2B

Nota 2,3

2,7

Escuela de Física, UIS Física 3-Previo 1 (11 de junio de 2015)

Nombre. . . . . Código . . . . Grupo . . . .

1. **A)** Deducir la ecuación para oscilaciones mecánicas y mostrar que las oscilaciones armónicas satisfacen a esta ecuación. **B)** Explicar por qué razón se estudian principalmente las oscilaciones armónicas y encontrar la energía total de estas oscilaciones. **B)** Explicar en qué consiste el método de diagramas vectoriales y por qué en este método la función de oscilaciones tiene forma de cosenos **C)** Considere dos oscilaciones: $x_1=A_1 sen\omega t$ y $x_2=A_2 cos\omega t$. Deducir las expresiones para la amplitud y la fase de las oscilaciones resultantes.

$\boxed{\frac{\partial^2 x}{\partial t^2} - w^2 x = 0}$

A. $x = A \cos(wt+\varphi)$

$V = -wA \,sen\,(wt+\varphi)$

$a = -w^2 A \cos(wt+\varphi)$

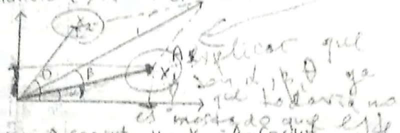
Las oscilaciones armónicas satisfacen estas ecuaciones porque poseen un comportamiento periodico, y mediante este comportamiento podemos ver su amplitud, periodo y posición

¿qué entiende bajo "mejor describen"? ¿mejor de que?

B. Se estudian principalmente las? oscilaciones armónicas ya que estas son las que mejor describen el comportamiento de una onda, que es el de senos y cosenos, estas ondas tambien describen matematicamente muchos modelos cotidianos, sonidos musicales, etc..

$\boxed{E_{total} = \text{Energía cinética} + \text{Energía potencial}}$ Ecinética: $m[(wA\,sen(wt+\varphi)]^2/2$

B. El metodo de diagramas vectoriales consiste en una representación del comportamiento de las ondas, el cual nos permite ver de una mejor manera (gráfica) el comportamiento de las ondas y posee forma de cosenos porque es periodica. Este diagrama tiene el fin de simplificar ó ver, las expresiones que nos indican el comportamiento de las ondas



explicar qué son A, θ ya que todavía no es mostrado que este diagrama presenta oscilaciones.

C. $x_1 = A_1 sen\,wt$ y $x_2 = A_2 \cos wt$

$x_1 + x_2$

$A_1 sen\,wt + A_2 \cos wt$

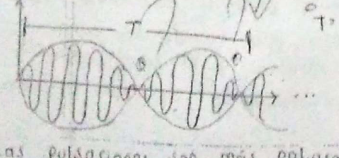
$A = ?$ $\varphi = ?$

x_1 y x_2 son ecuaciones de M.A.S y M.A.S + M.A.S = M.A.S, como son ecuaciones del M.A.S, van a tener la misma frecuencia aunque tengan diferente fase

2,0

2. **A)** Explicar en qué caso y por qué razón la superposición de dos oscilaciones resulta pulsaciones; dibujar la grafica de pulsaciones con explicaciones de sus propiedades y determinar su periodo. **B)** Explicar por qué razón en práctica las pulsaciones son más peligrosas que las oscilaciones originales.

A. La razón por la que la superposición de oscilaciones es una pulsación es cuando viajan dos ondas y estas al encontrarse producen una resonancia, la cual es una disipación de energía, esto sucede en los casos donde estas dos ondas poseen la misma frecuencia?



T = Periodo.

este previo es dedicado a oscilaciones, no ondas

B. Las pulsaciones son más peligrosas que las oscilaciones originales porque las pulsaciones alcanzan unas frecuencias muy altas ó muy bajas, mientras que las originales siempre mantienen la misma frecuencia

6

3. **A)** Considere dos oscilaciones: $x=A_1\cos(\omega t+\varphi_1)$ y $y=A_2\cos(\omega t+\varphi_2)$. A) Deducir la ecuación de la trayectoria de las oscilaciones resultantes. B) Dibujar las trayectorias para los casos $(\varphi_2-\varphi_1)=5\pi$ y $(\varphi_2-\varphi_1)=5\pi/2$ y determinar tipo de trayectorias y sus polarizaciones.

A) La ecuación de la trayectoria de las oscilaciones resultantes es:

3.5

$$\frac{x^2}{A_1^2}+\frac{y^2}{A_2^2}-\frac{2xy}{A_1A_2}\cos(\varphi_2-\varphi_1)=\operatorname{sen}^2(\varphi_2-\varphi_1).$$

B) • Si tenemos $\varphi_2-\varphi_1=5\pi$

$$\frac{x^2}{A_1^2}+\frac{y^2}{A_2^2}-\frac{2xy}{A_1A_2}\cos(5\pi)=\operatorname{sen}^2(5\pi).$$

$$\frac{x^2}{A_1^2}+\frac{y^2}{A_2^2}+\frac{2xy}{A_1A_2}=0$$

?

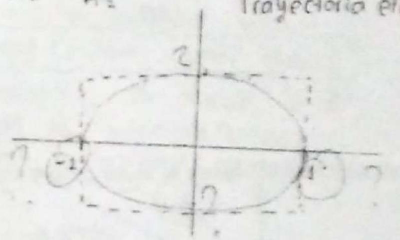
Diagrama

• Si tenemos $(\varphi_2-\varphi_1)=5\pi/2$

$$\frac{x^2}{A_1^2}+\frac{y^2}{A_2^2}-\frac{2xy}{A_1A_2}\cos(5\pi/2)=\operatorname{sen}^2(5\pi/2)$$

$$\frac{x^2}{A_1^2}+\frac{y^2}{A_2^2}=1 \quad \text{Ec. de una elipse}$$

Trayectoria elíptica



1.0

4. Considere las oscilaciones forzadas bajo una *fuerza armónica* que sucede en un medio que se caracteriza por un coeficiente de amortiguamiento β: **A)** Explicar cómo el sistema oscilatorio llega al régimen de movimiento estacionario y que son sus características. **B)** Explicar que es el fenómeno de resonancia y cómo y por qué razón la frecuencia de resonancia depende del coeficiente de amortiguamiento.

A) El sistema oscilatorio llega al regimen de movimiento estacionario debido a que el sistema va perdiendo energía, entonces el medio le da una energía y al pasar ésto, se vuelve estacionario, cuando el sistema pierde energía, el medio le da la energía, y cuando pierde la energía del medio el sistema gana energía

¿pasar qué?

¿cómo el medio le da una energía?

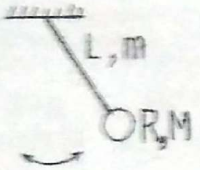
¿por qué razón el medio disipa?

B) El fenómeno de resonancia es cuando la frecuencia de dos ondas que se encuentran, se vuelve la misma y esto genera unas frecuencias muy altas y depender del coeficiente de amortiguamiento, porque el amortiguamiento disminuye su frecuencia, pero cuando la onda armónica gana energía la frecuencia aumenta y el coeficiente de amortiguamiento la vuelve a disminuir, la resonancia es como el punto más alto

Johana Alejandra García Romero

2,0

5. Considere un péndulo físico que consiste en una esfera sólida unida con una varilla como muestra la figura. Encontrar la frecuencia de oscilaciones si la masa y longitud de la varilla son $m=200g$ y $L=1.2m$, la masa y el radio de la esfera son $M=600g$ y $R=4$ cm. $\left(I_{0L} = \frac{1}{12} mL^2,\ I_{0R} = \frac{2}{5} MR^2\right)$



$\omega = 2\pi f$

$\omega = \frac{2\pi}{T}$

$f = \frac{1}{T}$

Coeficiente de inercia:

$200\ g = 0{,}2\ kg$

$600\ g = 0{,}6\ kg$

$4\ cm = 0{,}04$

$\boxed{T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}}$

esta fórmula es para péndulos matemáticos; aquí tiene péndulo físico

$I_{0L} = \frac{1}{12} mL^2 \Rightarrow I_{0L} = \frac{1}{12} (0{,}2)(1{,}2)^2 \Rightarrow 0{,}024$

$I_{0R} = \frac{2}{5} MR^2 \Rightarrow I_{0R} = \frac{2}{5} (0{,}6)(0{,}04)^2 \Rightarrow 3{,}84 \times 10^{-4}$

$T = 2\pi \sqrt{\frac{I_0 + mL^2}{}} \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\ }\ \cdots$

6. El factor de calidad de un oscilador en un medio es $Q=500$. Encontrar a cuanto veces se cambia la amplitud de oscilaciones después de 30 oscilaciones completas.

2,5

$Q = \frac{\pi}{\beta}$

$E = E_0 e^{-2\beta t}$

$Q = \frac{\pi}{\lambda}$

$Q = 500$ $n = 30$

$\frac{A_0}{A_n} = e^{-\beta t}$

$A = A_0 e^{-\beta t}$

$\lambda = \frac{\pi}{Q}$

$\lambda = \frac{\pi}{500}$

$\frac{A_0}{A_n} = e^{-\frac{3\pi}{50}}$

$\frac{\pi}{500} = \beta \frac{t}{30}$

$n = 30$

$\frac{A_0}{A_n} = e^{-\beta t}$

$\frac{30\pi}{500} = \beta t$

$\frac{A_0}{A_n} = e^{-\frac{3\pi}{50}}$

$\frac{3\pi}{50} = \beta t$

$\underline{A_0 < A_n}$

es contra de la ley de conservación de energía

$\boxed{\frac{A_0}{A_n} = 0{,}82}$

después de 30 oscilaciones completas

Nota (4,6)

Escuela de Física, UIS Física 3-Previo 1 (5 de noviembre de 2014)

(3,8) Nombre .... Código .... Grupo ....

1. **A)** Explicar por qué razón se estudian principalmente las ondas armónicas y de qué parámetros del medio depende la velocidad de ondas. **B)** Explicar en qué consiste el método de diagramas vectoriales. **C)** Considere dos oscilaciones: $x_1=A_1 \operatorname{sen}\omega t$ y $x_2=A_2\cos\omega t$. Deducir las expresiones para la amplitud y la fase de las oscilaciones resultantes. **D)** Explicar por qué y cómo se cambia la amplitud resultante en la función de la diferencia de fases de estas oscilaciones.

(a) El movimiento de una partícula en un movimiento oscilatorio se puede expresar en función de senos y cosenos, porque son funciones periódicas. Como la ecuación de movimiento de las ondas armónicas tiene seno o coseno, toda onda se puede expresar como la suma de ondas armónicas. Por lo anterior se estudian principalmente las ondas armónicas.

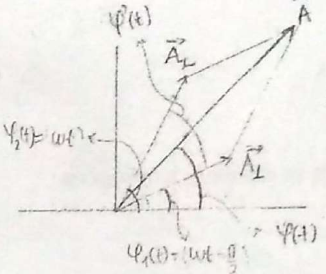
La velocidad de una onda depende de la temperatura del medio y el coeficiente de viscosidad del medio.

(b) El método de diagrama vectoriales consiste en representar visualmente mediante una gráfica las amplitudes como vectores de ondas de igual frecuencia pero diferente fase y amplitud que se interfieren en un punto originando una nueva onda.

(c) $x_1 = A_1 \operatorname{sen}\omega t = A_1\cos(\omega t - \frac{\pi}{2})$ | $\varphi(t) = \varphi_2(t) - \varphi_1(t)$

$x_2 = A_2 \cos \omega t$ | $\varphi(t) = \omega t - \omega t + \frac{\pi}{2}$

$\varphi(t) = \frac{\pi}{2}$ ← no depende de t



$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos\varphi(t)}$

$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos\frac{\pi}{2}}$

$\boxed{A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2}}$

$\boxed{\operatorname{Tan}\varphi(t) = \dfrac{A_1\operatorname{sen}(\omega t - \frac{\pi}{2}) + A_2\operatorname{sen}(\omega t)}{A_2\cos(\omega t - \frac{\pi}{2}) + A_2\cos(\omega t)}}$

$\varphi_1 = \frac{\pi}{2}$

$\varphi_2 = 0$

$\tan(\varphi_2 - \varphi_1) = \dfrac{A_1\operatorname{sen}\varphi_1 + A_2\operatorname{sen}\varphi_2}{A_1\cos\varphi_1 + A_2\cos\varphi_2} = \dfrac{A_1}{A_2}$

2. **A)** Considere dos oscilaciones vectoriales: $x=A_1\cos(\omega t+\varphi_1)$ y $y=A_2\cos(\omega t+\varphi_2)$. A) Deducir la ecuación de la trayectoria de las oscilaciones resultantes. B) Encontrar y dibujar las trayectorias para los casos $(\varphi_2-\varphi_1)=5\pi$ y $(\varphi_2-\varphi_1)=5\pi/2$. Determinar (con los dibujos de las trayectorias) la polarización de estas oscilaciones.

(5,0)

(a) $x = A_1\cos(\omega t + \varphi_1)$ (1)

$y = A_2\cos(\omega t + \varphi_2)$ (2)

Al multiplicar la ecuación (1) y (2) por los factores necesarios para que al sumarlas los términos que tienen ωt desaparezcan se obtiene

$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} - \frac{2xy}{A_1A_2}\cos(\varphi_2 - \varphi_1) = \operatorname{sen}^2(\varphi_2 - \varphi_1)$$

Ecuación de trayectoria

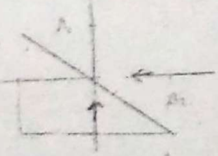
(b) • Si $\varphi_2 - \varphi_1 = 5\pi$

$\Rightarrow \frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} - \frac{2xy}{A_1A_2}\cos(5\pi) = \operatorname{sen}^2(5\pi)$

$\Rightarrow \frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} + \frac{2xy}{A_1A_2} = 0 = \left(\frac{x}{A_1} + \frac{y}{A_2}\right)^2 = \frac{x}{A_1} + \frac{y}{A_2}$

$\Rightarrow y = -\frac{A_2}{A_1}x$

Polarización a la izquierda

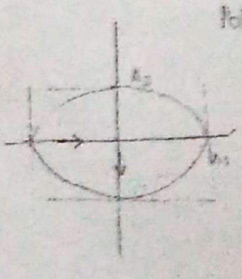


• Si $\varphi_2 - \varphi_1 = 5\pi/2$

$\Rightarrow \frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} - \frac{2xy}{A_1A_2}\cos(\frac{5\pi}{2}) = \operatorname{sen}^2(\frac{5\pi}{2})$

$\Rightarrow \frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} = 1$

Polarización a la derecha

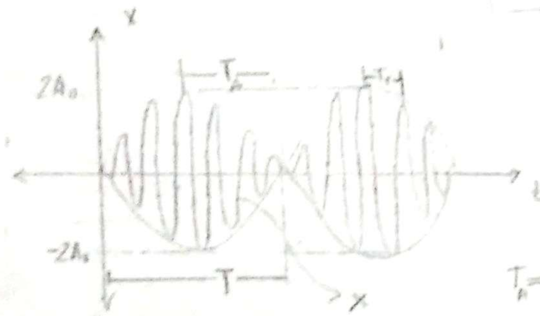


4,8

3. A) Explicar en qué caso y por qué razón la superposición de dos oscilaciones resulta pulsaciones y dibujar el grafico de pulsaciones con explicaciones de sus parámetros. B) Explicar por qué razón en práctica las pulsaciones son más peligrosas que las oscilaciones originales.

ⓐ Cuando ocurre la superposición de dos ondas con frecuencias ω_1 y ω_2 muy cercanas entre si pero con fases φ_1 y φ_2 y amplitudes A_1 y A_2 diferentes pero con una diferencia estable se generan las pulsaciones. En otras palabras: $|\omega_1-\omega_2| << \omega_1, \omega_2$.
Por ejemplo si tenemos $x_1 = A_0\cos(\omega_1 t+\varphi_1)$ y $x_2 = A_0\cos(\omega_2 t+\varphi_2)$ se obtiene que $x = x_2 + x_1 = A_0(\cos(\omega_2 t+\varphi_2) + \cos(\omega_1 t+\varphi_1))$. Aplicando la identidad trigonométrica $\cos A + \cos B = 2\cos\frac{A-B}{2}\cos\frac{A+B}{2}$ se obtiene que:

$$x = 2A_0\cos\left(\underbrace{\frac{\omega_2-\omega_1}{2}}_{\omega_h = \text{frecuencia de pulsación}}t + \frac{\varphi_2-\varphi_1}{2}\right)\cdot\cos\left(\underbrace{\frac{\omega_2+\omega_1}{2}}_{\omega_1 = \text{frecuencia de la oscilación}}t+\frac{\varphi_2+\varphi_1}{2}\right)$$



$T_h = \frac{\pi}{2\omega_h} = \frac{\pi}{\omega_2-\omega_1}$

$T = \frac{2\pi}{\omega_2-\omega_1}$; $T_1 = \frac{\pi}{2\omega} = \frac{\pi}{\omega_2+\varphi_1}$

La amplitud $A = 2A_0$ y la energía $E \cdot A^2 = YA_0^2$

ⓑ Las pulsaciones son más peligrosas que las originales porque cambian muy rápidamente de tener amplitud cero a amplitud máxima y la amplitud aumenta hasta llegar a la máxima amplitud de las amplitudes.

4,0

4. Considere las oscilaciones forzadas bajo una *fuerza armónica* que sucede en un medio que se caracteriza por un coeficiente de amortiguamiento β: **A)** Explicar cómo el sistema oscilatorio llega al régimen de movimiento estacionario y que son sus características. **B)** Cómo encontrar el tiempo de llegada del sistema al régimen estacionario. **C)** Explicar que es el fenómeno de resonancia y cómo y por qué razón la frecuencia de resonancia depende del coeficiente de viscosidad. **D)** Explicar por qué razón las oscilaciones forzadas son armónicas a pesar de la influencia de la fuerza de viscosidad.

ⓐ El sistema oscilatorio llega al régimen de movimiento estacionario a medida que la frecuencia de la fuerza externa se acerca a la frecuencia natural (ω_0), hasta que se igualan y se forman los armónicos donde los límites de oscilación son constantes nuevamente.

ⓑ Encontrando el tiempo t donde: $x = \frac{F_0}{m\sqrt{4\beta^2\Omega^2}}\,\text{sen}(\Omega t+\varphi) \approx \frac{F_0}{2m\beta\Omega}\cdot\text{sen}(\Omega t+\varphi)$

como tiempo de desaparición de oscilaciones y tiempo del que vale la amplitud?

ⓒ El fenómeno de resonancia ocurre cuando la frecuencia de la fuerza armónica (Ω) se iguala la frecuencia natural (ω_0), que es la frecuencia del sistema sin amortiguamiento. Como $\Omega_R = \sqrt{\omega_0^2-2\beta^2} = \sqrt{\omega_0^2 - \frac{2b^2}{4m^2}}$ para que $\Omega_R = \omega_0$, $b=0$ y a medida que crece b se aleja Ω_R de ω_0; por lo tanto a mayor coeficiente de viscosidad, hay mayor amortiguamiento y por tanto menor frecuencia de resonancia.

ⓓ Las oscilaciones forzadas son armónicas a pesar de la fuerza de viscosidad porque son periódicas y su ecuación de movimiento se expresa en senos o cosenos.

Scanned by CamScanner

5. Considere un péndulo matemático de una masa $m=100g$ y una longitud de $L=40\ cm$ que está en equilibrio en un vagón que mueve con una velocidad constante. En algún instante el vagón empieza desacelerarse con $a=2\ m/s^2$. Encontrar el periodo y la amplitud de oscilaciones.

$$T' = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g'}} = 2\pi\sqrt{\frac{L}{\sqrt{a^2+g^2}}} = 2\pi\sqrt{\frac{0{,}4m}{\sqrt{2\frac{m^2}{s^4}+9{,}8\frac{m^2}{s^4}}}} = 2\pi\sqrt{\frac{0{,}4m}{10\frac{m}{s^2}}} = \sqrt{0{,}04s^2} = 0{,}2s$$

$$\underline{T' = 0{,}2\,[s]}$$

6. El factor de calidad de un oscilador en un medio es $Q=200$. Encontrar a cuanto veces se cambia la amplitud de oscilaciones después de 30 oscilaciones completas.

5,0

$Q = 200$
$N = 30$

$A_N = ?$

$$x = \underbrace{A_0 e^{-\beta t}}_{A}\cos(\omega t + \varphi)$$

$$Q = \frac{\pi}{\delta} = \frac{\pi}{\beta T}$$

$$\boxed{\beta = \pi/QT}$$

$$T = \frac{t}{N} \rightarrow \boxed{t = T\cdot N}$$

$$\frac{A_0}{A_N} = \frac{A_0 e^{-\frac{\pi}{QT}\cdot 0}}{A_0 e^{-\frac{\pi}{QT}\cdot T(30)}}$$

$$\frac{A_0}{A_N} = \frac{1}{e^{-\frac{\pi(30)}{200}}} = \frac{1}{0{,}62} = 1{,}61$$

$$\underline{A_N = 0{,}62\,A_0}$$

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
ESCUELA DE FÍSICA - FACULTAD DE CIENCIAS
PRIMER EXAMEN PARCIAL, FÍSICA III
PRIMER SEMESTRE 2010
JUEVES 3 DE JUNIO - TIEMPO: 1,5 HORAS

NOTA:

NOMBRE: [illegible]	GRUPO: H1 A	CÓDIGO: [illegible]

1. (valor 1) Una partícula de $0,5[Kg]$ describe un movimiento armónico simple con frecuencia $5/\pi[Hz]$. Inicialmente tiene una energía cinética de $0,2[J]$ y una aceleración de $0,4[m/s^2]$. Calcule: a) La amplitud de la oscilación. b) La velocidad máxima. c) La fase inicial.

$\Rightarrow f = 5/\pi \quad \omega = 2\pi f \quad \omega = 2\pi \frac{5}{\pi} \quad \boxed{\omega = 10\, rad/s}$

$x(t) = A\,sen(\omega t + \varphi)$

$0,9 = A\omega\cos(\omega t + \varphi) = v(t)$

$0,4 = -A\omega^2 sen(\omega t + \varphi) = a(t)$

$\frac{a(t)}{v(t)} = -\omega \tan(\omega t + \varphi) \Rightarrow t = 0$

$\Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 = 0,2$

$v = \sqrt{\frac{0,4}{m}} \quad v = \frac{0,4}{0,5} = 0,9\, m/s$

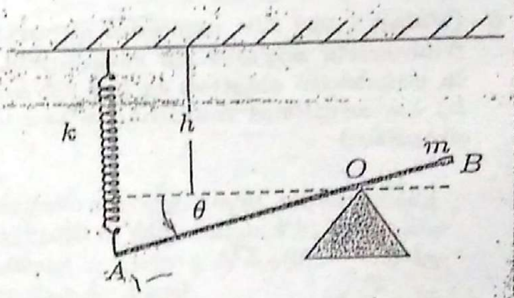
c) $\frac{0,4}{0,9} = 10 \tan\varphi \quad \varphi = \tan^{-1}\left(\frac{0,4}{9}\right) = -0,04$

$0,9 = A(10)\cos(-0,044)$

a) $\frac{0,9}{10\cos(-0,044)} = A \quad \boxed{A = 0,09\, m}$

b) $v_{max} = \omega \cdot A = 10 \cdot (0,09) = 0,9\, m/s$

2. (Valor 1.5) Un oscilador está compuesto por una barra de longitud $L = 1[m]$ y masa $M = 1[Kg]$, con densidad de masa uniforme. Las longitudes $\overline{AO} = 3L/4$ y $\overline{OB} = L/4$. Éste, pivota entorno a un eje en O (ver figura). En A está sujeto a un resorte de constante elástica $k = 5[N/m]$ y en B se encuentra una partícula puntual de masa m. Encuentre: a) Si la longitud natural del resorte es h, determine el valor de m para que el sistema se encuentre en equilibrio en $\theta = 0$. b) La ecuación del movimiento. c) La frecuencia para pequeñas oscilaciones.



M = masa barra
m : masa partícula

$L = 1m \quad M = 1kg$

a) $\frac{L}{4}Mg + \frac{L}{4}mg = 0$

$\frac{L}{4}Mg = \frac{L}{4}mg$

$M = m \quad \boxed{m = 1kg}$

c) $\frac{d^2\theta}{dt^2} + \omega^2\theta = 0$

$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{27}{2}\theta = 0$

$\boxed{\omega = \sqrt{\frac{27}{2}}\ rad/seg}$

b) $\sum \tau = I_{sis} \cdot \frac{d^2\theta}{dt^2} \qquad M = m$

$-\frac{L}{4}\cos\theta Mg + \frac{L}{4}\cos\theta mg - kx\frac{3L}{4}\cos\theta = I\frac{d^2\theta}{dt^2}$ ①

$x = \frac{3L}{4} sen\theta$ ② $\quad sen\theta \approx 0 \quad \cos\theta \approx 1$

- reemplazo ② en ①

$-\frac{9kL}{16}\cos\, sen\theta = I\frac{d^2\theta}{dt^2}$

$-\frac{9}{16}(5)\theta = I\frac{d^2\theta}{dt^2}$

$-\frac{45\theta}{16} = I\frac{d^2\theta}{dt^2}$

$I_{sis} = \frac{1}{12}ML^2 + M\left(\frac{L}{4}\right)^2 + m\left(\frac{L}{4}\right)^2 \qquad m = M = 1kg$

$I_{sis} = \frac{1}{12} + \frac{1}{8} = \frac{5}{24}$

$-\frac{45}{16}\theta = \frac{5}{24}\frac{d^2\theta}{dt}$

$\frac{-1080}{80}\theta = \frac{d^2\theta}{dt}$

$\boxed{\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{27}{2}\theta = 0}$ ec del mov.

3. (Valor 1.25) Un oscilador amortiguado, oscilacila con una amplitud inicial A. a) Determine el número N de oscilaciones para que la amplitud se reduzca a la mitad. b) Encuentre una relación entre ω_0 y $\gamma = b/2m$ para que $N = 100$.

a) $A = A_0 e^{-\gamma t}$ $\quad T = \frac{t}{N}$ $\quad \omega_0 = \frac{2\pi}{T}$ $\quad T = \frac{2\pi}{\omega_0}$

$\frac{A_0}{2} = A_0 e^{-\gamma N T}$

$\ln \frac{1}{2} = \ln e^{-\gamma N T}$

$-\ln \frac{1}{2} = \gamma N T$

$\ln 2 = \gamma N T$ $\quad \boxed{N = \frac{\ln 2}{\gamma T}}$

b) $100 = \frac{\ln 2}{\gamma \frac{2\pi}{\omega_0}}$ $\quad \gamma = \frac{\ln(\frac{1}{2}) \cdot \omega_0}{200\pi}$

$\boxed{\frac{b}{2m} = \frac{\ln(1/2)\ \omega_0}{200\pi}}$

4. (Valor 1.25) Un oscilador amortiguado forzado, en el régimen estacionario, tiene una frecuencia angular de resonancia en amplitud $\omega_{res} = 7\omega_0/8$, donde $\omega_0 = 6\pi[rad./seg.]$. Si la constante elástica es $k = 8[N/m]$. Determinar: a) La constante de amortiguamiento b. b) La amplitud máxima de la oscilación. c) La fase ϕ en condiciones de resonancia en amplitud

$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{b}{m}\frac{dx}{dt} + \frac{k}{m}x = \frac{F_0}{m}\cos(\omega_F t)$

$\omega_0 = 6\pi$ [rad/s]

resonancia en amplitud

$\omega_{res} = 7\omega_0/8$

$k = 8$ [N/m] $\quad \gamma = \frac{b}{m}$

$\left(\frac{7\omega_0}{8}\right)^2 = \frac{4\omega_0^2 - \gamma^2}{4}$

$\frac{49\omega_0^2 - 64\omega_0^2}{16} = -\gamma$

$\frac{15\,\omega^2}{16} = \gamma^2$ $\quad \omega_0^2 = \frac{k}{m}$

$m = \frac{k}{\omega^2}$ $\quad m = \frac{8}{36\pi^2} = 0{,}0225$ kg

$\frac{\omega_0}{4}\sqrt{15} = \gamma$

b) $b = m\gamma$ $\quad b = \frac{6\pi}{4}\sqrt{15} \cdot 0{,}0225$

$b = 0{,}4109$

b) $A_{max} = \frac{F_0/m}{\sqrt{(\omega_0 - \omega_{max})^2 - (\gamma\omega_m)^2}}$

$A_{max} = \frac{F_0}{0{,}025\sqrt{(6\pi - \frac{42}{8}\pi)^2 - \left(\frac{0{,}4109}{0{,}0225}\left(\frac{42\pi}{8}\right)\right)^2}}$

c) $\tan\alpha = \frac{-\gamma\,\omega_{res}}{\omega_0^2 - \omega_{res}^2}$

$\tan\alpha = -\frac{\frac{0{,}4109}{0{,}022}\left(\frac{42\pi}{8}\right)}{(6\pi)^2 - \left(\frac{42\pi}{8}\right)^2}$

$\boxed{\tan\alpha = -1{,}302}$

Scanned by CamScanner

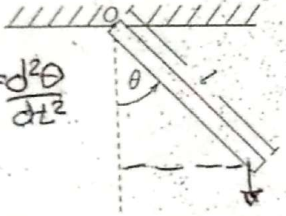
UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
ESCUELA DE FÍSICA, FACULTAD DE CIENCIAS
PRIMER EXAMEN PARCIAL, FÍSICA III
PRIMER SEMESTRE 2009, TIEMPO: 1.5 HORAS

NOTA: 4.0

NOMBRE:	GRUPO:	CÓDIGO: 2092023

1. **(valor 1.0)** Un péndulo físico está compuesto por una barra uniforme de masa m y longitud l, la barra puede pivotar desde O, su extremo superior (ver figura). Cuando se saca del equilibrio, determine para pequeñas oscilaciones: a) la ecuación del movimiento b) la frecuencia angular.

0.8



$\alpha = \frac{d^2\theta}{dt^2}$

Ⓐ $\sum \vec{\tau} = I\vec{\alpha}$

$\frac{d^2\theta}{dt^2} I + mg\,\text{sen}\theta \frac{l}{2} = 0$

M.A.S $\Rightarrow$ $\text{sen}\theta \approx \theta$

$\omega_0^2 = \frac{mgd}{I}$

$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \theta \frac{mgl}{I\,2} = 0 \Rightarrow \frac{d^2\theta}{dt^2} + \theta\omega_0^2 = 0$

donde $d = l$

Ⓑ $\omega = \sqrt{\frac{mgd}{I}}$

$\omega = \sqrt{\frac{mgl}{\frac{1}{3}ml^2}} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{3\cancel{m}g\cancel{l}}{\cancel{m}l^{\cancel{2}}}} = \sqrt{\frac{3g}{2l}}$ [rad/s]

2. **(Valor 1.0)** Una partícula, de masa m, se mueve con un movimiento armónico simple, así, su posición está dada por $x(t) = A\cos(\omega_0 t + \varphi)$. a) Pruebe que la energía total es una constante. b) Encuentre unas expresiones para A y φ en función de las condiciones iniciales $x_0 = x(0)$ y $v_0 = v(0)$.

0.8

a) $E_c = \frac{1}{2}mv^2$, $E_p = \frac{1}{2}Kx^2$ $\quad V(t) = -A\omega_0 \text{Sen}(\omega_0 t + \theta)$ $\quad \omega_0^2 = \frac{K}{m}$

$E_c = \frac{1}{2}m[A^2\omega_0^2 \text{Sen}^2(\omega_0 t + \theta)] = \frac{1}{2}KA^2 \text{sen}^2(\omega_0 t + \theta)$

$E_p = \frac{1}{2}K[A^2\cos^2(\omega_0 t + \theta)]$

$E_M = E_c + E_p = \frac{1}{2}KA^2 \text{Sen}^2(\omega_0 t + \varphi) + \frac{1}{2}KA^2\cos^2(\omega_0 t + \varphi)$

$E_M = \frac{1}{2}KA^2$ [Jul] $\quad \cos^2(\omega_0 t + \varphi) + \text{sen}^2(\omega_0 t + \varphi) = 1$

3. **(Valor 1.0)** Si la posición de una partícula, de masa m, está determinada por la función $x(t) = Ae^{-\frac{b}{2m}t}e^{\pm\sqrt{\frac{b^2}{4m^2} - \frac{k}{m}}\,t}$. Determine: a) ¿Bajo que condiciones el movimiento es críticamente amortiguado? b) ¿Cuál es la condición para que se den oscilaciones?

1.0

a) movimiento es criticamente amortiguado si $\omega_0^2 = \gamma^2$

donde γ constante amortiguamiento
∘ Particula no oscila

$\gamma = \frac{b}{2m}$ $\quad \omega_0^2 = \frac{K}{m} \Rightarrow \frac{b^2}{4m^2} = \frac{K}{m}$

$b^2 = \frac{4m^2K}{\cancel{m}} \Rightarrow b^2 = 4mK \quad b = \pm 2\sqrt{mK}$

b) Para que oscile entonces $\omega_0^2 > \gamma^2$ movimiento debe ser subamortiguado.

$\frac{K}{m} > \frac{b^2}{4m^2} \Rightarrow \frac{4m^2K}{\cancel{m}} > b^2 \Rightarrow b < 2\sqrt{Km}$

② Parte B

$x(t) = A\cos(w_0 t + u)$ $\quad$ $V(t) = -A w_0 \operatorname{sen}(w_0 t + u)$

$X_{(0)} = X_0$ $\quad t = 0 \quad$ $V_{(0)} = V_0$

reemplazando condiciones iniciales.

$X_0 = A\cos(u)$ ① $\quad V_0 = A w_0 \operatorname{sen}(u)$ ②

elevo al cuadrado

$X_0^2 = A^2\cos^2(u)$ ③ $\quad V_0^2 = A^2 w_0^2 \operatorname{sen}^2(u)$ ④

Sumando ③ y ④

$X_0^2 + V_0^2 = A^2\cos^2(u) + A^2 w_0^2 \operatorname{sen}^2 u^2$

$X_0^2 + V_0^2 = A^2 \Rightarrow A = \sqrt{X_0^2 + V_0^2}$ [m]

Divido ④ en ③

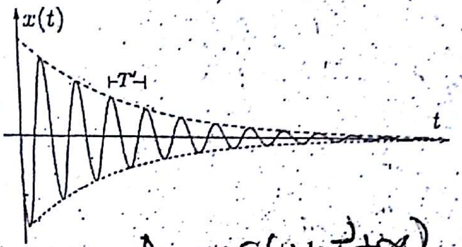
$$\frac{V_0^2}{X_0^2} = \frac{A^2 w_0^2 \operatorname{sen}^2(u)}{A^2\cos^2(u)}$$

$$\frac{V_0^2}{X_0^2} = w_0^2 \tan^2 u$$

$$\frac{V_0}{X_0} = w_0 \tan u \Rightarrow \frac{V_0}{X_0 w_0} = \tan\phi \Rightarrow u = \arctan \frac{V_0}{X_0 w_0} \text{ [rad]}$$

0.4

4. **(Valor 1.0)** Para un oscilador armónico amortiguado, la posición de una partícula de masa m está dada por $x(t) = Ae^{-\gamma t}\cos(\omega_A t + \varphi)$. Si en un primer ciclo T' la amplitud se reduce en $e^{2\pi}$, es decir, $x(T') = \frac{A}{e^{2\pi}}\cos(\omega_A T' + \varphi)$. Encuentre la razón entre las amplitudes inicial y final al cabo de un tiempo igual a $3T'$.



$X(t) = Ae^{-\gamma t}\cos(\omega_A t + \alpha)$

$X(T') = \frac{A}{e^{2\pi}}\cos(\omega_A T' + \alpha)$

$A_i = T'$

$A_f = 3T' = \frac{A}{e^{6\pi}}\cos(\omega_A 3T' + \alpha) \to 3$ ciclos

$$\frac{A_i}{A_f} = \frac{\frac{A}{e^{2\pi}}\cos(\omega_A T' + \alpha)}{\frac{A}{e^{6\pi}}\cos(\omega_A(3T') + \alpha)}$$

$$\frac{A_i}{A_f} = \frac{\cancel{A}e^{6\pi}\cos(\omega_A T' + \alpha)}{\cancel{A}e^{2\pi}\cos(\omega_A(3T') + \alpha)} = e^{4\pi}\frac{\cos(\omega_A T' + \alpha)}{\cos(\omega_A(3T') + \alpha)}$$

1.0

5. **(Valor 1.0)** Un M.A.A.F. tiene como solución $x(t) = Ae^{-\gamma t}\sin(\omega_A t + \varphi) + B\cos(\omega_f t + \phi)$. a) Escriba la solución en el régimen estacionario. b) Explique a que corresponden las frecuencias angulares ω_A y ω_f. c) En que influyen las condiciones iniciales x_0 y v_0 en las cantidades B y ϕ. d) Encuentre un expresión para la energía en el régimen estacionario.

$X(t) = Ae^{-\gamma t}\sin(\omega_A t + \alpha) + B\cos(\omega_F t + \phi)$

a) Régimen estacionario $X(t) = B\cos(\omega_F t + \phi)$ ✓

B) $\omega_A \Rightarrow$ frecuencia angular amortiguamiento ✓

$\omega_F \Rightarrow$ frecuencia angular movimiento forzado ✓

c) No depende condiciones iniciales B y ϕ ✓

d) $E_c = \frac{1}{2}mv^2$ $E_p = \frac{1}{2}kx^2$

$E_c = \frac{1}{2}m(-B\omega_F\,\text{sen}(\omega_F t + \phi))^2$ $E_p = \frac{1}{2}k(B\cos(\omega_F t + \phi))^2$

$E_c = \frac{1}{2}m(B^2\omega_F^2\,\text{sen}^2(\omega_F t + \phi))$ $E_p = \frac{1}{2}k(B^2\cos^2(\omega_F t + \phi))$ $k = \omega_0^2 m$

$E_T = \frac{1}{2}mB^2\omega_F^2\,\text{sen}^2(\omega_F t + \phi)$ $E_p = \frac{1}{2}\omega_0^2 mB^2\cos^2(\omega_F t + \phi)$ $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$

$E_T = \frac{1}{4}mB^2(\omega_F^2 + \omega_0^2)$ [Jouls]

$$I_0 = \frac{1}{12}ml^2, \quad I = \frac{1}{3}ml^2, \quad \gamma = b/2m, \quad \omega_A^2 = \omega_0^2 - \gamma^2, \quad B = \frac{F_0/m}{\left[(\omega_0^2 - \omega_f^2)^2 + 4\gamma^2\omega_f^2\right]^{1/2}},$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\gamma\frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = \frac{F_0}{m}\cos(\omega_f t)$$

$\omega_i = \frac{mgd}{I}$

VI. (Valor 0.5) Un trompetista está afinando su instrumento tocando una nota La simultáneamente con la primera trompeta. La nota de la primera trompeta es 440 [Hz] y se oyen 10 pulsaciones por segundo. Calcule las posibles frecuencias del trompetista.

PULSACIÓN: FRECUENCIA DE PULSACIÓN $= f_p = |f_1 - f_2|$

$$f_p = \frac{\text{NÚMERO DE PULSACIONES}}{\text{UNIDAD DE TIEMPO}} \Rightarrow f_p = 10\,[Hz]$$

$$f_1 \text{ ó } f_2 = 440\,[Hz] \Rightarrow \begin{cases} 10\,[Hz] = 440\,[Hz] - f_2 \\ 10\,[Hz] = f_2 - 440\,[Hz] \end{cases}$$

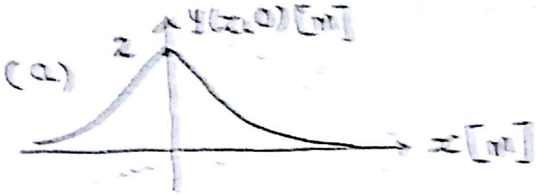
VII. (Valor 1.0) En $t = 0$, el pulso de una onda transversal en una cuerda se describe por medio de la ecuación

$$y(x,0) = e^{-(x^2 - \ln 2)},$$

donde x, y y se miden en metros. a) Dibuje el pulso. b) Escriba la función que representa esta onda si ésta viaja en la dirección x negativa con una velocidad de $2[m/s]$.

$$y(x,0) = e^{-x^2 + \ln 2} = 2e^{-x^2}\,[m]$$

(a)



(b) $y(x) \longrightarrow y(x,t) = f(x \pm vt)$

$$\boxed{y(x,t) = 2e^{-(x+2t)^2}\,[m]}$$

VIII. (Valor 1.0) Demuestre que la diferencia entre las frecuencias de un tren que se aproxima y se aleja emitiendo un sonido de frecuencia f_F con respecto a un observador estático es

$$\Delta f = \frac{2v_F/v_s}{1 - v_F^2/v_s^2} f_F,$$

donde v_F es la velocidad del tren y v_s es la velocidad del sonido.

$$f_o = f_F\left(\frac{v_s \pm v_o}{v_s \mp v_F}\right) \quad ; \quad v_o = 0$$

(1) SE APROXIMA: $\quad f_1 = \dfrac{f_F v_s}{(v_s - v_F)}$

(2) SE ALEJA: $\quad f_2 = \dfrac{f_F v_s}{v_s + v_F}$

$$\Rightarrow f_1 - f_2 = \Delta f = f_F v_s\left(\frac{1}{v_s - v_F} - \frac{1}{v_s + v_F}\right)$$

$$\Rightarrow \boxed{\Delta f = \frac{2v_F/v_s}{1 - v_F^2/v_s^2} f_F}$$

Scanned by CamScanner

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER, ESCUELA DE FÍSICA, FACULTAD DE CIENCIAS, PRIMER PREVIO, FÍSICA III, SEGUNDO SEMESTRE 2008, TIEMPO: 1.5 HORAS, 24/10/2008

NOMBRE: Solución.	GRUPO:	CÓDIGO:

1. (Valor 1.0) Responda falso o verdadero. No justifique.

1.1. La potencia del movimiento armónico simple siempre es diferente de cero. (F)

1.2. La expresión $x(t) = 2\sin(t)\sin(9t)$ representa una pulsación. (V)

1.3. En un M.A.A.F. la resonancia en la velocidad está relacionada con la resonancia en la energía cinética, mientras que la resonancia en la amplitud está relacionada con la resonancia en la energía potencial. (V)

1.4. En un circuito RLC, si $R = 2LC$ el movimiento se conoce como criticamente amortiguado. (F)

1.5. El factor de calidad de un M.A.S. es igual a cero. (F)

1.6. La superposición de dos M.A.S. paralelos de diferente frecuencia es otro M.A.S. (F)

1.7. El factor de calidad del M.A.A.L. siempre es mayor que el factor de calidad del M.A.S.. (F)

1.8. En un circuito RLC la energía del campo electromagnético no se conserva. (V)

1.9. En un M.A.A.F. la resonancia en la amplitud ocurre cuando la frecuencia de la fuerza impulsora es igual a la frecuencia natural del sistema. ( )V

1.10. En un péndulo simple el período del movimiento para pequeñas oscilaciones depende de la longitud del péndulo y de la masa de la partícula que esta unida a la cuerda. Se desprecia la masa de la cuerda. (F)

Para los siguientes puntos justifique cada una de sus respuestas.

2. (Valor 1.2) La energía mecánica total del movimiento armónico de una masa m atada a un resorte ideal de constante k es $10[J]$, el resorte se elonga una distancia de $0{,}5[m]$ con una fuerza de $10[N]$. Si la posición y la aceleración inicial son respectivamente $1[m]$, y $-4[m/s^2]$. Determine: (a) La ecuación de movimiento de la partícula. (b) El período del movimiento, la velocidad máxima, y aceleración máxima. (c) Cuando la posición es un tercio de amplitud encuentre la energía cinética y potencial, y demuestre que la suma de las dos energías es $10[J]$.

$E_T = 10\,[\text{Joules}]$

$\left.\begin{array}{l}\Delta x = 0.5[m]\\ F = 10[N]\end{array}\right\} K = \dfrac{F}{\Delta x} = 20[N/m]$

$x_0 = 1[m]$

$a_0 = -4[m/s^2]$

$E_T = \frac{1}{2}KA^2 \Rightarrow A = \left(\frac{2E_T}{K}\right) = 1[m]$

$a(t) = -\omega_0^2 x(t) \Rightarrow \omega_0 = \left(\frac{-a_0}{x_0}\right)^{1/2} = 2$

$x_0 = A\cos\varphi \Rightarrow \varphi = 0$

a) $\boxed{x(t) = 1\cos 2t = 1\sin(2t+\pi/2)}$

b) $\omega_0 = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{2} = \pi[s]$

$V_{max} = \omega_0 A \Rightarrow V_{max} = 2[m/s]$

$a_{max} = \omega_0^2 A \Rightarrow a_{max} = 4[m/s^2]$

c) Si $x = \frac{A}{3} \Rightarrow \begin{cases} E_P = ? \\ E_K = ? \\ E_T = ? \end{cases}$

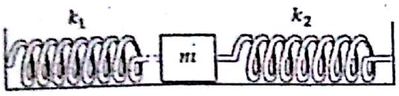
$E_P = \frac{1}{2}KX^2 = \frac{1}{2}K\frac{A^2}{9} = \frac{10}{9}[J]$

$E_K = \frac{1}{2}K(A^2 - X^2) = \frac{1}{2}KA^2\frac{8}{9} = \frac{80}{9}[J]$

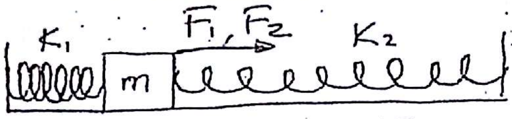
$E_T = E_P + E_K = \frac{1}{2}KA^2$

$E_T = 10[J]$

3. **(Valor 0.8)** Dos resortes ideales de constante de elasticidad k_1, y k_2 están unidos a una masa m sobre una mesa sin fricción (ver figura). Determine el movimiento de la masa cuando se saca del equilibrio.



$\longrightarrow$



$F_1 = -K_1 X$

$F_2 = -K_2 X$

$$\Sigma \vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow F_1 + F_2 = m\frac{d^2x}{dt^2} \Rightarrow \frac{d^2x}{dt^2} + K_1X + K_2X =$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0 \Rightarrow \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{K_1+K_2}{m}x = 0$$

$$\omega_0^2 = \frac{K_1+K_2}{m} \Rightarrow \boxed{x(t) = A\cos(\omega_0 t + \varphi)}$$

4. **(Valor 1.0)** El tiempo de una oscilación amortiguada para una masa de $1[kg]$ unida a un resorte es de $0{,}5[s]$, una fuerza de $\pi^2[N]$ estira el resorte $5[cm]$. (a) ¿Cuál es la ecuación diferencial de movimiento de la partícula? (b) ¿Cuál debería ser el valor de la masa para que el movimiento sea críticamente amortiguado?

$m = 1[Kg] \quad T_A = 0.5[s]$

$$\left.\begin{array}{l} F = \pi^2[N] \\ \Delta X = 0.05[m] \end{array}\right\} K = \frac{F}{\Delta X} = 20\pi^2 [N/m]$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\gamma\frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{K}{m}} = \sqrt{\frac{20\pi^2}{1}} = \sqrt{20}\,\pi\left[\frac{rad}{s}\right]$$

$$\omega_A^2 = \omega_0^2 - \gamma^2 \Rightarrow \gamma = (\omega_0^2 - \omega_A^2)^{1/2}$$

$$\gamma = \sqrt{\frac{K}{m} - \frac{4\pi^2}{T_A^2}} = 2\pi[rad/s] = \frac{b}{2m}$$

$$\boxed{\frac{d^2x}{dt^2} + 4\pi\frac{dx}{dt} + 20\pi^2 x = 0}$$

$$b)\quad \omega_0^2 = \gamma^2 \Rightarrow \frac{K}{m_c} = \frac{b^2}{4m_c^2} \Rightarrow m_c = \frac{b^2}{4K}$$

$$\boxed{m_c = \frac{(4\pi m)^2}{4(20\pi^2)} = \frac{[illegible]}{5}[Kg]}$$

5. **(Valor 1.0)** Un peso de $40[N]$ se cuelga de un resorte ideal que tiene una constante de elasticidad de $200[N/m]$. El sistema es no amortiguado y está sometido a una fuerza de excitación armónica de frecuencia $f = 10/\pi[Hz]$, resultando en una amplitud de movimiento forzado de $5[cm]$. Encuentre la expresión de la fuerza de excitación, $F(t) = F_0\sin(\omega_f t)$ o $F(t) = F_0\cos(\omega_f t)$. Tome el valor de $g = 10[m/s^2]$ para este problema.

$W = 40N \Rightarrow m = 4Kg.$

$K = 200N. \Rightarrow \omega_0 = 50\frac{rad}{s}$

$f = \frac{10}{\pi} \Rightarrow \omega_f = 2\pi f = 20\frac{rad}{s}$

$X_0 = 5cm \equiv 0.05m$

$F(t) = F_0 \sin(\omega_f t)$

No amortiguado: $X_0 = \dfrac{F_0/m}{\|\omega_0^2 - \omega_f^2\|}$

$$F_0 = m X_0 \|\omega_0^2 - \omega_f^2\|$$
$$= 4(0.05)(50^2 - 20^2) = 420\,N$$

$$\boxed{F(t) = 420\sin(20t)}$$

NOTACIÓN Y EXPRESIONES ÚTILES

M.A.S. → Movimiento armónico simple. M.A.A.L. → Movimiento armónico amortiguado libre. M.A.A.F. → Movimiento armónico amortiguado forzado. RLC → Resistor, inductor y capacitor.

$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\gamma\frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = \frac{F_0}{m}\cos(\omega_f t)$, $\quad \omega_0^2 = \frac{mgh}{I}$, $\quad x_0 = \frac{F_0/m}{\left[(\omega_0^2-\omega_f^2)^2 + 4\gamma^2\omega_f^2\right]^{1/2}}$, $\quad a(t) = -\omega^2 x(t)$, $\quad F = -kx$, $\quad \omega_0^2 = k/m$,

$f = -bv$, $\quad \omega_A^2 = \omega_0^2 - \gamma^2$, $\quad \gamma = b/2m$, $\quad T = 2\pi/\omega_0$, $\quad T_A = 2\pi/\omega_A$, $\quad T_f = 2\pi/\omega_f$, $\quad U = \frac{1}{2}kx^2$, $\quad K = \frac{1}{2}mv^2$,

$\tan\beta = \frac{-2\gamma\omega_f}{\omega_0^2 - \omega_f^2}$, $\quad V_L = L\frac{dI}{dt}$, $\quad V_C = \frac{q}{C}$, $\quad V_R = IR$, $\quad \sin\frac{\pi}{3} = \cos\frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\quad \sin\frac{\pi}{6} = \cos\frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$, $\quad \sin\frac{\pi}{4} = \cos\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$,

$Q = \omega\frac{<E>}{<P>}$, $\quad P = F\cdot v = dE/dt$, $\quad x(t) = Ae^{-\gamma t}\cos(\omega_A t + \varphi) + x_0\cos(\omega_f t + \beta)$, $\quad 2\gamma\tau = 1$, $\quad v^2(t) = \omega_0^2[A^2 - x^2(t)]$

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER,
ESCUELA DE FÍSICA, FACULTAD DE CIENCIAS,
SUPLETORIO PRIMER PREVIO, ONDAS Y PARTÍCULAS,
PRIMER SEMESTRE 2007, TIEMPO MÁXIMO : 2 HORAS.

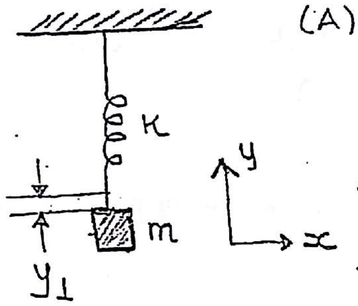
NOMBRE:	CÓDIGO:

NOTACIÓN

M.A.S. → Movimiento armónico simple.

Para todos los puntos justifique cada una de sus respuestas.

I. (Valor 1.0) Demuestre que un cuerpo de masa m, suspendido verticalmente de un resorte de constante k, se mueve con M.A.S. cuando es desplazado de su posición de equilibrio.



(A) EN EQUILIBRIO:

$$\sum_i F_y = 0$$

$$\Rightarrow \quad -ky_1 + mg = 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{ky_1 = mg} \quad (1)$$

(B) CUANDO SE DESPLAZO:

$$\sum_i F_y = m a_y$$

$$-ky_1 + mg - ky = m\frac{d^2y}{dt^2}$$; DE ACUERDO CON (1)

$$\Rightarrow \quad \boxed{\frac{d^2y}{dt^2} + \omega_0 y = 0.}$$ ECUACIÓN DIFERENCIAL DEL M.A.S.

DONDE $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$.

$\omega_0^2 = \frac{F}{m} \cdot m$

II. El movimiento de una masa m unida a un muelle de elasticidad k, obedece la ecuación diferencial:

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + kx = F_0 \sin(\omega t),$$

$-x_0\omega^2 \operatorname{Sen}(\omega t+\alpha) + kx = \frac{F_0 \operatorname{Se}}{m}$

donde F_0, y ω son constantes.

(1) (Valor 1.2) Suponga una solución de la ecuación diferencial de la forma $x(t) = x_o \sin(\omega t + \alpha)$, y determine los valores de x_o y α. (Esta solución describe el movimiento del sistema masa-resorte).

SOLUCIÓN: $x(t) = x_0 \operatorname{Sen}(\omega t + \alpha)$ $\quad -x_0\omega^2 \operatorname{Sen}($

DERIVANDO DOS VECES Y SUSTITUYENDO EN LA ED,

TENEMOS:

$x_0 \operatorname{Sen}(\omega t + \alpha)\left[\omega_0^2 - \omega^2\right] = \frac{F_0}{m}\operatorname{Sen}(\omega t)$; CON $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$

$x_0\left[\operatorname{Sen}(\omega t)\cos\alpha + \operatorname{sen}\alpha\cos(\omega t)\right]\left[\omega_0^2 - \omega^2\right] = \frac{F_0}{m}\cdot\operatorname{Sen}(\omega t)$,

IGUALANDO LOS COEFICIENTES DE "$\operatorname{Sen}(\omega t)$", Y "$\cos(\omega t)$",

TENDREMOS:

(1) $\operatorname{Sen}\alpha = 0 \Rightarrow \alpha = 0$

(2) $x_0 = \frac{F_0/m}{\omega_0^2 - \omega^2}$

(2) (Valor 0.8) Encuentre la amplitud del movimiento cuando el sistema entra en resonancia en la amplitud.

$\Rightarrow \boxed{\alpha = 0}$; $\boxed{x_0 = \frac{F_0/m}{\omega_0^2 - \omega^2}}$

$\Rightarrow$ RESONANCIA EN LA AMPLITUD: $\frac{dx_0}{d\omega} = 0$

$\Rightarrow \frac{d}{d\omega}\left[\frac{F_0/m}{\omega_0^2 - \omega^2}\right] = 0 \Rightarrow \boxed{\omega = 0}$

AMPLITUD PARA "$\omega = 0$" $\longmapsto x_0 = \frac{F_0/m}{\omega_0^2}$

$\Rightarrow \boxed{x_0 = \frac{F_0}{k}}$

III. (Valor 1.0) La posición de una partícula se define mediante la expresión $x(t) = x_0 e^{-\gamma t}\cos(\omega_a t)[cm]$. Siendo $\omega_a^2 = \omega_0^2 - \gamma^2$, y x_0, γ, ω_0 constantes. Si en $t = 0$, la velocidad es v_0 y la posición es máxima. Demuestre que la velocidad de la partícula se puede escribir de la forma:

$$v(t) = -\frac{v_0\omega_0^2}{\gamma}e^{-\gamma t}\cos[\omega_a t + \arctan(-\omega_a/\gamma)][cm/s].$$

$$x(t) = x_0 e^{-\gamma t}\cos(\omega_a t), \quad (\mathrm{I})$$

$$\Rightarrow v(t) = -\gamma x_0 e^{-\gamma t}\cos(\omega_a t) - x_0\omega_a e^{-\gamma t}\operatorname{sen}(\omega_a t), \quad (\mathrm{II})$$

O LO QUE ES LO MISMO:

$$v(t) = x_0\omega_0 e^{-\gamma t}\cos(\omega_a t + \delta) \ (\mathrm{III}); \text{ DONDE } \tan\delta = -\frac{\omega_a}{\gamma}$$

CONDICIÓN INICIAL: $v(t=0) = v_0$, DE ACUERDO CON (II): $v_0 = -\gamma x_0 \Rightarrow \boxed{x_0 = -\frac{v_0}{\gamma}}$. REEMPLAZANDO ESTE VALOR EN (III): $\boxed{v(t) = -\frac{v_0\omega_0}{\gamma}e^{-\gamma t}\cos(\omega_a t + \delta)}$

IV. (Valor 1.0) Para un oscilador armónico de frecuencia angular ω ¿Dentro de cuánto tiempo la energía cinética se reducirá a la mitad de su valor máximo? (Esta expresión está en función de ω)

$E_c \equiv$ Energía Cinética.

$(E_c)_{máxima}$ = Energía mecánica total $= \frac{1}{2}KA^2$

(1) POSICIONES PARA LA MITAD DE LA ENERGÍA CINÉTICA MÁXIMA:

$$E_c = \frac{1}{2}k(A^2 - x^2) \Rightarrow \frac{1}{4}kA^2 = \frac{1}{2}k(A^2 - x^2) \Rightarrow \boxed{x = \pm\frac{A}{\sqrt{2}}}$$

(2) TIEMPO PARA ESTA POSICIÓN:

$$x = A\cos(\omega t + \alpha) = \frac{A}{\sqrt{2}} \Rightarrow \omega t + \alpha = \pi/4$$

$$\Rightarrow \boxed{\omega = \frac{\pi}{4t} - \frac{\alpha}{t}}$$

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER,
ESCUELA DE FÍSICA, FACULTAD DE CIENCIAS,
PRIMER PREVIO, ONDAS Y PARTÍCULAS,
PRIMER SEMESTRE 2007, TIEMPO MÁXIMO: 2 HORAS.

NOMBRE:	CÓDIGO:

NOTACIÓN Y EXPRESIONES ÚTILES

M.A.S. → Movimiento armónico simple. M.A.A.F. → Movimiento armónico amortiguado forzado. RLC→ Resistor, inductor y capacitor.

$$\frac{d^2x}{dt^2}+2\gamma\frac{dx}{dt}+\omega_0^2x=\frac{F_0}{m}\cos(\omega_f t),\qquad \omega_0^2=\frac{mgh}{I},\qquad x_0=\frac{F_0/m}{\left[(\omega_0^2-\omega_f^2)^2+4\gamma^2\omega_f^2\right]^{1/2}}.$$

Para todos los puntos justifique cada una de sus respuestas.

I.(1) (Valor 0.2) ¿Cuándo la carga de un circuito RLC tiene movimiento críticamente amortiguado?

$$\gamma^2=\omega_0^2 \Rightarrow \boxed{R=2\sqrt{\frac{L}{C}}}$$

(2) (Valor 0.2) Suponga que un cuerpo m, suspendido verticalmente de un resorte de constante k, está efectuando un M.A.S. de amplitud A ¿En qué punto de su trayecto la energía cinética es $kA^2/2$?

$$\text{EN } x=0 \Rightarrow \begin{cases} E_p=0 \\ E_c=\frac{1}{2}kA^2 \end{cases}$$

(3) (Valor 0.2) ¿Bajo qué condición un péndulo simple oscila con M.A.S.?

CUANDO $\sin\theta \approx \theta$

$\cos\theta \approx 1-\frac{\theta^2}{2}$

* Responda (4) y (5) de acuerdo con el siguiente enunciado: El movimiento de una masa m unida a un muelle de elasticidad k, obedece la ecuación diferencial:

$$m\frac{d^2x}{dt^2}+kx=F_0\sin(\omega t),$$

donde F_0, ω son constantes y k es la constante de elasticidad del muelle.

(4) (Valor 0.2) ¿Qué tipo de movimiento tiene la masa m?

* MAS FORZADO.

* MAS.

(5) (Valor 0.2) ¿Cuál es el factor de calidad de este sistema?

$$Q=\omega\frac{\langle E\rangle}{\langle P\rangle}\ ;\ \langle P\rangle=0 \Rightarrow Q\rightarrow\infty$$

Scanned by CamScanner

II. (Valor 1.0) Un péndulo de reloj está conformado por una varilla de longitud l y masa m_1 unida a una masa puntual m_2 en uno de sus extremos. Demuestre que si el péndulo efectúa pequeñas oscilaciones la frecuencia angular satisface

$$\omega_0^2 = \frac{3g(1+2\mu)}{2l(1+3\mu)}$$

siendo $\mu = m_2/m_1$. Recuerde que el momento de inercia de una varilla respecto a un eje que pasa por uno de sus extremos es, en este caso, $m_1 l^2/3$.

$$\omega_0^2 = \frac{mgh}{I} \quad ; \quad I = I_{\text{VARILLA}} + I_{\text{MASA PUNTUAL}}$$

$$I = \frac{m_1 l^2}{3} + m_2 l^2 \quad ; \quad h = \frac{\sum_i m_i x_i}{\sum_i m_i} = \frac{m_1(l/2) + m_2 l}{m_1 + m_2}$$

$$\Rightarrow \omega_0^2 = \frac{\cancel{(m_1 + m_2)} g \dfrac{(m_1 l + 2m_2 l)}{2\cancel{(m_1 + m_2)}}}{\dfrac{m_1 l^2 + 3m_2 l^2}{3}} = \frac{3gl\left(1 + \frac{2m_2}{m_1}\right)}{2l^2\left(1 + \frac{3m_2}{m_1}\right)}$$

$$\Rightarrow \boxed{\omega_0^2 = \frac{3g}{2l}\left(\frac{1+2\mu}{1+3\mu}\right)} \text{ Rta.}$$

III. Una partícula de masa m unida a un resorte de constante de elasticidad k está sometida a dos M.A.S. paralelos de la forma:

$$x_1(t) = A_1 \cos(\omega t + \alpha_1), \qquad x_2(t) = A_2 \cos(\omega t + \alpha_2).$$

(1) (Valor 0.8) Encuentre la energía mecánica total para la masa m.

LA SUPERPOSICIÓN DE DOS MAS DE IGUAL FRECUENCIA GENERA OTRO MAS, ENTONCES LA ENERGÍA ES

$$\boxed{E = \frac{1}{2} K A^2}$$

DONDE $\boxed{A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos(\alpha_2 - \alpha_1)}$

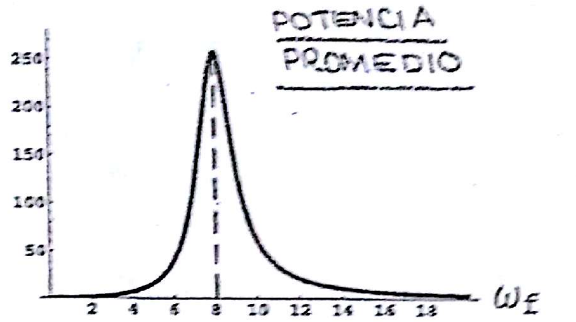
(1) (Valor 0.2) ¿Para cuál diferencia de fase la energía mecánica total es máxima? y ¿Para cuál diferencia de fase la energía mecánica total es mínima?

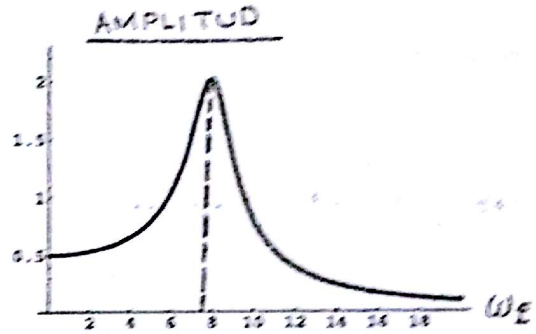
MÁXIMA SI $\alpha_2 = \alpha_1$

MÍNIMA SI $\alpha_2 - \alpha_1 = \pi$

IV. Las gráficas dadas a continuación corresponden a un M.A.A.F. de un cuerpo suspendido de masa m unido a un resorte de constante $64[N/m]$. Las unidades de ω_f son radianes por segundo.

(1) **(Valor 0.2)** Coloque el nombre que le corresponde a cada gráfica. Una es la amplitud del movimiento forzado cuando se tiene en cuenta sólo la solución de estado estacionario, esto es, suponga que ha transcurrido el tiempo necesario para que el sistema se estabilice y oscile con movimiento armónico simple, y la otra es la potencia promedio. La dos están en función de la frecuencia angular de la fuerza impulsora periódica, ω_f. Todas las unidades están en el sistema MKS.





(2) **(Valor 0.3)** ¿Cuál es valor de la amplitud de la fuerza impulsora periódica?

$$x_0 = \frac{F_0/m}{\sqrt{(\omega_0^2-\omega_f^2)^2 + 4\gamma^2\omega_f^2}} \Rightarrow x_0\Big|_{\omega_f=0} = 0.5$$

$$\Rightarrow x_0 = \frac{F_0/m}{\omega_0^2} = \frac{F_0}{k} \Rightarrow F_0 = k x_0 \Rightarrow \boxed{F_0 = 32[N]}$$

(3) **(Valor 0.2)** ¿Cuál es valor de la frecuencia angular ω_f, cuando la potencia promedio del M.A.A.F. es máxima?

$$\omega_f = \omega_0 = 8\ [rad/s] \Rightarrow \boxed{\omega_f = 8\ [rad/s]}$$

(4) **(Valor 0.3)** ¿Cuál es valor de la frecuencia angular ω_f, cuando la amplitud del M.A.A.F. es máxima? Si la constante de rozamiento de la fuerza de roce es $2[N.s/m]$.

MÁXIMA AMPLITUD : $\omega_f^2 = \omega_0^2 - 2\gamma^2$; $\gamma = \frac{b}{2m}$

$$\omega_f^2 = 64 - 2\left(\frac{b}{2m}\right)^2 \ ; \quad \omega_0^2 = \frac{k}{m} \Rightarrow \boxed{m=1}$$

$$\Rightarrow \omega_f^2 = 64 - 2\left(\frac{2}{2}\right)^2 \Rightarrow \boxed{\omega_f = \sqrt{62}}$$

V. (1) (Valor 0.8) Demuestre que en un circuito RLC la variación de la energía total en función del tiempo es proporcional a la corriente al cuadrado.

$$E = E_L + E_C = \frac{Li^2}{2} + \frac{q^2}{2C} \equiv \text{ENERGÍA TOTAL}$$

$$\Rightarrow \frac{dE}{dt} = Li\frac{di}{dt} + \frac{q}{C}\, i \quad \underline{(1)}; \quad \text{DE LA ED TENEMOS:}$$

$$L\frac{di}{dt} + iR + \frac{q}{C} = 0 \Rightarrow L\frac{di}{dt} = -\frac{q}{C} - iR \quad \underline{\underline{(2)}}$$

(2) (Valor 0.2) Para la expresión anterior encuentre su análoga mecánica.

Reemplazo (2) EN (1) $\Rightarrow \frac{dE}{dt} = i\left(-\cancel{\frac{q}{C}} - iR\right) + \cancel{\frac{q}{C}\, i}$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{dE}{dt} = -Ri^2} \text{ Rta}; \quad \text{ANALOGÍA} \left\{ \begin{array}{l} R \to b \\ i \to v \end{array} \right\} \Rightarrow \boxed{\frac{dE}{dt} = -bv^2}$$

Scanned by CamScanner

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER.
ESCUELA DE FÍSICA, FACULTAD DE CIENCIAS.
PRIMER PREVIO, FÍSICA III, PRIMER
SEMESTRE 2008, TIEMPO: 2 HORAS, 20/05/2008

NOMBRE: SOLUCIÓN	CÓDIGO:

Para todos los puntos justifique cada una de sus respuestas.

1. (Valor 1.0) Responda falso o verdadero. Justifique su respuesta. Respuesta no justificada no es válida.

1.1. En un péndulo compuesto el período para pequeñas oscilaciones no depende de la masa. (F)

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} \; ; \; \omega_0^2 = \frac{mgd}{I_0} \; ;$$

NO SIEMPRE "m" PUEDE SIMPLIFICARSE CON I_0.

1.2. Respecto a la Figura 1, en el punto A la energía cinética es máxima. (F)

EN (A) LA ELONGACIÓN ES MÁXIMA, LUEGO LA ENERGÍA POTENCIAL ES MÁXIMA Y LA CINÉTICA MÍNIMA.

1.3. En un M.A.A.L. el período del movimiento decae con el tiempo. (F)

"T_A" NO DEPENDE DE "t".

$$T_A = 2\pi/\omega_A \; ; \; \omega_A^2 = \omega_0^2 - \gamma^2$$

1.4. La ecuación $x(t) = A\cos(\omega t + \varphi)$ representa la solución en el régimen estacionario de un movimiento armónico amortiguado forzado y las constantes A, φ se determinan solamente por medio de las condiciones iniciales del problema. (F)

EN ESTE CASO:

$$A = \frac{F_0/m}{\sqrt{(\omega_0^2-\omega_f^2)^2 + 4\gamma^2\omega_f^2}} \; ; \; \varphi = \tan^{-1}\left(\frac{-2\gamma\omega_f}{\omega_0^2-\omega_f^2}\right)$$

1.5. En el punto B de la Figura 1, la aceleración y la energía potencial del movimiento son mínimas. (V)

EN (B) "$x = 0$", ASÍ LA ENERGÍA POTENCIAL Y LA ACELERACIÓN SON NULAS:

$$E_p = \frac{1}{2}kx^2 \; ; \; a(t) = -\omega^2 x(t)$$

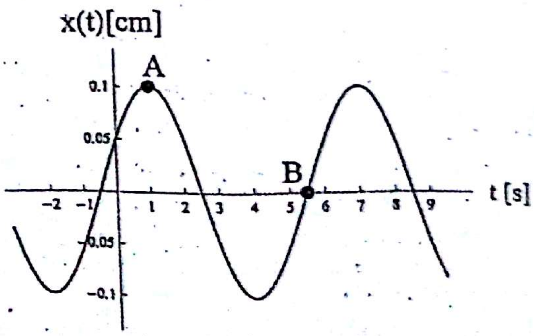


Figura 1

Scanned by CamScanner

2. (Valor 1.0) Encuentre el promedio de la energía mecánica total del **M.A.A.F.** para un sistema masa-resorte. Suponga que el sistema está en el régimen estacionario, esto es, tomé la solución de la forma $x(t) = x_0\cos(\omega_f t+\alpha)$. Siendo x_0 y α constantes.

$$E = \frac{1}{2}Kx^2 + \frac{1}{2}mv^2$$

$$x(t) = x_0\cos(\omega_f t+\alpha) \; ; \; v(t) = -x_0\omega_f \,\mathrm{sen}(\omega_f t+\alpha)$$

$$\Rightarrow \langle E\rangle = \frac{1}{2}K\langle x^2\rangle + \frac{1}{2}m\langle v^2\rangle$$

$$= \frac{1}{2}K\langle x_0^2\cos^2(\omega_f t+\alpha)\rangle + \frac{1}{2}m\langle x_0^2\omega_f^2\,\mathrm{sen}^2(\omega_f t+\alpha)\rangle$$

$$= \frac{1}{4}Kx_0^2 + \frac{1}{4}m x_0^2\omega_f^2 \; ; \quad K = m\omega_0^2$$

$$\Rightarrow \boxed{\langle E\rangle = \frac{1}{4}m x_0^2(\omega_0^2+\omega_f^2)} \text{ Rta.}$$

3. **(Valor 1.0)** El movimiento de una partícula de $1[Kg]$ de masa se puede describir por medio de la expresión $x(t) = e^{-0,2t}\cos(2\pi t + \pi/2)[cm]$. Halle: (a) La frecuencia natural del movimiento. (b) La posición y la velocidad en $t = 0$. (c) La ecuación diferencial que satiface esta ecuación. (d) La energía total promedio. (e) La fuerza de roce.

$$\left.\begin{aligned} x(t) &= e^{-0.2t}\cos(2\pi t+\pi/2) \\ x(t) &= Ae^{-\gamma t}\cos(\omega_A t+\varphi) \end{aligned}\right\} \Rightarrow \begin{aligned} &\gamma = 0.2\,[\mathrm{rad/s}] \; ; \; A = 1\,[\mathrm{cm}] \\ &\omega_A = 2\pi\,[\mathrm{rad/s}] \\ &\varphi = \pi/2\,[\mathrm{rad}] \end{aligned}$$

(a) $\omega_0 = ? \Rightarrow \omega_A^2 = \omega_0^2 - \gamma^2 \Rightarrow \omega_0^2 = \omega_A^2 + \gamma^2$

$$\boxed{\omega_0 \approx 6.28\,[\mathrm{rad/s}]}$$

(b) $x(t) = e^{-0.2t}\cos(2\pi t + \pi/2) = -e^{-0.2t}\,\mathrm{sen}(2\pi t)$

$$v(t) = 0.2e^{-0.2t}\,\mathrm{sen}(2\pi t) - 2\pi e^{-0.2t}\cos(2\pi t)$$

$$\Rightarrow \boxed{x(0) = 0\,[\mathrm{cm}] \; ; \; v(0) = -2\pi\,[\mathrm{cm/s}]}$$

(c) $\boxed{\dfrac{d^2x}{dt^2} + 2\gamma\dfrac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0} \rightarrow \begin{aligned} \gamma &= 0.2\,[\mathrm{rad/s}] \\ \omega_0 &= 6.28\,[\mathrm{rad/s}] \end{aligned}$

(d) $\boxed{\langle E\rangle = E_0\, e^{-2\gamma t}}$; $E_0 = \frac{1}{2}KA^2 = \dfrac{m\omega_0^2A^2}{2}$

(e) $\boxed{F_{ROCE} = -b\,v(t)}$; $\gamma = \dfrac{b}{2m} \rightarrow b = 2\gamma$

4. **(Valor 1.0)** Sean

$$x_1(t) = A\cos(\omega_1 t + \pi/3) \qquad x_2(t) = A\cos(\omega_2 t - \pi/3)$$

dos movimientos armónicos simples.

(a) Si $\omega_1 = \omega_2$ ¿la superposición de los dos movimientos armónicos es una oscilación armónica? ¿Por qué?

(b) Si $\omega_1 = 0{,}95\omega_2$ ¿la superposición de los dos movimientos armónicos es una pulsación? ¿Por qué?

(a) SI

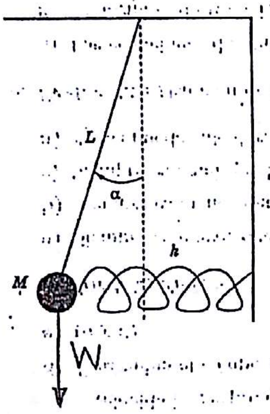
$$x = x_1 + x_2 \Rightarrow x = A\left[\cos\left(\omega_1 t - \pi/3\right) + \cos\left(\omega_1 - \pi/3\right)\right]$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_1 x = 0} \Rightarrow x$$ ES UNA OSCILACIÓN ARMÓNICA SIMPLE.

(b) SI

CUANDO $\omega_1 \approx \omega_2 \Rightarrow x = x_1 + x_2$ ES UNA PULSACIÓN.

5. **(Valor 1.0)** Un péndulo de longitud L y masa M tiene un resorte de constante de fuerza k conectado a él como se observa en la figura. Encuentre la frecuencia de vibración del sistema para pequeños valores de la amplitud (α pequeño). Suponga que la suspención vertical de longitud L es rígida, pero no haga caso de su masa.



$$\sum_i \vec{F} = M\vec{a}_\tau$$

$$-W_x - Kx = M\frac{d^2x}{dt^2}$$

DONDE: $W_x = Mg\sin\alpha \approx Mg\alpha$

$x = L\alpha$

$$\Rightarrow -Mg\alpha - KL\alpha = M\cdot\frac{d^2\alpha}{dt^2} \Rightarrow -\alpha\left(\frac{g}{L} + \frac{K}{M}\right) = \frac{d^2\alpha}{dt^2}$$

$$\Rightarrow \boxed{\omega_0^2 = \left(\frac{g}{L} + \frac{K}{M}\right)\left[\text{rad}/s\right]}$$

NOTACIÓN Y EXPRESIONES ÚTILES

M.A.S. → Movimiento armónico simple. **M.A.A.L.** → Movimiento armónico amortiguado libre. **M.A.A.F.** → Movimiento armónico amortiguado forzado.

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\gamma\frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = \frac{F_0}{m}\cos(\omega_f t), \quad \omega_0^2 = \frac{mgh}{I}, \quad x_0 = \frac{F_0/m}{\left[(\omega_0^2 - \omega_f^2)^2 + 4\gamma^2\omega_f^2\right]^{1/2}}, \quad X_{CM} = \frac{\sum_i m_i x_i}{\sum_i m_i}, \quad F = -kx, \quad \omega_0^2 = k/m,$$

$$f = -bv, \quad \omega_A^2 = \omega_0^2 - \gamma^2, \quad \gamma = b/2m, \quad T = 2\pi/\omega_0, \quad T_A = 2\pi/\omega_A, \quad T_f = 2\pi/\omega_f, \quad E_L = \frac{1}{2}Li^2, \quad E_{CA} = \frac{1}{2C}q^2,$$

$$\tan\alpha = \frac{-2\gamma\omega_f}{\omega_0^2 - \omega_f^2}, \quad V_L = L\frac{dI}{dt}, \quad V_C = \frac{q}{C}, \quad V_R = iR, \quad \sin\frac{\pi}{3} = \cos\frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \sin\frac{\pi}{6} = \cos\frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}, \quad \sin\frac{\pi}{4} = \cos\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2},$$

$$Q = \omega\frac{<E>}{<P>}, \quad P = \mathbf{F}\cdot\mathbf{v} = dE/dt, \quad x(t) = Ae^{-\gamma t}\cos(\omega_A t + \varphi) + x_0\cos(\omega_f t + \alpha), \quad 2\gamma\tau = 1, \quad <E> = E_0 e^{-2\gamma t}$$

PRIMER EXAMEN PARCIAL DE ONDAS Y PARTÍCULAS

ESCUELA DE FÍSICA

1 de Marzo de 2006

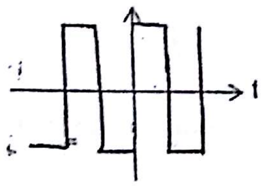
Solución

NOMBRE: ______________________ CÓDIGO: ___________ GRUPO: ______

1. Seleccione a qué tipo de oscilación se ajusta más cada una de las curvas mostradas a continuación. Justifique su respuesta.

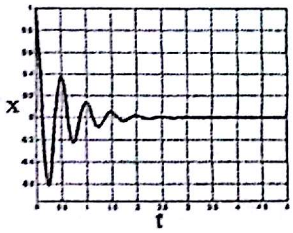
1.1. (Valor 0.25) a)Oscilador Armónico Simple, b) Oscilador Subamortiguado, c) Oscilador Sobreamortiguado, d) Oscilador Críticamente Amortiguado, e) Pulsaciones, f) Oscilador Forzado.

$$x(t) = A\sum_{k=0}^{\infty}\frac{1}{2k+1}sen[\omega_o(2k+1)t]$$



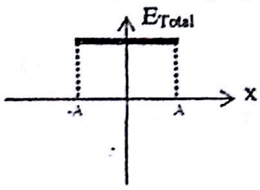
Pulsación, porque x(t) es periódico y está conformada por la suma de funciones senoidales de diferente frecuencia.

1.2. (Valor 0.25) a)Oscilador Armónico Simple, b) Oscilador Subamortiguado, c) Oscilador Sobreamortiguado, d) Oscilador Críticamente Amortiguado, e) Pulsaciones, f) Oscilador Forzado.



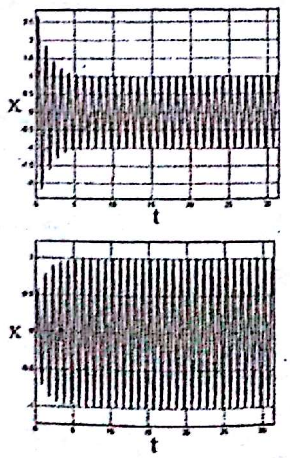
Oscilación subamortiguada, dado que $x(t)$ es de la forma $Ae^{-\gamma t/2}\cos(\omega t+\varphi)$, la cual es una oscilación subamortiguada.

1.3. (Valor 0.25) a)Oscilador Armónico Simple, b) Oscilador Subamortiguado, c) Oscilador Sobreamortiguado, d) Oscilador Críticamente Amortiguado, e) Pulsaciones, f) Oscilador Forzado.



M.A.S. Debido a que la energía mecánica total se conserva.

1.4. (Valor 0.25) a)Oscilador Armónico Simple, b) Oscilador Subamortiguado, c) Oscilador Sobreamortiguado, d) Oscilador Críticamente Amortiguado, e) Pulsaciones, f) Oscilador Forzado.



Oscilador forzado. Porque para $t > 10$ s (ver la gráfica) se observa una oscilación senoidal y en $t < 10$ s un transitorio. Esto solo sucede en un oscilador forzado.

PRIMER EXAMEN PARCIAL DE ONDAS Y PARTÍCULAS
ESCUELA DE FÍSICA
1 de Marzo de 2006

2. Responda las siguientes preguntas argumentando su respuesta.

2.1. Sean $x_1(t)=sen(2\pi t)$, $x_2(t)=2sen\left(2\pi t+\frac{\pi}{2}\right)$ y $x_3(t)=4sen\left(40\pi t-\frac{\pi}{2}\right)$, oscilaciones armónicas simples.

2.1.1. (Valor 0.25) ¿Es $x_4(t)=x_1(t)+x_2(t)$ una oscilación armónica simple? Justifique su respuesta.

x_4 es una oscilación armónica simple porque $x_1(t)$ y $x_2(t)$ tienen la misma frecuencia angular $(\omega_1=2\pi=\omega_2)$. Entonces,

$$x_4(t)=A\,sen(2\pi t+\varphi)=\mathrm{Im}\left\{e^{j2\pi t}+2e^{j(2\pi t+\pi/2)}\right\}$$

$$x_4(t)=\sqrt{5}\,sen\left[2\pi t+\tan^{-1}(2)\right].$$ la cual es una oscilación armónica simple.

2.1.2. (Valor 0.25) ¿Es $x_5(t)=x_1(t)+x_3(t)$ una oscilación armónica simple? Justifique su respuesta.

x_5 es una pulsación, es decir, no es una oscilación armónica simple, porque la frecuencia angular de $x_1(t)$ $(\omega_1=2\pi)$ es diferente de la frecuencia angular de $x_3(t)$ $(\omega_3=40\pi)$. Entonces, x_5 no puede escribirse como $A\,sen(2\pi t+\varphi)$, con A y φ ctes.

2.2. (Valor 0.5) En medicina se suelen utilizar ondas de sonido de alta frecuencia (ultrasonidos) para destruir cálculos renales. El proceso consiste en excitar el cálculo con una onda de presión cuya frecuencia es similar a la frecuencia natural del cálculo. ¿Por qué se pueden destruir cálculos utilizando este procedimiento? Explique.

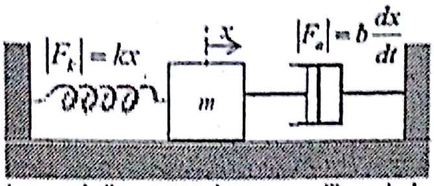
Se pueden destruir cálculos renales porque estos entran en resonancia con la excitación (onda de sonido de alta frecuencia)

Al entrar en resonancia, el cálculo absorbe la energía de las ondas de sonido, pero como no tiene como disipar dicha energía se fragmenta en partes más pequeños.

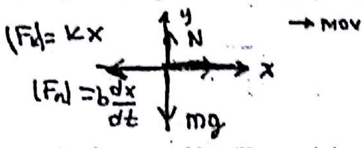
Cabe anotar que los calculos entran en resonancia con la excitación porque ésta tiene la misma frecuencia que la frecuencia natural de los cálculos.

PRIMER EXAMEN PARCIAL DE ONDAS Y PARTÍCULAS
ESCUELA DE FÍSICA
1 de Marzo de 2006

3. Un objeto de masa m se encuentra conectado a un resorte, con constante elástica k, y a un amortiguador, con constante de amortiguamiento b, como se muestra en la figura. Se aplica una fuerza al objeto de masa m que lo coloca en movimiento (Nota: la fuerza es retirada en el instante que inicia el movimiento del objeto).



a) (Valor 0.3) Construya el diagrama de cuerpo libre de la masa m.



b) (Valor 0.3) Encuentre la ecuación diferencial que describe el movimiento.

$$\Sigma F_x = ma = m\frac{d^2x}{dt^2} \quad (1) \; ; \quad \text{pero} \quad \Sigma F_x = -kx - b\frac{dx}{dt} \quad (2)$$

(2) en (1) y divido por m. $\Rightarrow$ $$\boxed{\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{b}{m}\frac{dx}{dt} + \frac{k}{m}x = 0} \quad (3)$$

c) (Valor 0.4) Si $\sqrt{\frac{mk}{b^2}} > \frac{1}{2}$, ¿Qué tipo de movimiento describe la masa m? Justifique su respuesta.

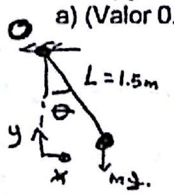
note que (3) tiene la forma de la ecuación diferencial de un movimiento forzado. $\frac{d^2x}{dt^2} + \gamma\frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0$ (4)

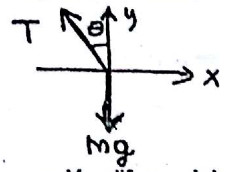
Comparando (3) y (4) se obtiene que: $\gamma = b/m$; $\omega_0 = \sqrt{k/m}$

Entonces $Q = \frac{\omega_0}{\gamma} = \sqrt{\frac{mk}{b^2}}$ como $Q > 1/2 \Rightarrow$ $\boxed{\text{Oscilación subamortiguada}}$

4. Un astronauta que se encuentra en la luna coloca a oscilar un péndulo simple de $1.5\ m$ de longitud y $0.5\ kg$ de masa. Si el péndulo oscila con una amplitud de $2°$, y su período es $T = 6\ s$.

a) (Valor 0.3) Construya el diagrama de cuerpo libre.





b) (Valor 0.3) Encuentre la ecuación diferencial que describe el movimiento.

$$\Sigma\tau = I\alpha = mL^2\frac{d^2\theta}{dt^2} \quad (1) \; ; \quad \Sigma\tau = -mgL\sin\theta \quad (2)$$
respecto a O

(2) en (1) y dividiendo por m y L^2

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + g/L \sin\theta = 0 \qquad \text{si } \theta << 1 \Rightarrow \sin\theta \simeq \theta \Rightarrow (3) \; \boxed{\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{L}\theta = 0}$$

c) (Valor 0.4) ¿Cuánto es la gravedad en la Luna? Justifique su respueta.

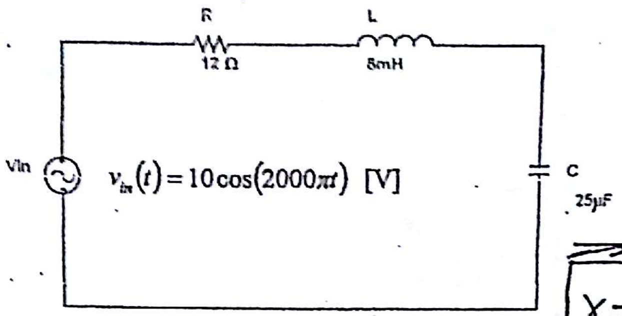
Como $\theta_{max} = 2° = \frac{2 \cdot \pi}{180}[rad] = \frac{\pi}{90} << 1 \Rightarrow$ El péndulo describe un movimiento armónico simple

Comparando (3) con la Ecuación del MAS. $\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0$ se obtiene.

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{g/L} \Rightarrow g = \frac{2\pi}{T}L = \frac{2\pi}{6s}(1.5m) \Rightarrow \boxed{g \simeq 1.6\ m/s^2}$$

PRIMER EXAMEN PARCIAL DE ONDAS Y PARTÍCULAS
ESCUELA DE FÍSICA
1 de Marzo de 2006

5. Dos circuitos RLC en serie idénticos conectados a fuentes alternas de voltaje, como se muestra en la figura, presentan las siguientes condiciones iniciales en $t = 0s$, para el circuito A: $Q(t=0) = 600\mu C$, $i(t=0) = 2mA$; y para el circuito B: $Q(t=0) = 450\mu C$, $i(t=0) = 50mA$.

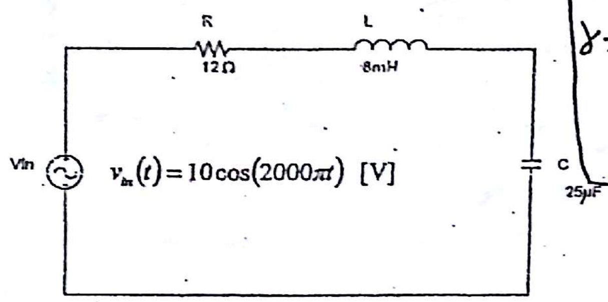


Circuito A

$$\gamma = \frac{R}{L} = \frac{12\Omega}{8mH}$$

$$\gamma = \frac{12 \cdot 10^3}{8} = 1500 \text{ rad/s}$$

$$\frac{1}{\gamma} << 1s$$



Circuito B

a) (Valor 0.5) ¿Es igual la carga, $Q(t)$, para ambos circuitos después de un par de horas de encendidos los mismos? Justifique su respuesta.

La carga $Q(t)$ para ambos circuitos, después de un par de horas de encendidos, es la misma puesto que la solución que domina para tiempos mayores a $1/\gamma$ es la particular o respuesta en estado estable: $Q(t) = Q_0 \cos(2000\pi t + \alpha)$ pero Q_0 depende sólo de R, L, C y la amplitud de Vin y α depende de R, L y C los cuales son iguales para ambos circuitos.

b) (Valor 0.5) ¿Es igual la corriente, $i(t)$, para ambos circuitos después de un par de horas de encendidos los mismos? Justifique su respuesta.

Como la corriente $Q(t)$ es la misma, entonces $i(t) = \frac{dQ}{dt}$ será la misma para ambos circuitos.

Éxitos

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
ESCUELA DE FÍSICA, FACULTAD DE CIENCIAS
PRIMER PREVIO DE ONDAS Y PARTÍCULAS
SEGUNDO SEMESTRE DEL 2006, TIEMPO: 2 HORAS

Nombre:	Código:

1. **Responda falso o verdadero. Si la respuesta no es justificada el valor del respectivo ítem será 0.0.**

1.1. **(Valor 0.3)** En un movimiento amortiguado libre si $\omega_0^2 - \gamma^2 > 0$ el movimiento es oscilatorio. (V)

SI $\omega^2 = \omega_0^2 - \gamma^2$

$\Rightarrow$ i) $\omega_0^2 = \gamma^2 \rightarrow$ CRITICO

ii) $\omega_0^2 - \gamma^2 < 0 \rightarrow$ SOBREAMORTIGUADO } NO OSCILA

iii) $\omega_0^2 - \gamma^2 > 0$ SUBAMORTIGUADO (OSCILA)

1.2. **(Valor 0.3)** Un movimiento armónico amortiguado libre esta en resonancia en la energía cuando la amplitud de la velocidad es máxima. (F)

LA RESONANCIA EN LA AMPLITUD O ENERGÍA SE ASOCIA CON MAAF.

1.3. **(Valor 0.3)** Un péndulo simple que se ha sacado de su posición de equilibrio un ángulo θ_0 siempre oscila con movimiento armónico simple. (F)

SÓLO OSCILA CON MAS SI $\theta_0 <<$ (PEQUEÑAS OSCILACIONES).

2. **(Valor 1.0)** En un movimiento armónico simple la velocidad inicial y la posición inicial son v_0 y x_0, respectivamente. Demuestre que la posición de la partícula para cualquier tiempo t es

$$x(t) = x_0 \cos \omega t + \frac{v_0}{\omega} \sin \omega t,$$

siendo ω la frecuencia del movimiento.

(1) $x(t) = A\cos(\omega t + \varphi)$

(2) $v(t) = -A\omega \operatorname{sen}(\omega t + \varphi)$

(1') $x_0 = A\cos\varphi$

(2') $v_0 = -A\omega \operatorname{sen}\varphi$

DE (1): $x(t) = \underbrace{A\cos(\omega t)\cos\varphi}_{(1')} - \underbrace{A\operatorname{sen}\varphi \operatorname{sen}(\omega t)}_{(2')}$

$\Rightarrow \boxed{x(t) = x_0 \cos(\omega t) + \frac{v_0}{\omega}\operatorname{sen}(\omega t)}$ Rta.

3. **(Valor 1.0)** Encuentre la ecuación diferencial del movimiento para un péndulo simple de longitud l y masa m, suponiendo que efectúa pequeñas oscilaciones y utilizando criterios energéticos.

$E \equiv$ Energía mecánica total

$E = E_c + E_p$; $v = l\dot{\theta} = l\omega$

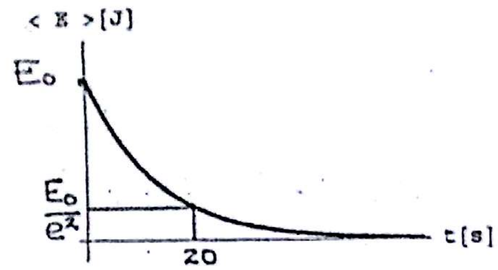
$E = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}ml\theta^2 g \equiv cte$

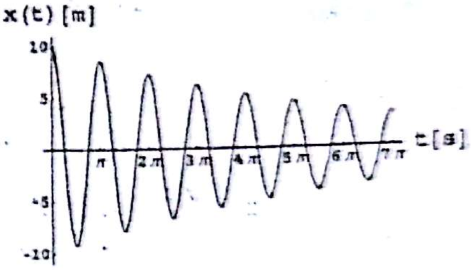
$\frac{dE}{dt} = mv\frac{dv}{dt} + mgl\theta\dot{\theta} = 0$

$l^2\frac{d^2\theta}{dt^2} + g\theta l = 0$

$\boxed{\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{l}\theta = 0}$ Rta.

4. **(Valor 1.0)** El movimiento de una partícula se describe por medio de una gráfica de energía promedio, y posición en función del tiempo de la siguiente forma





Determine la ecuación de movimiento de la partícula.

$\langle E \rangle = E_o e^{-2\gamma t}$

$\frac{E_o}{e^2} = E_o e^{-2\gamma(t=20)}$

$e^{-2} = e^{-40\gamma}$

$\boxed{\gamma = \frac{1}{20}\left[\mathrm{rad}/s\right]}$

ECUACIÓN DE MOVIMIENTO:

$x(t) = Ae^{-\gamma t}\cos(\omega t + \phi)$

$\omega^2 = \omega_0^2 - \gamma^2$

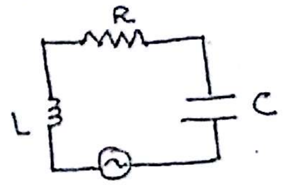
$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{\pi} = 2\left[\mathrm{rad}/s\right]$

$A = 10[m]\ ;\ \phi = 0$

$\Rightarrow \boxed{x(t) = 10e^{-\frac{1}{20}t}\cos(2t)}$ Rta.

5. Para un circuito **RLC** en serie, alimentado por una *fem* de la forma $V = \cos(3A\,t)$ responda las siguientes preguntas:

5.1. **(Valor 0.5)** Encuentre la ecuación diferencial que representa la carga en función del tiempo.



$\sum_i$ VOLTAJES $= 0$

$V_L + V_C + V_R = V$

$L\frac{di}{dt} + \frac{q}{C} + Ri = \cos(3At)$

como $i = \frac{dq}{dt}$

$\Rightarrow \boxed{\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{R}{L}\frac{dq}{dt} + \frac{1}{LC}q = \frac{1}{L}\cos(3At)}$ Rta.

5.2. **(Valor 0.3)** ¿Cuál es el valor de A cuando el circuito entra en resonancia en la energía?

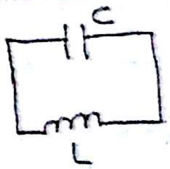
RESONANCIA EN LA ENERGÍA: $\omega = \omega_0$; DONDE $\omega = 3A$

$3A = \omega_0 \Rightarrow \boxed{A = \frac{\omega_0}{3}}$ Rta.

CON $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

5.3. **(Valor 0.3)** Si $V(t) = 0$ para todo $t > 0$ ¿Cuándo la corriente de este circuito describe un movimiento armónico simple?

CUANDO: $R = 0 \Rightarrow$



$V_L + V_C = 0$

$L\frac{di}{dt} + \frac{q}{C} = 0$ (DERIVO)

$\boxed{\frac{d^2i}{dt^2} + \frac{1}{LC}i = 0} \rightarrow$ MAS

180

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER- FACULTAD DE CIENCIAS
ESCUELA DE FÍSICA
PRIMER EXAMEN DE ONDAS Y PARTÍCULAS [illegible]

ESTUDIANTE:______________________________ Código:______________

Profesor:______________________________ Grupo:________ Fecha:__________

Tiempo máximo 2 horas.
Nota: no se permite el empleo de calculadoras.
Constantes que posiblemente necesite: valor de la aceleración de la gravedad: $g \approx 10\ [m/s^2]$.

1. Una masa de 4 kg, unida a un resorte es accionada por una fuerza externa $F(t) = 0.01\cos(2t)$ [N]. Si el rozamiento en el sistema es despreciable y la constante de fuerza del resorte es 20 [N/m], determine para el estado estacionario:

a) El periodo (0.5 puntos)
b) La amplitud del movimiento. (0.5 puntos)

$A = \frac{F_0}{\sqrt{(m\omega_f^2 - k)^2}}$ $\quad T = \frac{2\pi}{\omega_f}$

a) $T = \frac{2\pi}{\omega_f} = \frac{2\pi}{2} = \boxed{\pi\ [s]}$

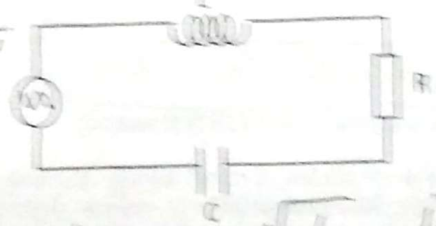
b) $A = \frac{F_0}{\sqrt{(m\omega_f^2 - k)^2}} = \frac{F_0}{|m\omega_f^2 - k|} = \frac{0.01}{|16 - 20|} = \frac{0.01}{4}$

$= \boxed{A = 2.5\ mm}$

2. En un circuito RLC en serie, L= 1 [H], R=1 [Ω], C= 1.00 [μF]. La fuente tiene una amplitud de voltaje de 20 [V] y su frecuencia de oscilación es 2000 [Hz].

a) ¿Cuál es la frecuencia angular de resonancia para la corriente? (0.5 puntos)
b.) El factor de calidad Q del circuito RLC de la figura. (0.5 puntos)

$\omega_f = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ $\quad 1 F = 1\times10^6\ \mu F$



a) $\omega_f = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \sqrt{\frac{1}{LC}} = \boxed{1000\ rad/s}$

b) $Q = \frac{\omega_f L}{2R}\left(1 + \left(\frac{\omega_0}{\omega_f}\right)^2\right)$

$\omega_f = 2\pi f = 4000\pi\ rad/s$

$Q = \frac{(4000\pi)\,1}{2}\left(1 + \left(\frac{1000}{4000\pi}\right)^2\right) = \frac{4000\pi}{2}\left(1 + \left(\frac{1}{4\pi}\right)^2\right)$

$= \boxed{2000\pi\left(1 + \left(\frac{1}{4\pi}\right)^2\right)}$

3. Una masa de 2 [kg], se mueve en el extremo de un resorte con k=20 [N/m], sometido a la acción de una fuerza resistente $F = -4v$ ó $(F = -4\dot{x})$[N]. ¿Qué periodo de oscilación, en segundos, tiene la masa?.

$$\omega_A = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \gamma = \dfrac{b}{2m} = \dfrac{4}{(2)(2)} = 1\ s^{-1} \\ \omega_0 = \sqrt{\dfrac{k}{m}} = \sqrt{\dfrac{20}{2}} = \sqrt{10}\ rad/s \end{array} \right.$$

$$\omega_A = \sqrt{10 - 1}$$

$$\omega_A = 3\ [rad/s]$$

$$\boxed{T = \frac{2\pi}{\omega_A} = \frac{2}{3}\pi\ [s]}$$

4. A un péndulo simple que tiene una longitud de 2 [m] y una masa de 6 [kg]. Se le imprime una velocidad inicial de 2 [m/s] en su posición de equilibrio. Suponga que experimenta un movimiento armónico simple y determine:

a.) El período del péndulo (0.5 puntos)

b.) Energía mecánica total (0.5 puntos)

a.) $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g}} = 2\pi\sqrt{\dfrac{2}{10}} = \pi 2/\sqrt{5}\ [s] = \dfrac{\sqrt{5}(2\pi)}{5}\ [s]$

b.) $E_T = E_K + E_P = \frac{1}{2} m g l \theta_0^2 = \frac{1}{2} m g l \dfrac{v_{MAX}^2}{\omega_0^2 l^2} = \frac{1}{2} m v_{MAX}^2$

$= \frac{1}{2} m l^2 \theta_0^2 \omega_0^2 \cos^2(\omega_0 t + b) = \frac{1}{2} m g l \theta_0^2 \cos^2(\ \cdot\ )$

$E_K = \frac{1}{2} m \dot{x}^2 = \frac{1}{2} m l^2 \dot{\theta}^2 = \frac{1}{2} m l^2 \theta_0^2 \omega_0^2 \cos^2(\omega_0 t + b) = \frac{1}{2} m g l \theta_0^2 \cos^2(\ \cdot\ )$

$E_P = mg(l - l\cos\theta) = mg\dfrac{l\theta^2}{2} = \dfrac{mgl}{2}\theta_0^2 \sin^2(\omega_0 t + b)$

$v_{MAX} = \omega_0 l \theta_0$; $\theta_0 = \dfrac{v_{MAX}}{\omega_0 l}$

$\boxed{E_T = (\tfrac{1}{2})(6)(4) = 12 J}$

5. ¿Qué importancia tiene la fase inicial en el M.A.S? (0.5 puntos)

La fase inicial registra el comienzo de la observación del movimiento. Es decir está relacionado con las condiciones iniciales del problema

6. Defina el M.A.S desde el punto de vista cinemático y dinámico (0.5 puntos)

– Desde el punto de vista cinemático, se trata del mov cuya ~~posición~~ desplazamiento varía con una función armónica (seno, coseno o exponencial armónica)

– Dinámicamente el M.A.S se caracteriza por la presencia de una fuerza restauradora elástica, que se dirige siempre hacia la posición de equilibrio y se opone al desplazamiento [illegible]

Scanned by CamScanner

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE CIENCIAS - ESCUELA DE FÍSICA

NOMBRE: Elkin Mauricio Ollon Reyes	**CODIGO:** 2005322
PROFESOR:	**GRUPO:**

Tiempo del examen: 1 hora, 30 minutos. Puede usar calculadora no programable.

1.0 (Valor: 0.4) ¿En un péndulo físico la frecuencia de oscilación depende de la masa del sistema? Justifique su respuesta.

2.0 (valor: 0.4) ¿El ángulo de fase en todo movimiento armónico, depende únicamente de las condiciones iniciales del problema? Justifique su respuesta.

3.0 (valor: 0.4) ¿En un movimiento armónico simple la amplitud del movimiento y la aceleración pueden simultáneamente ser valores máximos? ¿La velocidad y la aceleración pueden tener valores máximos simultáneamente? Justifique sus respuestas.

4.0 (valor: 0.4) Un reloj de péndulo marca la hora exacta en u lugar donde la gravedad es 9.80 m/s^2. Si el reloj se lleva a otro lugar donde el reloj se adelanta ¿Qué argumento físico puede usted dar para que esto ocurra?

5.0 (valor: 0.4) Calcular el factor calidad para el movimiento armónico simple. ¿Qué clase de fuerza genera el movimiento armónico simple?

Problema 1: (valor: 1.0) Un sistema masa resorte oscila con M.A.S, con amplitud de 5 cm. Cuando el tiempo es cero su posición y velocidad son respectivamente: 2.5 cm y $\frac{25\pi\sqrt{3}}{2}$ cm/s. ¿Cuál es la ecuación para x (t)?

Problema 2: (valor: 1.0) En un sistema masa resorte amortiguado la posición x (t) está dado por: $x(t) = 5.0\, e^{-3t} \cos(4t)\ (cm)$

Calcular: a) Ecuación para v (t). b) Si la masa es igual a 0.25 kg ¿Cuánta energía promedio tendrá el sistema 0.5 s después de que éste empezó a oscilar?

Problema 3: (valor: 1.0) Un circuito RLC en serie, en el cual: R = 12 Ω, L = 8.0 mH, C = 25 μF, Esta conectado a una fuente de corriente alterna E(t) = 120 (V) cos 3000 t . ¿Cuál es la corriente del circuito en función del tiempo? b). Si la fuente entra en resonancia con el circuito ¿Cuál será el nuevo valor de la corriente en función del tiempo?