.0 (rad/s). El sistema resorte-partícula está suspendido del techo de la caja de un elevador y cuelga sin moverse ( respecto de la caja del elevador ) conforme la caja desciende a una rapidez constante de 1.5 (m/s). La caja se detiene repentinamente. A) ¿ Con qué amplitud oscila la partícula? b) ¿ Cuál es la ecuación de movimiento para la partícula? (Elija la dirección hacia arriba como positiva).
- Una partícula con movimiento armónico simple desplazándose a lo largo del eje x parte de la posición de equilibrio, el origen, en  $t=0$  y se mueve a la derecha. La amplitud de su movimiento es de 2,0(cm) y la frecuencia de 1,5 (Hz). A) Muestre que el desplazamiento de la partícula está dada por  $x(t) = 2,0 \sin(3\pi t)$ . Determine: b) la máxima rapidez y el tiempo previo ( $t>0$ ), al cual la partícula tiene dicha rapidez, c) la máxima aceleración y el tiempo previo ( $t>0$ ) al cual la partícula tiene dicha aceleración, y d) la distancia total viajada entre  $t=0$  y  $t=1(s)$ .
- Se cuelga de un resorte un objeto de masa 1(g) y se deja oscilar. En  $t = 0$ , el desplazamiento era de 43,785 (cm) y la aceleración de -1,7514 ( $cm/s^2$ ). ¿Cuál es la constante del muelle?
- Una bola que se deja caer desde una altura de  $H$ , mucho menor que el radio de la Tierra, efectúa un choque perfectamente elástico contra el suelo. Suponiendo que no se pierde energía debido a la resistencia del aire, a) demuestre que el movimiento es periódico, y b) determine el período del movimiento. c) ¿ El movimiento es armónico simple? Explique.
- Una partícula de masa  $m$  se desliza en el interior de un tazón esférico de radio  $R$ . Demuestre que para pequeños desplazamientos, a partir de la posición de equilibrio, la partícula efectúa un movimiento armónico simple con una frecuencia angular igual a la de un péndulo simple de longitud  $R$ .
  - ¿En que punto se separa el cuerpo de la plataforma?.
  - ¿Qué altura alcanzara el cuerpo por encima del punto mas alto alcanzado por la plataforma?
- Un cilindro de diámetro  $d$  flota manteniendo una parte de longitud  $l$  sumergida. La altura total del cilindro es  $L$ . En el instante  $t = 0$ , admitiendo que no hay amortiguamiento, se empuja el cilindro hacia abajo una distancia  $A$  y se suelta. Muestre que el centro de masa del cilindro realiza un movimiento armónico simple y determine la frecuencia de oscilación del sistema.
- Un aro circular de diámetro  $d$ , sin espesor, se cuelga de un clavo. ¿Cuál es el periodo de oscilación de su centro de masa para pequeñas oscilaciones?
- Un aro de radio interno  $R_1$  y externo  $R_2$  posee una pequeña muesca en su parte interna de tal modo que su centro de masa no se ve afectado. Se cuelga el aro de la muesca utilizando un clavo y se deja oscilar libremente. Muestre que el centro de masa realiza un movimiento armónico simple y determine la frecuencia de las pequeñas oscilaciones?
- Una placa circular de radio  $R$  y momento de inercia  $I$  está suspendida de una varilla de torsión cuya constante de deformación es  $\kappa$ . El borde de la placa está conectado a un soporte fijo mediante un resorte ideal cuya constante de deformación es  $k$ , como se observa en la figura, determina la frecuencia angular de las pequeñas vibraciones del sistema.

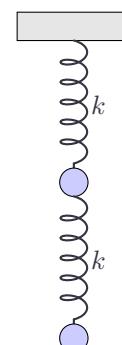


- Se superponen dos oscilaciones armónicas perpendiculares de tal manera que la oscilación horizontal tiene una frecuencia doble que la vertical. ¿Cuál de las siguientes gráficas corresponde a esta situación?



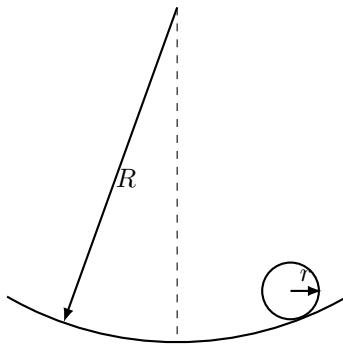
- Dos partículas de igual masa  $m$  están unidas por un resorte de constante elástica  $k$ . Una de las partículas está unida al techo por otro resorte idéntico, también de constante elástica  $k$ , y la otra partícula cuelga libremente. Considere movimiento vertical solamente.

- Escriba las ecuaciones de movimiento para este sistema.
- Calcule las frecuencias propias del sistema.
- Determine los modos normales del sistema y describirlos cualitativamente.



- Se cuelga una esfera sólida uniforme de radio  $R$  del extremo de un hilo. La distancia del pivote al centro de la esfera es  $L$ . Determine el periodo para las pequeñas oscilaciones.
- Un anillo de radio  $R$  tiene una carga uniformemente ilacion de un péndulo simple, de longitud  $L$ , que cuelga del techo de un camión que avanza con una aceleración constante  $\vec{a} = a\hat{i}$ .
- Un cilindro macizo de densidad uniforme y masa toral  $M$  rueda sin deslizar sobre una superficie circular de radio

$R$ , como se ve en la figura. Si el radio del cilindro es  $r$ , muestre que el movimiento del centro de masa del cilindro es oscilatorio para pequeñas amplitudes del movimiento descrito por el centro de masa. Determine la frecuencia angular.

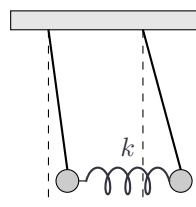


16. Una varilla delgada uniforme de longitud  $L$  y masa  $m$  está suspendida libremente en posición vertical en un punto  $O$ , situado a una distancia  $h$  ( $h < L/2$ ) de su extremo superior. La varilla se desplaza ligeramente a partir de su posición de equilibrio y se deja oscilar libremente alrededor del punto  $O$ . Muestre que la frecuencia angular del movimiento está dada por

$$\omega^2 = \frac{12gh}{L^2 + 12h^2},$$

siendo  $h$  la distancia desde el punto  $O$  al centro de masa de la varilla.

17. Para un péndulo simple determinar la posición angular y la altura del mismo para la cual su energía cinética es igual a su energía potencial.  
18. Para el sistema mostrado en la figura determine los modos normales de vibración.



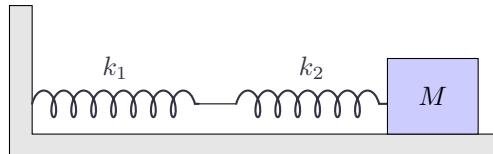
19. Una partícula está sometida simultáneamente a tres movimientos armónicos simples de la misma frecuencia y en la misma dirección. Si las amplitudes son de 0.25, 0.20 y 0.15, en milímetros, respectivamente, y la diferencia de fase entre el primero el segundo es de  $\pi/4$ , y entre el segundo y el tercero es de  $\pi/6$ , Determine si el movimiento resultante es armónico y cual es la amplitud resultante.  
20. Dos vibraciones en la misma dirección están descritas por

$$y_1(t) = A \cos(10\pi t)$$

$$y_2(t) = A \cos(12\pi t)$$

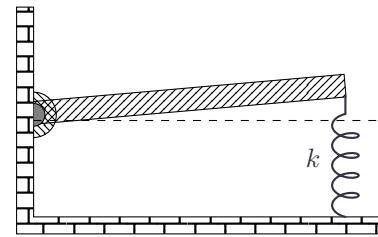
Determine si se observa un fenómeno de pulsación (batido), y cuales son las frecuencias promedio y de pulsación.

21. Para el sistema mostrado en la figura determine la frecuencia de las oscilaciones armónicas si la masa se desliza sobre una superficie sin fricción.

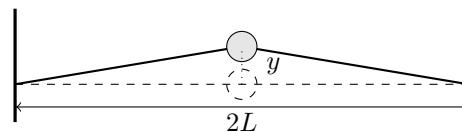


Si la masa es de  $0.245\text{ kg}$  y los ambos resortes poseen la misma constante elástica  $k_1 = K_2 = 6430\text{ N/m}$  ¿Cuál es el periodo de las pequeñas oscilaciones del sistema?

22. Una plataforma horizontal está pivotada en uno de sus extremos, su masa es  $m = 2.0\text{ kg}$  y su longitud es de  $L = 1.0\text{ m}$ , un resorte de constante elástica  $k = 1000\text{ N/m}$  está sujeto del otro extremo, como se observa en la figura. Muestre que el tablón realiza un movimiento armónico simple y determine la frecuencia de las pequeñas oscilaciones.



23. Una pelota de masa  $m$  está conectada a dos bandas de caucho de longitud  $L$ , cada una de las bandas está sometida a una tensión  $T$ . La pelota se desplaza una pequeña distancia  $y \ll L$ , perpendicular a la longitud de las bandas. Suponiendo que la tensión de las bandas no cambia a causa del pequeño desplazamiento de la pelota, muestre que el movimiento resultante descrito por la pelota es un movimiento armónico simple y determine la frecuencia del mismo.



24. Suponga que la energía potencial de una molécula diatómica se puede expresar como  $U(r) = Ar^{-5} - Br^{-3}$  siendo  $r$  la separación entre los átomos. Hallar:  
a) La distancia de equilibrio entre los dos átomos.  
b) La constante elástica que describe la interacción entre los átomos  
c) La frecuencia de vibración de los átomos si estos tienen igual masa.

25. Una partícula ejecuta un movimiento armónico simple con una amplitud de  $3.0\text{ cm}$ . ¿En qué posición es su rapidez igual a la mitad de su rapidez máxima?  
26. Muchos resortes reales son más fáciles de estirar que de comprimir. Es posible representar este caso mediante una fuerza restauradora dada por la función:

$$F(x) = \begin{cases} -k_1x & x > 0 \\ -k_2x & x < 0 \end{cases}$$

Una masa  $M$  se une al resorte y se estira una distancia  $A > 0$  y posteriormente se libera. Determine:

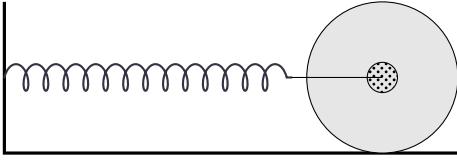
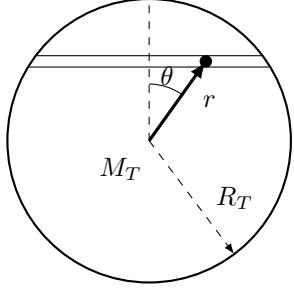
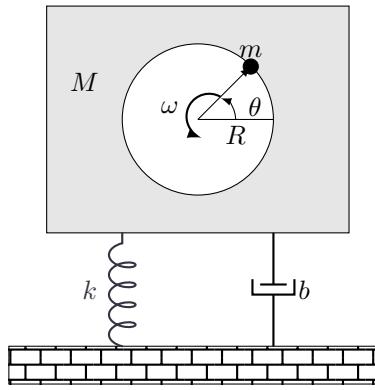
- a) El máximo desplazamiento negativo de la masa.  
b) Es el movimiento resultante periódico, si su respuesta es afirmativa, ¿cuál es el periodo del movimiento?, ¿Es armónico simple el movimiento resultante?  
c) Considere los dos puntos anteriores en el caso  $k_2 = 2k_1$

27. Encontrar la trayectoria del movimiento resultante de la combinación de dos movimientos armónicos simples, perpendiculares, cuyas ecuaciones son:  $x(t) = 4\sin(\omega t)$  y  $y(t) = 3\sin(\omega t + \alpha)$ , cuando  $\alpha = 0, \pi/2, \pi$ . Construya un gráfico para la trayectoria en cada caso. Si alguna de las trayectorias es elíptica que ángulo se encuentra rotada dicha elipse respecto al eje  $x$ .

28. En un circuito LC, en un instante determinado la carga en el condensador es  $q_0/3$ . Para este mismo instante ¿cuál es la energía almacenada en el inductor? La capacitancia es  $C$ .  
29. Una masa  $m$  está unida al extremo de una barra uniforme de masa  $M$  y longitud  $l$ , la barra puede girar en su parte superior. Determinar para pequeñas oscilaciones el periodo del movimiento para los casos:

- a) Con la masa  $m$  unida a la barra.  
b) Si la masa unida a la barra es igual a la masa de la barra.  
c) Sin la masa.  
d) despreciando la masa de la barra  $M$ .

30. La fase inicial de una vibración armónica es igual a cero. Cuando la elongación del punto es  $x_1$  su velocidad es igual a  $v_1$  y cuando la elongación es  $x_2$  su velocidad es  $v_2$ . Encontrar la ecuación que determina el movimiento,  $x(t)$ .

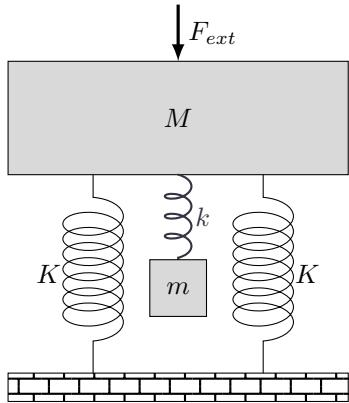
31. Una masa unida a un resorte oscila con amplitud  $A$ . Cuando el desplazamiento respecto del equilibrio es  $A/\sqrt{3}$ . ¿Qué fracción de la energía total es cinética y qué fracción es energía potencial?
32. Un oscilador armónico tiene un periodo de 4s. Si en  $t = 0$ , su posición y velocidad son  $4/\sqrt{3}$  (cm) y  $2\pi$  (cm/s), respectivamente, ¿cuanto tiempo demora el oscilador en alcanzar por primera vez:
- La amplitud máxima
  - La rapidez máxima
33. Un resorte de masa despreciable y constante de fuerza  $K$  está unido a un cilindro de masa  $M$  y radio  $R$  de tal forma que puede rodar sin deslizar sobre una superficie horizontal sin fricción. Si el sistema se suelta desde el reposo en una posición en la que el resorte está estirado una distancia  $A$ , muestre que el centro de masa del cilindro realiza un movimiento armónico simple. ¿Cuál es la frecuencia de dicho movimiento?
- 
34. Se perfora un túnel pequeño a través de la Tierra, muestre que una partícula de masa  $m$  situada en el túnel realiza un movimiento armónico simple, ¿cuál es el periodo del movimiento?
- 
35. Considere un circuito RLC, determinar la ecuación diferencial que rige el comportamiento de la carga en el circuito.
36. Considere un sistema masa-resorte en el cual la masa es de 16 g y su constante elástica es de  $K = 7,5$  N/m. El sistema se pone a oscilar en un medio en el cual experimenta una fuerza disipadora dada por  $f = -0,26 v \hat{i}$ . El sistema inicialmente se estira una longitud de 0,01 m. Determinar:
- La ecuación de movimiento
  - El decremento logarítmico de la amplitud
37. De un muelle colgado verticalmente se suspende un peso que produce un estiramiento de 9,8 cm. Después se le hace oscilar desplazando el peso hacia abajo y soltándolo. ¿Cuanto valdrá el coeficiente de amortiguamiento para que:
- Las oscilaciones cesen prácticamente al cabo de 10 s.
  - El peso vuelva a su posición original sin oscilar periódicamente.
  - El decrecimiento logarítmico sea igual a 6.
38. Un péndulo con longitud de 1 m se suelta desde un ángulo inicial de  $15^\circ$ . Después de 1000 s, por efectos de la fricción, su amplitud sea reducido a  $5.5^\circ$ . Determine:
- ¿Cuál es el valor del factor  $\gamma$  y la frecuencia de las oscilaciones amortiguadas?
  - ¿Cuanta energía perdió en la primera oscilación?
  - ¿Cuanta energía perdió al cabo de los 1000 s?
39. Un oscilador armónico amortiguado, cuya frecuencia es  $f = \frac{7,5}{\pi} s^{-1}$  y cuyo parámetro de amortiguamiento es  $\gamma = 9 s^{-1}$ , se halla inicialmente en reposo en la posición de equilibrio. En el instante  $t = 0$  recibe un impulso que lo pone en movimiento con una rapidez de 60 cm/s. Determine:
- El máximo desplazamiento a partir de la posición de equilibrio.
- 40) El tiempo que transcurre para que las oscilaciones amortiguadas hayan reducido su amplitud al 0,1 % de su valor inicial
41. Un oscilador amortiguado tiene una frecuencia de oscilación que es tan sólo el 85 % de su frecuencia natural (sin amortiguamiento). ¿En qué factor se disminuye su amplitud y su energía en cada oscilación?
42. Una máquina posee una parte rotatoria (motor eléctrico), el cual se puede esquematizar como se aprecia en la figura, sea  $M$  la masa total de la máquina, y  $m$  una masa equivalente excéntrica (incluida en la masa total  $M$ ) situada a una distancia  $R$  del eje de rotación, de modo que la máquina se pone en funcionamiento se producen vibraciones cuya frecuencias son iguales a las de la rotación del motor. Determine:
- Una expresión para la amplitud de las vibraciones verticales de la máquina en función de la rapidez de rotación de la máquina,  $\omega$ , y de las constantes  $k$  y  $b$ .
  - La amplitud de las vibraciones en resonancia.
  - La fuerza transmitida al piso.
- 
43. ¿Que tiempo debe transcurrir para que la energía de las oscilaciones amortiguadas de un péndulo de longitud  $L = 24,7$  cm se reduzca 9,4 veces?. Resuelva este problema para el caso en el que el decremento logarítmico por periodo se igual a  $\ln(A_1/A_2) = 0,01$ , suponga que  $\omega \gg \frac{b}{2m}$
44. Suponga que la amplitud de un oscilador amortiguado disminuye en un factor  $R$  en cada ciclo. Es decir, si  $A_1$  es la amplitud al final del primer ciclo,  $A_2 = R A_1$  es la amplitud al final del segundo ciclo. A dicho oscilador se le aplica una fuerza externa de la forma  $F(t) = F_0 \cos(\omega_e t)$ , siendo  $F_0 = K B$ , con  $K$  una constante elástica y  $B$  una constante. Muestre que en resonancia la amplitud de las oscilaciones esta dada por
- $$A = -\frac{\pi B}{\ln(R)}$$
45. Un punto realiza oscilaciones amortiguadas con una frecuencia angular  $\omega_a = 25(\text{rad/s})$ . Obtener una expresión para  $\gamma$ , sabiendo que en el instante  $t = 0$ , la velocidad es nula y un ciclo después el desplazamiento de la partícula, a partir dela posición de equilibrio es  $\eta = 1,020$  veces menor que la amplitud  $A_0$  del movimiento.
46. Calcular el factor de calidad de un oscilador en el que la amplitud del desplazamiento disminuye  $\eta$  veces cada  $n$  períodos de oscilaciones. Aplicarlo para el caso  $\eta = 2n = 110$ .
47. Determine la expresión para la amplitud de un oscilador armónico forzado cuando se haya en resonancia en su amplitud.
48. De un muelle de constante elástica  $K = 8(N/m)$  se suspende, verticalmente, una masa  $M$ . El sistema está inmerso en un medio que le proporciona una fuerza disipadora de la forma  $\vec{f} = -bv\hat{j}$ . El periodo de las oscilaciones amortiguadas es  $T = \pi/2$ . El sistema se somete a una fuerza externa oscilatoria cuya magnitud es  $F_0$ . Cuando la frecuencia de la fuerza externa coincide con la de las oscilaciones libres,  $\omega_e = \omega_0$ , se observa una amplitud de oscilación de 5 cm; y

se observa una amplitud de 12 cm cuando la frecuencia de la fuerza externa coincide con la frecuencia de resonancia en amplitud. Determine:

- a) La frecuencia  $\omega_0$
- b) La constante de disipación  $b$ .
- c) La magnitud de la fuerza  $F_0$  para que la amplitud máxima en resonancia sea 10 cm.
- d) Para las oscilaciones amortiguadas determinar el número de oscilaciones para las cuales la amplitud se ha reducido de 10 cm a 5 cm

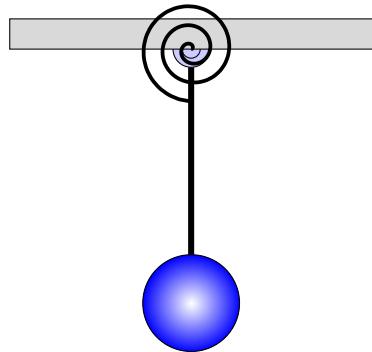
49. Para un circuito RLC determine el número de oscilaciones para la cual la corriente se ha reducido a la mitad de su valor inicial.

50. Para el sistema mostrado en la figura determine la frecuencia de oscilación de la masa  $m$ , si la fuerza externa es  $F_{ext}(t) = F_0 \sin(\omega_e t)$



51. En la figura, se sostiene un disco de 2,50 kg con un diámetro  $D = 42,0$  cm es soportado por una varilla de longitud  $L = 76,0$  cm y masa despreciable que pivota en su extremo.

- a) Con el resorte de torsión sin masa desconectado, ¿cuál es el periodo de oscilación?
- b) Con el resorte de torsión conectado, la varilla está vertical en equilibrio. ¿Cuál es la constante de torsión del resorte si el periodo de oscilación se ha reducido en 0.500 s?



52. Un oscilador armónico simple consiste de un bloque unido a un resorte de constante elástica  $k = 200\text{ (N/m)}$ . El bloque desliza sobre una superficie sin fricción con punto de equilibrio en  $x = 0$  y amplitud de 0,20(m). Un grafico de la rapidez del bloque en función del tiempo se muestra en la figura. La escala horizontal esta dada por  $t_s = 0,20\text{ (s)}$

- a) La frecuencia angular del movimiento
- b) La energía mecánica de la partícula
- c) La ecuación de la posición en función del tiempo.
- d) La aceleración transcurrido un tiempo de un cuarto de periodo.

