

Nota 26

Escuela de Física, UIS Física 3-Previo 2 (30 de julio de 2015)

Nombre ..... Código .. Grupo .....

1. A) *Explicar por qué razón se estudian principalmente las ondas armónicas y de qué parámetros del medio depende la velocidad de ondas en cuerdas y en gases, enunciar las expresiones de estas velocidades.* B) *Deducir la ecuación para ondas viajeras. C) Enunciar las expresiones para ondas armónicas que propagan a lo largo del eje x y en la dirección opuesta y explicar por qué razón estas expresiones para estas ondas son tales como usted determine.*

(A) Las ondas armónicas se estudian principalmente por la razón de que las ondas armónicas son las que se adaptan a los comportamientos que tienen los fenómenos que ocurren en la naturaleza, las ondas armónicas también se pueden expresar como la suma de ondas armónicas (Teorema de Fourier), la velocidad de la onda depende del coeficiente elástico y del inercial del medio.  $v = \sqrt{\frac{\text{propiedad elástica}}{\text{inercia del medio}}}.$

(B)  $y(x,t) = A \cos(kx - wt)$   
 $\frac{\partial y}{\partial t} = -Aw \sin(kx - wt) \rightarrow v_y(x,t) = Aw \sin(kx - wt) \rightarrow$  velocidad

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = Aw^2 \cos(kx - wt) \rightarrow \ddot{y}(x,t) = Aw^2 \cos(kx - wt) \rightarrow \text{aceleración}$$

que son estos valores?

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = -Ak^2 \cos(kx - wt) \rightarrow \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2}$$

(C)  $y(x,t) = A \cos(kx - wt)$  en dirección  $(+x)$ .

Si tenemos la dirección  $(-x)$ , sustituimos  $t$  por  $(t + \frac{x}{v})$  en la ecuación  
 $y(x,t) = A \cos(2\pi f(t + \frac{x}{v}))$   
 $= y(x,t) = A \cos[2\pi f(\frac{x}{c} + \frac{t}{f})]$

la dirección de propagación de onda se determina por la dirección de su velocidad:  $v = +\frac{dx}{dt}$  o  $v = -\frac{dt}{dx}$ .

2. A) *Explicar que son modos normales y que modos se puede observar en un tubo abierto en un extremo y dibujar esquemas para primeros 3 modos normales.* B) *Deducir la expresión para rapidez con la cual la onda  $y = A \cos(kx - wt + \phi)$  transporta su energía por una cuerda (la potencia de onda).* C) *Explicar por qué razón si la ecuación de onda en términos de elementos de gas es  $I = I_0 \sin(wt - kx)$ , la ecuación de onda en términos de la presión es  $p = p_0 \cos(wt - kx)$ .*

(A) Los modos normales son un movimiento en el que todos los partículas del sistema se mueven sinusoidalmente con igual frecuencia. Esto es la onda armónica.



(B)  $y = A \cos(kx - wt + \phi)$   
 $P = \frac{E}{T} = \frac{1}{2} MA w^2 A^2$  el 2do modo.

$$P = \frac{1}{2} MA^2 w^2 \frac{A}{T}$$

$$P = \frac{1}{2} A^2 w^2 \sqrt{F \mu} \text{ N m}^{-1}$$

Para el tubo abierto al ambos extremos el primer modo corresponde a

$$\lambda = \frac{L}{2}$$

$$L = \lambda/2$$

$$\rightarrow$$

Las dos ondas  $y = A \sin(\omega t - kx)$  y  $y = A_T \cos(\omega t - kx)$  relacionan los medios que perturban las ondas en los gases.

- 3 A) Considera una cuerda tensada que consiste de dos partes unidas, una de densidad lineal  $\mu_1$  y otra de  $\mu_2$ ,  $\mu_2 < \mu_1$ . Una onda armónica  $y = A \sin(\omega t - kx)$  que propaga por la primera cuerda (señalada como 1) incide a la frontera con la segunda cuerda (de  $\mu_2$ ). Mostrar cómo se deducen estas ecuaciones. B) Explicar en qué condiciones se forman grupos de ondas (en un ejemplo de dos ondas) y enunciar los parámetros caracterizan de estas ondas. C) Explicar cómo se encuentra la velocidad de grupo y su sentido físico. Podemos o no afirmar que el grupo de ondas también posee la velocidad de fase. Explicar su respuesta.

A)

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \rightarrow \text{Entre mayor sea } \mu \text{ menor será la velocidad}$$

$y_1(x,t) = A \sin(kx - vt)$

$y_2(x,t) = A_T \cos(kx + vt)$

Reflejadas:

$\frac{\partial y}{\partial t} = \text{Velocidad}$

$\frac{\partial y}{\partial t} = \text{Velocidad}$

$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \text{Aceleración}$

$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \text{Aceleración}$

$y_1(x,t) = A \sin(kx - vt)$

$y_2(x,t) = A_T \cos(kx + vt)$

$v = \frac{\partial y}{\partial t} = A \omega \cos(kx - vt)$

$a = \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = A \omega^2 \sin(kx - vt)$

- B) Estas ondas se forman cuando 2 ondas poseen ecuaciones diferentes y se superponen, la onda resultante obtiene la forma  $y_T(\text{transmitido}(x,t)) = y_1(x,t) + y_2(x,t)$ , por el principio de superposición de las ondas

¿que quiere decir con este frase?



- C)  $v = \frac{\partial \omega}{\partial k} \rightarrow$  Esta es la velocidad con la que el grupo de ondas se

mueve

se proporciona la velocidad angular en función de  $k$ .

- 4 A) Explicar en qué unidades se mide la intensidad de sonido y por qué razón fue introducida esta unidad.  
B) Considera un sonido de una intensidad de 20 dB. Encuentra la intensidad de este sonido en  $\text{W/m}^2$ .  
C) Explicar qué sucede con la potencia del sonido si aumentamos su frecuencia conservando otros parámetros.

- A) La intensidad de sonido se mide en  $\text{W/m}^2$   
La intensidad del sonido es igual a la rapidez media, con que la onda transporta energía por unidad de área, es decir  $\text{W/m}^2$   
El nivel de intensidad se mide en desibelos, pero es diferente a la intensidad de sonido.

- B)  $I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$  (es la intensidad que podemos escuchar).

$$10 \text{ dB} = I \text{ expresado en } \text{W/m}^2 ?$$

$$B = 10 \log \left( \frac{I}{I_0} \right)$$

$$20 = 10 \log \left( \frac{I}{I_0} \right)$$

$$\frac{20}{10} = \log \left( \frac{I}{10^{-12}} \right) \rightarrow Despejamos I \rightarrow I = 10^{10} \text{ W/m}^2$$

Si decibels son diferentes  
Al la intensidad se mide  
la intensidad en decibels)

c) Potencia de sonido:

$$P = \frac{1}{2} \rho A^2 w^2 V$$

$$P = \frac{1}{2} \rho A^2 (2\pi f)^2 V \rightarrow P = \frac{1}{2} \rho A^2 4\pi^2 f^2 V$$

Relacionamos F con F (frecuencia):

$P \propto F^2 \rightarrow$  Son variables directamente proporcionales, es decir, si aumentamos la Frecuencia, la Potencia también aumentará.

5. Considere una onda sinusoidal que propaga por una cuerda. Encontrar el desplazamiento de un punto de cuerda que se encuentra a una distancia  $5\lambda/8$  de la fuente de onda en el momento del tiempo  $2,4T$  ( $T$ -periodo de la onda) si la amplitud de oscilaciones producidas por la fuente es 20 cm.

4,0

Distancia =  $\frac{5\lambda}{8}$

$$y = A \cos(kx - wt)$$

$$y = 20 \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} x - \frac{2\pi}{T} (2,4T)\right)$$

$$= 20 \cos\left(\frac{16T}{5\lambda} x - 4,8\pi\right)$$

6. Deducir la expresión para la frecuencia detectada por un observador si la fuente de oscilaciones de una frecuencia  $f$  se aleja del observador con una velocidad  $v$ .

4,0

Efecto Doppler.

$$f_0 = ?$$



$$f_0 = f_f \frac{v_s - v_o}{v_s + v_f}$$

$$\rightarrow f_0 = f_f \frac{\text{Velocidad} + v_o}{\text{Velocidad del sonido} + v}$$

Expresión de:

Frecuencia detectada por un observador cuando la Fuente se aleja del observador.

$$f_0 = \frac{f v_s}{v_s + v}$$

# Note 4,2

Escuela de Física, UIS Física 3-Previo 2 (3 de diciembre de 2014)

Nombre.....

Código.....

Grupo J50

- A) Explicar por qué razón se estudian principalmente las ondas armónicas y de qué parámetros del medio depende la velocidad de ondas. B) Deducir la ecuación para ondas viajeras. C) Enunciar las expresiones para ondas armónicas que propagan a lo largo del eje x y en la dirección opuesta y explicar la diferencia entre estas expresiones.

A) Las ondas armónicas se estudian principalmente porque son un buen modelo para problemas de ondas en la vida real y para analizar las respuestas del medio que fue perturbado; la velocidad de la onda depende del parámetro eléctrico y el masa del medio  $v = \sqrt{\frac{\text{Parámetro eléctrico}}{\text{masa}}}$

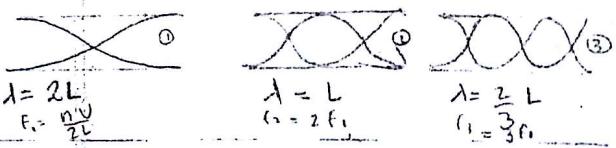
B) El movimiento de una partícula en el eje x ( $y = f(x,t)$ ) en  $t=0$ , la ecuación es  $y = f(x,0)$  pero si cambia el tiempo, la ecuación es  $y = f(x+vt)$  ya que  $y = f(x,t)$   
o como si el medio no se propaga sino que se propaga y me genera un pulso y donde la ecuación de onda es  $\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0$

C) Puedo unir onda que se propaga en x su crecimiento es dado por  $y = f(x+vt)$  y en dirección contraria  $-x$  es dado por  $f(x-vt)$   
y la diferencia de sus expresiones es que cuando el desplazamiento crece en dirección contraria x su signo es positivo

esto tiene que mostrar y explicar.

- 2.A) Explicar que son modos normales y que modos se observan en un tubo abierto en ambos extremos y dibujar esquemas para primeros 3 modos normales. B) Deducir la expresión para rapidez con la cual la onda  $y = A \cos(kx - wt + \phi)$  transporta su energía por una cuerda (la potencia de onda). C) Explicar por qué razón si la ecuación de onda en términos de elementos de gas es  $l = l_0 \sin(wt - kx)$  la ecuación de onda en términos de la presión es  $p = p_0 \cos(wt - kx)$ .

A) Modos normales o cuando una onda colisiona contra unión en una región limitada y onto me genera nodos de desplazamiento y antinudos de posición los cuales están dentro de la región y su distancia fija.  
Los frontes deben cumplir con los parámetros de la onda



$$B) y = A \cos(kx - wt + \phi) \quad \text{para } n=2$$

$$P = \frac{E}{T} \quad [E = \frac{1}{2} M A^2 w^2 \lambda]$$

$$P = \frac{1}{2} M A^2 w^2 \frac{\lambda}{T} \Rightarrow P = \frac{1}{2} M A^2 w^2 V$$

$$P = \frac{1}{2} A^2 w^2 \sqrt{FM}$$

$$C) l = l_0 \sin(wt - kx) \quad y \quad P = P_0 \cos(wt - kx)$$

Estas dos expresiones me relacionan los modos que son perturbados por las ondas en los gases como lo son el desplazamiento y la presión, por onda se puede escribir así las dos ecuaciones y están relacionadas por que tienen que ser el mismo

3.8) Considere una cuerda tensada que consiste de dos partes unidas, una de densidad lineal  $\mu_1$  y otra de  $\mu_2$ ,  $\mu_2 < \mu_1$ . Una onda armónica  $y = A \sin(kx - \omega t)$  que propaga por la primera cuerda (señalada como 1) incide a la frontera con la segunda cuerda (de  $\mu_2$ ). Mostrar las ecuaciones para las ondas reflejada y transmitida y explicar cómo se deducen estas ecuaciones. B) Explicar en qué condiciones se forman grupos de ondas (en el ejemplo de dos ondas) y qué parámetros caracterizan estas ondas. C) Explicar cómo se encuentra la velocidad de grupo de ondas y su sentido físico.

A)  $y_1 = A \sin(k_1 x - \omega t)$

$$y_{r1} = A_1 \sin(k_1 x + \omega t); y_{t1} = A_2 \sin(k_2 x - \omega t)$$

llega un pulso que va de un medio 1 a un medio 2 y  $v_1 > v_2$   
 cuando  $v_1 > v_2$  la onda reflejada no se invierte porque el pulso al encontrarse con un medio móvil me genera un movimiento hacia la amplitud de mi pulso y por estar aplazado una tensión me ocurriría que vuelve hacia abajo y produciéndome una onda reflejada en sentido contrario a la incidente pero con menor amplitud, y por el mismo momento me genera otro orden transmitido que también tiene amplitud menor a la incidente y combiniéndome su número de onda. Los órdenes están relacionados por

$$k = \frac{\Delta k}{\Delta x}, T = \frac{\Delta t}{\Delta x} \text{ para tener sus amplitudes y sus fases finas}$$

B) Se forman cuando dos ondas de frecuencia y parámetros diferentes hacen interferencia y la onda resultante varía en amplitud a lo largo del espacio.

4.5) ¿Cuál es la velocidad de grupo de la fórmula?

C)  $V = \frac{dk}{dt}$  es una velocidad con la que se mueven el grupo de ondas, se encuentra por el ratio de frecuencia angular por el número de onda.

4.6) A) Explicar en qué unidades se mide la intensidad de sonido y por qué razón fue introducida esta unidad.

B) Considera un sonido de una intensidad de 80 dB. Encontrar la intensidad de este sonido en  $\text{W/m}^2$ . C) Explicar qué sucede con la potencia del sonido si aumentamos su frecuencia conservando otros parámetros.

A) La intensidad de sonido se miden en decibelos y se introdujo ya que la tabla de frecuencias perceptibles para el humano es muy amplia, y se ve en la necesidad de poner estos valores a uno en escala logarítmica.

$$B = 10 \log \left( \frac{I}{I_0} \right) \quad I_0 = 1 \cdot 10^{-12} \text{ W/m}^2$$

Intensidad que podemos percibir intensidad en los oídos no tiene problemas auditivos en los oídos

Echándose en el rango de  $0 \text{ dB} - 120 \text{ dB}$

$$\frac{I}{I_0} = 10^B$$

no por esta rango fino por el amplio rango de intensidades audibles

$$a) B = 10 \log \left( \frac{I}{I_0} \right)$$

$$B_d = \log \left( \frac{1}{10^{-12}} \right)$$

$$\boxed{I = 1 \cdot 10^{-4} \text{ [W/m}^2\text{]}}$$

c) Potencia del sonido

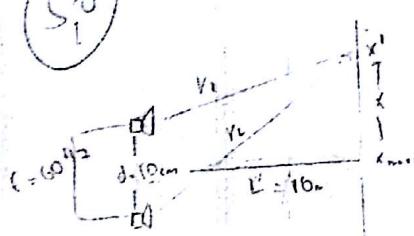
$$P = \frac{1}{2} \rho A^2 v^2 V \quad v = 2 \pi f$$

La potencia está relacionada con la frecuencia

$\boxed{P \propto f^2}$  al aumentar la frecuencia la potencia crece cuadráticamente.

5. Dos altavoces que se encuentran en el eje  $x$  a una distancia  $d = 10 \text{ cm}$  uno de otro. Estos altavoces producen el mismo sonido de una frecuencia de  $60 \text{ Hz}$  (generado por el mismo generador armónico). La distancia entre el eje  $x$  y otro eje  $x'$  que es paralelo al eje  $x$  es  $10 \text{ m}$ . Encontrar el punto en el eje  $x'$  donde no se escucha este sonido. Tomar la velocidad de sonido igual a  $320 \text{ m/s}$ .

(50)



$$r_1, r_2 \gg d$$

$$r_1 + r_2 \approx 2L$$

$$20 \text{ m}$$

$$\Delta r = r_2 - r_1 = \frac{d}{2} \rightarrow \text{Ruido nulo} \quad r_1 = 0,1 \text{ m} \quad r_2 = 10 \text{ m} \quad \text{no se escucha } f=0$$

$$r_1^2 = L^2 + (x - 0,1)^2$$

$$r_2^2 = L^2 + (x + 0,1)^2$$

$$r_2^2 - r_1^2 = L^2 + x^2 + \frac{x}{5} + 0,01 - L^2 - x^2 - \frac{x}{5} - 0,01$$

$$r_2^2 - r_1^2 = -\frac{2x}{5}$$

$$(r_2 - r_1)(r_2 + r_1) = \frac{2}{5}x$$

$$\frac{1}{2} \cdot 20 \text{ m} = \frac{2}{5}x \quad 100 \text{ m} = \frac{2}{5}x \quad 100 \text{ m} = 2x \quad x = 50 \text{ m}$$

$$\boxed{x = 25 \lambda \text{ m}}$$

$$f = \frac{v}{\lambda} \quad (\lambda = \frac{v}{f} \quad \lambda = \frac{16}{3}) \quad x = \frac{310}{60} \quad \boxed{x = \frac{400}{3} \text{ m}}$$

(50)

6. Mostrar si la función  $y(x, t) = \frac{13}{((2x+t)^3 - 5)}$  representa una onda o no.

$$\frac{\partial y}{\partial x} = \frac{-6(2x+t)^2}{((2x+t)^3 - 5)^2}$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{24(2x+t)((2x+t)^3 - 5)^2 - (13((2x+t)^3 - 5)(2x+t)^2)(-6(2x+t)^2)}{((2x+t)^3 - 5)^4}$$

$$= \frac{((2x+t)^3 - 5)(-24(2x+t)((2x+t)^3 - 5) - (-72(2x+t)^4))}{((2x+t)^3 - 5)^4}$$

$$\frac{\partial y}{\partial t} = \frac{-3(2x+t)^2}{((2x+t)^3 - 5)^2}$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \frac{-6(2x+t)((2x+t)^3 - 5)^2 - (-18(2x+t)^3 - 5)(2x+t)^4}{((2x+t)^3 - 5)^4}$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x \partial t} = \frac{((2x+t)^3 - 5)(-6(2x+t)((2x+t)^3 - 5) - (-18(2x+t)^4))}{((2x+t)^3 - 5)^4}$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{(-24(2x+t)((2x+t)-5)) + 72(2x+t)^4}{((2x+t)-5)^3}$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \frac{(-6(2x+t)((2x+t)-5)) + 144(2x+t)^4}{((2x+t)-5)^3}$$

$$\left[ \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 4 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right]$$

$$V^2 = 4 \text{ m/s}$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \frac{1}{V^2} \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$$



UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER - ESCUELA DE FÍSICA  
SEGUNDO EXAMEN PARCIAL, FÍSICA III, PRIMER SEMESTRE 2009  
LUNES 3 DE AGOSTO - TIEMPO: 1.5 HORAS

NOTA:

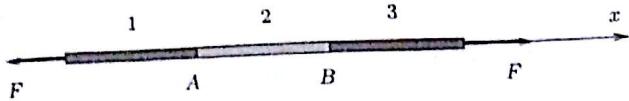
NOMBRE:

GRUPO:

CÓDIGO:

1. (valor 1) Dos ondas cuyas funciones están dadas por  $y_1(x, t) = A \sin(\omega t - kx)$  y  $y_2(x, t) = A \sin(\omega t + kx)$ ; donde  $A = 6\text{ m}$ ,  $\omega = 1500\text{ Hz}$  y  $k = 250\text{ m}^{-1}$ ; se superponen para producir ondas estacionarias en una cuerda fija en un solo extremo. Calcular: a) La longitud de onda y la velocidad de fase para las ondas viajeras. b) La ecuación de onda estacionaria resultante. c) Si la longitud de la cuerda es  $L = 50\text{ m}$ , calcule la posición del nodo para el segundo armónico.
  
2. (Valor 1) Una cuerda de  $20\text{ m}$  de longitud, tiene una masa de  $0,06\text{ Kg}$  y está sometida a una tensión de  $50\text{ N}$ . A lo largo de la cuerda se propaga una onda de frecuencia  $200\text{ Hz}$  y amplitud  $1\text{ cm}$ . a) ¿Cuál es la energía total de las ondas en la cuerda? b) ¿Cuál es la potencia transmitida que pasa por un punto determinado de la cuerda?

3. (Valor 1,5) Los cables 1, 2 y 3 están unidos en los puntos  $A$  y  $B$ , según se indica en la figura. Los tres cables están sometidos a la misma tensión  $F$ . Suponiendo dimensiones transversales despreciables, sus respectivas densidades lineales  $\mu_1$ ,  $\mu_2$  y  $\mu_3$  están relacionadas de la siguiente forma,  $\mu_1 = \mu_3 = 4\mu$  y  $\mu_2 = \mu$ . Una onda transversal  $y_1(x, t) = A \cos(\omega t - kx)$  incide en el cable 1 y se propaga por el mismo. Hallar las funciones de ondas reflejadas y transmitidas: a) En el punto  $A$ . b) En el punto  $B$ .



4. (Valor 1,5) Un agente de tránsito en reposo desea medir la rapidez de un vehículo que se aleja de él. Para esto emite un sonido de frecuencia  $f = 4\text{ kHz}$ , hacia el vehículo. El agente escucha su propio sonido más el sonido reflejado por el vehículo, percibiendo 20 pulsaciones en un segundo. Tomando  $v = 340\text{ m/s}$  como la velocidad del sonido en el aire. ¿Con qué rapidez se mueve el vehículo?

$$\sin(A \pm B) = \sin A \cos B \pm \cos A \sin B, \quad \cos(A \pm B) = \cos A \cos B \mp \sin A \sin B,$$

$$R = \frac{\sqrt{\mu_1} - \sqrt{\mu_2}}{\sqrt{\mu_1} + \sqrt{\mu_2}}, \quad T = \frac{2\sqrt{\mu_1}}{\sqrt{\mu_1} + \sqrt{\mu_2}}, \quad v_g = \frac{|\omega_1 - \omega_2|}{|k_1 - k_2|}, \quad L_{pulso} = \frac{2\pi}{|k_1 - k_2|}.$$



UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER - ESCUELA DE FÍSICA  
SUPLETORIO, FÍSICA III, PRIMER SEMESTRE 2009  
VIERNES 13 DE AGOSTO - TIEMPO: 1.5 HORAS

NOTA:

NOMBRE:

GRUPO:

CÓDIGO:

1. (valor 1) La velocidad de propagación de na onda es de  $330 \text{ m/s}$ , y su frecuencia es de  $1000 \text{ Hz}$ . Calcule:

- La diferencia de fase para dos posiciones de de una misma partícula que se presentan en intervalos de tiempo separados  $5 \times 10^{-4} \text{ s}$ .
- La diferencia de fase en un determinado instante entre dos partículas que distan etre sí  $2,75 \text{ cm}$ .
- La distancia que extiste entre dos partículas que se encuentran desfasadas  $120^\circ$ .

2. (Valor 1) Una banda (o grupo) de rock da lugar a un promedio de nivel de sonido de  $105 \text{ dB}$  a una distancia de  $20 \text{ m}$  desde el centro de la banda. Como una aroximación, suponga que la banda irradia sonido por igual en un hemisferio. ¿Cuál es la potencia acústica de salida de la banda?

3. (**Valor 1,5**) Algunas de las teclas bajas de piano tienen dos cuerdas idénticas. En una tecla particular una de las cuerdas se ajusta correctamente a 100 Hz. Cuando las dos cuerdas están sonando juntas, se escucha un batido o pulsación por segundo. ¿En qué porcentaje debe un afinador de pianos cambiar la tensión de la cuerda desafinada para hacer que se acople perfectamente? (La pulsación es entre los tonos fundamentales.)
4. (**Valor 1,5**) Demuestre que cuando comprimimos una columna de gas, con densidad inicial  $\rho_0$ , se satisface la siguiente expresión  $\Delta p = \pm \rho_0 v \omega (S_o^2 - S^2)^{1/2}$ , donde  $\Delta p$  es la diferencia de presiones  $p(x, t) - p_0$  y  $S = S(x, t)$  es la deformación de la columna de gas y  $p_0$  la presión inicial.



UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER - ESCUELA DE FÍSICA  
SEGUNDO EXAMEN PARCIAL, FÍSICA III, SEGUNDO SEMESTRE 2010  
JUEVES 16 DE DICIEMBRE - TIEMPO: 1,5 HORAS

NOTA:

NOMBRE:

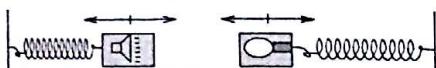
GRUPO:

CÓDIGO:

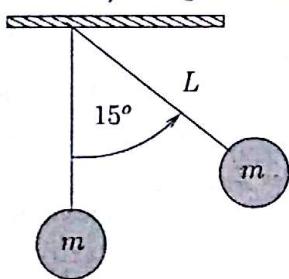
1. (valor 1) Deduzca la ecuación de onda para una cuerda sometida a pequeñas perturbaciones y muestre que la velocidad de propagación de las ondas viene dada por  $v = \sqrt{T/\mu}$ , donde  $T$  es la tensión en la cuerda y  $\mu$  su densidad lineal de masa.

2. (Valor 1) Se tiene un fenómeno de pulsaciones dando como resultado una onda  $y(x, t) = 2A \cos(2\pi x - 4\pi t) \cos(14\pi x - 40\pi t)$ . Encuentre: a) Las dos ondas que se superponen. b) Cuántas pulsaciones se tienen en 4[s].

3. (Valor 1,5) Un parlante (que emite un sonido de frecuencia  $f$ ) está montado sobre un oscilador armónico y un micrófono que registra tal sonido está montado sobre otro oscilador armónico. Si los osciladores oscilan con amplitudes  $A_1$  y  $A_2$ ; frecuencias  $f_1$  y  $f_2$  y fases  $\phi_1$  y  $\phi_2$  respectivamente, encuentre una expresión para la frecuencia que percibe el micrófono en función del tiempo.



4. (Valor 1,5) Un péndulo, de longitud  $L$  y masa  $m$ , se libera desde un ángulo de  $15^\circ$  y luego de algún tiempo pasa por su posición de equilibrio. Calcule: a) El primer modo para la posición inicial, si se dan ondas en la cuerda. b) El segundo modo en el instante que pasa por la posición de equilibrio.

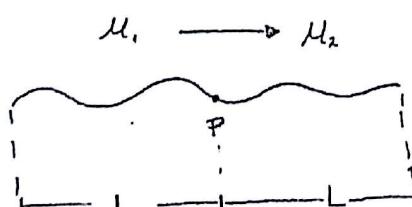




NOTA:

NOMBRE:	CÓDIGO:	PROFESOR: Fdo. Duran
---------	---------	----------------------

1. (valor 1) Una cuerda en un punto  $P$  cambia su densidad lineal de masa desde un valor  $\mu_1$  a otro valor  $\mu_2$ . Demuestre que en  $P$ , los coeficientes de reflexión y transmisión vienen dados por  $R = \frac{\sqrt{\mu_1} - \sqrt{\mu_2}}{\sqrt{\mu_1} + \sqrt{\mu_2}}$  y  $T = \frac{2\sqrt{\mu_1}}{\sqrt{\mu_1} + \sqrt{\mu_2}}$  respectivamente.



$$\frac{\partial}{\partial x} (\gamma_1 + \gamma_2) = \frac{\partial}{\partial x} \gamma_T$$

$$\gamma_{0I} + \gamma_{0R} = \gamma_{0T}$$

$$\gamma_{0I} - \gamma_{0T} = \frac{k_2}{k_1} \gamma_{0T}$$

$$R = \frac{\sqrt{\mu_1} - \sqrt{\mu_2}}{\sqrt{\mu_1} + \sqrt{\mu_2}} \rightarrow T = \frac{2\sqrt{\mu_1}}{\sqrt{\mu_1} + \sqrt{\mu_2}}$$

$$\left| \begin{array}{l} \frac{\sqrt{\mu_1} - \sqrt{\mu_2}}{\sqrt{\mu_1} + \sqrt{\mu_2}} = \frac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2} \\ R = \frac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2} \\ \frac{\sqrt{\mu_1} - \sqrt{\mu_2}}{\sqrt{\mu_1} + \sqrt{\mu_2}} = \frac{2k_1}{k_1 + k_2} \\ \rightarrow T = \frac{2k_1}{k_1 + k_2} \end{array} \right. \quad \left| \begin{array}{l} \sqrt{\mu_1} = \frac{\omega}{k_1} \\ \sqrt{\mu_2} = \frac{\omega}{k_2} \\ R = \frac{\sqrt{\mu_1} - \sqrt{\mu_2}}{\sqrt{\mu_1} + \sqrt{\mu_2}} \quad T = \frac{2\sqrt{\mu_1}}{\sqrt{\mu_1} + \sqrt{\mu_2}} \\ \rightarrow \sqrt{\mu_1} = \sqrt{\mu_2} \\ \sqrt{\mu_1} = \sqrt{\mu_2} \end{array} \right. \quad \text{y listo.}$$

2. (Valor 1) Se superponen dos sonidos, cuyas ondas están dadas por  $\xi_1(x, t) = A_1 \cos(k_1 x - \omega_1 t + \phi_1)$  y  $\xi_2(x, t) = A_2 \cos(k_2 x - \omega_2 t + \phi_2)$ , dando lugar a un fenómeno de pulsaciones. Encuentre las velocidades de fase y de grupo. ¿Pueden estas velocidades llegar a ser iguales?  $E(x, t) = A \sin(kx - \omega t)$

$$\xi_1(x, t) = A_1 \cos(k_1 x - \omega_1 t + \phi_1)$$

$$\xi_2(x, t) = A_2 \cos(k_2 x - \omega_2 t + \phi_2)$$

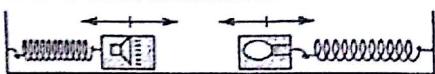
$$v_0 = 0 - ?$$

$$v_1^2 v_2 = ?$$

$$\rightarrow \frac{\partial \xi_1(x, t)}{\partial t} = A_1 \omega_1 \sin(k_1 x - \omega_1 t + \phi_1)$$

$$\rightarrow \frac{\partial \xi_2(x, t)}{\partial t} = A_2 \omega_2 \sin(k_2 x - \omega_2 t + \phi_2)$$

3. (Valor 1.5) Se tiene un parlante montado sobre un oscilador armónico, dado por  $x_1(t) = A_1 \cos(\omega_1 t - \phi_1)$ , y un micrófono montado sobre otro oscilador armónico, dado por  $x_2(t) = A_2 \cos(\omega_2 t - \phi_2)$ . Encuentre las expresiones para las frecuencias máxima y mínima que percibe el micrófono; explique bajo qué condiciones se dan estas situaciones.



$$v = \sqrt{\frac{k}{\mu}} l$$

$$E_T = E_P + E_E$$



4. (Valor 1.5) Las ondas estacionarias se dan como el resultado de la superposición de dos ondas viajeras. Pruebe que una condición necesaria es que éstas deben ser de igual frecuencia.

$$\frac{dy}{dx} = \frac{df}{dz}, \quad \frac{dz}{df} = \frac{dz}{df}$$

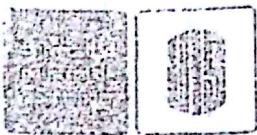
Oí 2

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{d}{dx} \left( \frac{df}{dz} \right) = \frac{d^2f}{dz^2}$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} = \frac{d^2f}{dz^2} (\pm v)^2$$

$$\rightarrow \frac{d^2y}{dt^2} = v^2 \frac{d^2f}{dz^2} \quad \text{E.D de una onda}$$

v → s.a.k



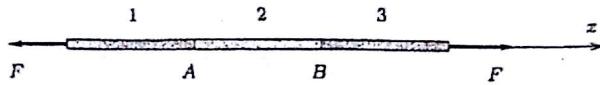
UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER - ESCUELA DE FÍSICA  
SEGUNDO EXAMEN PARCIAL, FÍSICA III, PRIMER SEMESTRE 2009  
LUNES 3 DE AGOSTO - TIEMPO: 1.5 HORAS

NOTA:

NOMBRE:	GRUPO:	CÓDIGO:
---------	--------	---------

1. (valor 1) Dos ondas cuyas funciones están dadas por  $y_1(x, t) = A \sin(\omega t - kx)$  y  $y_2(x, t) = A \sin(\omega t + kx)$  respectivamente, donde  $A = 6 [m]$ ,  $\omega = 1500 [Hz]$  y  $k = 250 [m^{-1}]$ , se superponen para producir ondas estacionarias en una cuerda fija en un solo extremo. Calcular: a) la longitud de onda y la velocidad de fase para las ondas viajeras. b) la ecuación de onda estacionaria resultante. c) Si la longitud de la cuerda es  $L = 50 [m]$ , calcule la posición del nodo para el segundo armónico.
  
2. (Valor 1) Una cuerda de  $20 [m]$  de longitud, tiene una masa de  $0,06 [Kg]$  y está sometida a una tensión de  $50 [N]$ . A lo largo de la cuerda se propaga una onda de frecuencia  $200 Hz$  y amplitud  $1 [cm]$  a) ¿Cuál es la energía total de las ondas en la cuerda? B) ¿Cuál es la potencia transmitida que pasa por un punto determinado de la cuerda?

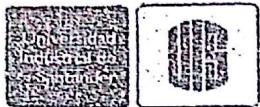
3. (Valor 1.5) Los cables 1, 2 y 3 están unidos en los puntos  $A$  y  $B$ , según se indica en la figura. Los tres cables están sometidos a la misma tensión  $F$ . Suponiendo dimensiones transversales despreciables, sus respectivas densidades lineales  $\mu_1$ ,  $\mu_2$  y  $\mu_3$  están relacionadas de la siguiente forma,  $\mu_1 = \mu_3 = 4\mu$  y  $\mu_2 = \mu$ . Una onda transversal  $y_1(x, t) = A \cos(\omega t - kx)$  incide en el cable 1 y se propaga por el mismo. Hallar las funciones de ondas reflejadas y transmitidas: a) En el punto  $A$ . b) En el punto  $B$ .



4. (Valor 1.5) Un agente de tránsito en reposo desea medir la rapidez de un vehículo que se aleja de él. Para esto emite un sonido, de frecuencia  $f = 4 [kHz]$ , hacia el vehículo. El agente escucha su propio sonido más el sonido reflejado por el vehículo, percibiendo 20 pulsaciones en un segundo. Tomando  $v = 340 [m/s]$  como la velocidad del sonido en el aire. ¿Con qué rapidez se mueve el vehículo?

$$\sin(A \pm B) = \sin A \cos B \pm \cos A \sin B, \quad \cos(A \pm B) = \cos A \cos B \mp \sin A \sin B,$$

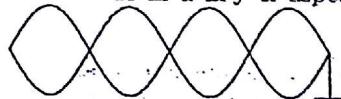
$$R = \frac{\sqrt{\mu_1} - \sqrt{\mu_2}}{\sqrt{\mu_1} + \sqrt{\mu_2}}, \quad T = \frac{2\sqrt{\mu_1}}{\sqrt{\mu_1} + \sqrt{\mu_2}}, \quad v_g = \frac{|\omega_1 - \omega_2|}{|k_1 - k_2|}, \quad L_{pulsos} = \frac{2\pi}{|k_1 - k_2|}.$$



UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER,  
ESCUELA DE FÍSICA, FACULTAD DE CIENCIAS,  
SEGUNDO PREVIO DE FÍSICA III, TIEMPO: 1 HORA 40 MIN  
FECHA: 5 DE DICIEMBRE, II SEMESTRE DEL 2008

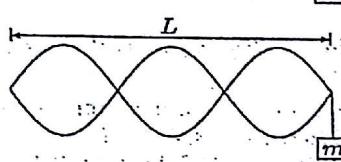
NOMBRE:	SOLUCIÓN	CÓDIGO:
PROFESOR:		GRUPO:

1. (Valor 1) una cuerda se hace vibrar con una frecuencia  $f = 50 \text{ Hz}$  como muestra la figura. Se modifica la masa de  $m$  a  $m'$  y el aspecto de la vibración cambia. Calcule la relación  $m'/m$  si  $f$  permanece constante.



$$f = f'$$

$$\lambda = \frac{l}{2}$$



$$\left(\frac{v'}{v}\right)^2 = \frac{T'}{T}$$

$$\frac{\lambda'}{\lambda} = \frac{m'}{m} \Rightarrow \frac{(2l/3)^2}{(l/2)^2} = \frac{m'}{m}$$

$$l = \frac{3\lambda'}{2} \Rightarrow \lambda' = \frac{2l}{3}$$

$$l = \frac{4\lambda}{2} \Rightarrow \lambda = l/2$$

$$v = \lambda f$$

$$v' = \lambda' f'$$

$$\Rightarrow \frac{m'}{m} = \frac{16}{9}$$

2. (Valor 1.5) Demuestre que cuando comprimimos una columna de gas de densidad inicial  $\rho_0$ , se satisface la siguiente expresión

$$\Delta p = \pm \rho_0 v \omega (S_0^2 - S^2)^{\frac{1}{2}},$$

siendo  $\Delta p$  la diferencia de presiones  $p(x, t) - p_0$ ,  $S = S(x, t)$  la deformación de la columna de gas, y  $p_0$  la presión inicial.

$$\Delta p = - B \frac{\partial S}{\partial x}; \quad S(x, t) = S_0 \cos(kx - \omega t)$$

$$\Delta p = + B S_0 k \sin(kx - \omega t); \quad B = v^2 \rho_0; \quad \omega = v k$$

$$\Delta p = \pm v \rho_0 v k S_0 \sqrt{1 - \cos^2(kx - \omega t)}$$

$$\Delta p = \pm v \rho_0 \omega \sqrt{S_0^2 - S^2 \cos^2(kx - \omega t)}$$

$$\Rightarrow \boxed{\Delta p = \pm v \rho_0 \omega \sqrt{S_0^2 - S^2}}$$

3. (Valor 1) Dos sonidos se diferencian entre sí por que el nivel de intensidad sonoro de uno respecto al otro es de 1[dB]. Halle la relación que existe entre las amplitudes de las ondas de presión de los dos sonidos.

$$B_2 - B_1 = 1 = 10 \log \left( \frac{I_2}{I_1} \right) \quad \langle I \rangle = \frac{P_0^2}{2\pi f c}$$

$$B_2 - B_1 = 20 \log \left( \frac{P_{02}}{P_{01}} \right) = 1 \Rightarrow \boxed{\frac{P_{02}}{P_{01}} = 10^{1/20}}$$

$P_0$  ≡ AMPLITUD DE LA ONDA DE PRESIÓN.

$v$  ≡ VELOCIDAD DE PROPAGACIÓN.

4. Preguntas de selección multiple (Valor 1.5)

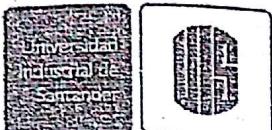
$\rho_i$  ≡ DENSIDAD INICIAL DEL GAS.

- a) El efecto Doppler que el sonido proveniente de una fuente que se aleja de un observador aparente tener:  
 (i) Una amplitud más grande. (ii) Una amplitud más pequeña. (iii) Una velocidad más grande. (iv) Una frecuencia más alta. (v) Una frecuencia más baja
- b) Una onda sonora puede describirse como una:  
 (i) Una onda de presión. (ii) Una onda de desplazamiento.  
 (iii) Una onda transversal. (v) (i) y (ii). (v) (ii) y (iii).
- c) Cual de las siguientes expresiones representa una onda viajera en el sentido  $+x$  con una amplitud de 0.02 [m], una frecuencia de 440 [Hz], y una rapidez de 330 [m/s]:  
 (i)  $y = 0.02 \sin(880\pi(x/330 - t))$ ,  
 (ii)  $y = 0.02 \cos(880\pi(x/330 - 440t))$ , (iii)  $y = 0.02 \sin(880\pi(x/330 + t))$ , (iv)  $y = 0.02 \sin(2\pi(x/330 + 440t))$ ,  
 (v)  $y = 0.02 \cos(2\pi(x/330 + 440t))$
- d) Todas la ondas mecánicas requieren:  
 (i) Una fuente de perturbación. (ii) Un medio que se pueda perturbar.  
 (iii) Un mecanismo físico a través del cual las partículas del medio puedan ejercer fuerzas unas sobre otras.  
 (v) Todas la anteriores. (v) Sólo (i) y (ii)
- e) Se generan ondas en el océano con una longitud de onda de 120 [m] a razón de 8 ondas por minuto, la velocidad de propagación de la onda en [m/s] es:  
 (i) 8. (v) 16. (iii) 24. (iv) 32. (v) 4
- f) Si  $y = 2A \cos(\omega t) \sin(kx)$  se tiene:  
 (i) Una interferencia destructiva. (ii) Un corrimiento Doppler. (v) Una onda estacionaria. (iv) Una superposición destructiva.
- g) Cuando se observa un nodo en  $x = 0$  [m] en una onda estacionaria en una cuerda, un máximo de amplitud se halla a una distancia de:  
 (i)  $\lambda/4$ . (ii)  $\lambda/3$ . (iii)  $\lambda/2$  (iv)  $\lambda$ . (v)  $2\lambda$
- h) Si la amplitud de una onda en una cuerda se duplica, ¿cuál de las siguientes cantidades se ve duplicada?:  
 (i) La potencia. (ii) La intensidad. (v) la rapidez de vibración de las partículas del medio. (iv) La rapidez de la onda. (v) Ninguna de las anteriores
- i) Cuando dos ondas en un medio tienen amplitudes de 3 [cm] y -5 [cm] respectivamente en el mismo punto en el mismo instante de tiempo, el desplazamiento resultante de dicho punto es:  
 (i) 3. (ii) -5. (v) -2. (iv) 2
- j) Una cuerda tiene un extremo atado a una pared, se genera un pulso moviendo el extremo libre hacia arriba y hacia abajo una sola vez, cual de las siguientes acciones causaría una disminución en el tiempo, que se demoraría un segundo pulso, en recorrer la cuerda:  
 (i) Disminuir la tensión. (ii) Usar una cuerda más pesada de la misma longitud y con la misma tensión. (iii) Mover la mano más rápidamente. (v) Incrementar la tensión. (v) Ninguna de las anteriores

## ECUACIONES

$$\rho - \rho_0 = -\rho_0 \frac{\partial S}{\partial x}, \quad p - p_0 = -B \frac{\partial S}{\partial x}, \quad S(x, t) = S_0 \cos(kx - \omega t), \quad \langle I \rangle = v \langle U \rangle$$

$$v = \lambda f, \quad B = 10 \log \left( \frac{I}{I_0} \right), \quad \langle I \rangle = P/4\pi r^2, \quad f_0 = f_F \frac{(v_s \pm v_0)}{(v_s \pm v_F)}$$



UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER,  
 ESCUELA DE FÍSICA, FACULTAD DE CIENCIAS,  
 SEGUNDO PREVIO, FÍSICA III, 22 DE JULIO  
 PRIMER SEMESTRE DE 2008, TIEMPO: 1.5 HORAS.

NOMBRE:

SOLUCIÓN

CÓDIGO:

Para todos los puntos justifique cada una de sus respuestas.

- I. Una columna de gas aislada (no intercambia calor con el medio) tiene las siguientes condiciones iniciales: densidad  $1 \text{ [Kg/m}^3]$ , presión  $10^5 \text{ [N/m}^2]$ , y módulo de compresibilidad volumétrico  $1,4 \times 10^{-5} \text{ [N/m}^2]$  a una temperatura de  $0^\circ \text{C}$ . Cuando se comprime esta columna de gas se generan en el gas, entre otras, ondas de desplazamiento y de presión. Si la onda de desplazamiento se describe por medio de la ecuación  $\psi(x, t) = 5 \cos(0.5x - \omega t + \pi/4)$ , donde las distancias se miden en centímetros y el tiempo en segundos. Determine: (a) (Valor 0.3) La expresión armónica para la onda de presión,  $p = p(x, t)$ . (b) (Valor 0.3) La velocidad de propagación de las ondas sonoras en este gas. (c) (Valor 0.3) La velocidad de las partículas del gas (velocidad longitudinal). (d) (Valor 0.3) La intensidad promedio del sonido en este gas. (e) (Valor 0.3) La frecuencia angular,  $\omega$ .

$$(a) \psi(x, t) = 5 \cos(0.5x - \omega t + \pi/4) \text{ [cm]}$$

$$p(x, t) = p_i - B \frac{\partial \psi}{\partial t} = p_i - B 5 \omega \operatorname{sen}(0.5x - \omega t + \pi/4)$$

$$p(x, t) = p_i - B \frac{5}{100} \omega \operatorname{sen}(0.5x - \omega t + \pi/4)$$

$$B = 1.4 \times 10^5 \text{ [N/m}^2] ; p_i = 10^5 \text{ [N/m}^2] ; \omega \approx (e)$$

$$(b) v = \omega / k = \sqrt{B/p_i} = \sqrt{1.4 \times 10^5 / 2} \text{ [m/s]} \approx 374.16 \text{ [m/s]}$$

$$(c) v_L = \frac{\partial \psi}{\partial t} = 5 \omega \operatorname{sen}(0.5x - \omega t + \pi/4) \text{ [cm/s]}$$

$$(d) \langle I \rangle = (\Delta p_{\max})^2 / (2 v p_i) = \frac{(B 5/100 \omega)^2}{2 v p_i} \approx 2 \times 10^{13} \text{ [W/m}^2]$$

$$(e) \omega = v k = \sqrt{1.4 \times 10^{5/2}} \times 50 \Leftrightarrow \omega \approx 1.8 \times 10^4 \text{ [rad/s]}$$

- II. (Valor 1.0) Un observador y una fuente se mueven simultáneamente el uno hacia el otro en forma lineal. Si la velocidad de la fuente es un medio de la velocidad del sonido, y el observador percibe el triple de la frecuencia que emite la fuente, ¿Cuál es la velocidad con que se acerca el observador a la fuente? Tome la velocidad del sonido como  $v_s$ .



$$v_F = v_s/2$$

$$f_o = 3 f_F$$

$$\hat{f}_o = \frac{f_F (v_s \pm v_o)}{(v_s \pm v_F)}$$

$$\Rightarrow 3 f_F = \frac{f_F (v_s + v_o)}{(v_s - v_s/2)}$$

$$\frac{3 v_s}{2} = v_s + v_o \quad \hat{\Rightarrow} \quad v_o = \frac{v_s}{2}$$

$$v_o = \frac{v_s}{2} \quad [4]$$



- III. (Valor 1.0) La velocidad de propagación del sonido en un líquido es

$$v^2 = \frac{g\lambda}{2\pi}$$

siendo  $g$  la aceleración de la gravedad. Halle la velocidad de grupo para este caso particular en términos de la velocidad de fase.

$$v^2 = \frac{g\lambda}{2\pi} ; \quad v_g = \frac{d\omega}{dk} = v + \kappa \frac{dv}{dk}$$

$$\kappa = \frac{2\pi}{\lambda} \quad \hat{\Rightarrow} \quad v^2 = \frac{g}{\kappa} \quad \hat{\Rightarrow} \quad v = \sqrt{\frac{g}{\kappa}}$$

$$v_g = v + \kappa \frac{dv}{dk} = v + \kappa \frac{d}{dk} \left( \sqrt{\frac{g}{\kappa}} \right)$$

$$v_g = v - \frac{1}{2} g \kappa^{-1/2} = v - \frac{v}{2} \quad \hat{\Rightarrow} \quad v_g = \frac{v}{2}$$

$$v_g = \frac{v}{2} \quad [4]$$

- IV. Dos ondas armónicas se propagan por un alambre tenso y largo. Sus funciones de onda son  $y_1(x,t) = 0.05 \cos(6.5x - 580t)$  [m] y  $y_2(x,t) = 0.05 \cos(7x - 550t)$  [m], estando el tiempo en segundos. Hallar: (a) (Valor 0.5) La onda resultante. (b) (Valor 0.4) La velocidad de grupo. (c) (Valor 0.3) La velocidad de fase. (d) (Valor 0.3) La distancia entre dos crestas consecutivas del grupo.

$$y_1(x,t) = 0.05 \cos(6.5x - 580t)$$

$$y_2(x,t) = 0.05 \cos(7x - 550t)$$

$$(a) Y_R(x,t) = 0.1 \cos\left(\frac{1}{4}x - 15t\right) \cos(6.75x - 565t)$$

$$(b) V_G = \left| \frac{\Delta \omega}{\Delta k} \right| = \left| \frac{\omega_2 - \omega_1}{k_2 - k_1} \right| = \left| \frac{580 - 550}{7 - 6.5} \right| = 60 \text{ [m/s]}$$

$$(c) V = \frac{\omega}{k} = \frac{\omega_1 + \omega_2}{k_1 + k_2} = \frac{580 + 550}{6.5 + 7} \approx 83.5 \text{ [m/s]}$$

$$(d) \text{ ONDA DEL GRUPO: } y_G(x,t) = 0.1 \cos\left(\frac{1}{4}x - 15t\right)$$

$$k_G = \frac{1}{4} = \frac{2\pi}{\lambda_G} \Rightarrow \lambda_G = 8\pi \Rightarrow \boxed{\lambda_G = 8\pi \text{ [m]}}$$

$$(e) v_1 = \omega_1/k_1 ; \quad v_2 = \omega_2/k_2$$

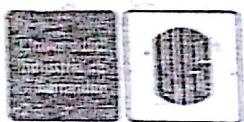
### EXPRESIONES ÚTILES

$$v = \lambda/T = \lambda f = \omega/k = \sqrt{B/\rho_0}, \quad \Delta p = \vec{p} - \vec{p}_0 = -B \frac{\partial \psi}{\partial x}, \quad \psi(x,t) = \psi_0 \cos(kx \pm \omega t + \phi), \quad B = 16 \log\left(\frac{I}{I_0}\right).$$

$$\frac{d^2\psi}{dt^2} = v^2 \frac{d^2\psi}{dx^2}, \quad f_o = f_F \frac{(v_s \pm v_o)}{(v_s \pm v_F)}, \quad \cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos[(\alpha + \beta)/2] \cos[(\alpha - \beta)/2], \quad < I > = \frac{(\Delta p_{max})^2}{2\rho A},$$

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \sin \beta \cos \alpha, \quad \cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \beta \sin \alpha,$$

$$\sin \alpha \pm \sin \beta = 2 \sin[(\alpha \pm \beta)/2] \cos[(\alpha \mp \beta)/2],$$



UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER,  
ESCUELA DE FÍSICA, FACULTAD DE CIENCIAS,  
SEGUNDO PREVIO, ONDAS Y PARTÍCULAS, PRIMER  
SEMESTRE 2007, TIEMPO: 1 HORA Y 50 MINUTOS.

NOMBRE:	SOLUCIÓN	CÓDIGO: 2007
---------	----------	--------------

### EXPRESIONES ÚTILES

$$\rho - \rho_0 = -\rho_0 \frac{\partial S}{\partial x}, \quad \frac{\partial p}{\partial x} = -\rho_0 \frac{\partial^2 S}{\partial x^2}, \quad p - p_0 = -B \frac{\partial S}{\partial x}, \quad S(x, t) = S_0 \cos(kx - \omega t),$$

$$\langle I \rangle = \pi \langle U \rangle, \quad B = M \log \left( \frac{I}{I_0} \right), \quad \langle J \rangle = P/4\pi r^2, \quad I_0 = 10^{-12} [W/m^2].$$

Para todos los puntos justifique cada una de sus respuestas.

#### I. Primera Parte: Selección múltiple con única respuesta:

- (1) (Valor 0.4) Si la amplitud de una onda transversal armónica se duplica, sin hacer otros cambios a la onda, ¿Cuál de los siguientes enunciados es correcto?
- (a) Cambia la rapidez de propagación de la onda. (b) Cambia la frecuencia de la onda. (c) Cambia la rapidez transversal máxima de un elemento del medio. (d) Todos estos son verdaderos.

ONDA ARMÓNICA:  $\Psi(x, t) = \Psi_0 \cos(kx - \omega t + \phi)$

VELOCIDAD TRANSVERSAL:  $U_T = \frac{\partial \Psi}{\partial t} = +\Psi_0 \omega \sin(kx - \omega t + \phi)$

$$(U_T)_{\text{max}} = \Psi_0 \omega \quad \text{SI} \quad \Psi_0 = 2\Psi_0 \Rightarrow [U_T \rightarrow 2U_T]$$

- (2) (Valor 0.4) Aumentar la intensidad de un sonido en un factor de 100 hace que el nivel de sonido aumente en:

- (a) 10[dB]. (b) 100[dB]. (c) 20[dB]. (d) 2[dB].

$$B_{\text{antes}} = B_A = 10 \log \left( \frac{I}{I_0} \right) [\text{dB}]$$

$$B_{\text{después}} = B_D = 10 \log \left( \frac{100I}{I_0} \right) [\text{dB}]$$

$$B_D - B_A = 10 \log (100) = 20[\text{dB}] \Rightarrow [B_D = B_A + 20[\text{dB}]]$$

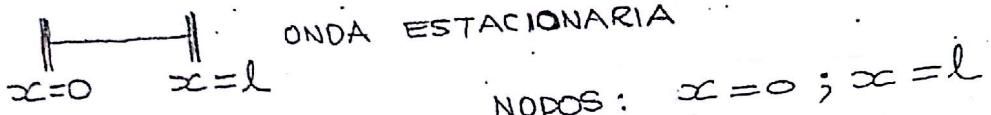
- (3) (Valor 0.4) Un avión que vuela con velocidad constante se mueve de una masa de aire frío a una masa de aire caliente. El número de Mach:

- (a) Aumenta. (b) Disminuye. (c) No varía. (d) No se puede determinar.

SEA:  $\begin{cases} N_M \equiv \text{NÚMERO MACH}, & V_S \equiv \text{VELOCIDAD DEL} \\ & \text{SONIDO} \\ & \text{y } V_F \equiv \text{VELOCIDAD DE LA FUENTE} \end{cases}$

$$\Rightarrow N_M = \frac{V_F}{V_S}; \quad \text{COMO } V_S \propto T \Rightarrow \boxed{N_M \text{ DEBE DISMINUIR DE FRÍO A CALIENTE}}$$

- (4) (Valor 0.4) Cuando una onda estacionaria se forma en una cuerda fija en ambos extremos,  
 (a) El número de nodos es igual al número de antiudos. (b) La longitud de onda es igual a la longitud de la cuerda dividida entre un entero. (c) En los antinodos, la cuerda no se mueve. (d) La frecuencia es igual al número de nodos por la frecuencia fundamental. (e) La única solución que satisface las condiciones de frontera para la amplitud de la onda estacionaria es  $y_{OE}(x) = 2A \sin(kx)$ .



$$\text{NODOS: } x=0; x=l$$

$$y_{OE}(x) = 2A \sin(kx); \text{ EN } x=0; y=0$$

- (5) (Valor 0.4) En  $t=0[s]$ , un pulso transversal está representado por medio de la función

$$y(x, 0) = \frac{10}{16x^4 + 9} [m],$$

donde  $x$  y  $y$  se miden en metros y el tiempo en segundos. Escriba la función  $y(x, t)$  que describe el pulso para cualquier tiempo  $t$ , si este se mueve con una velocidad de  $4[m/s]$  en la dirección  $x$  negativa.

$$y(x, t) = y(x+vt) \Rightarrow x \rightarrow x+vt$$

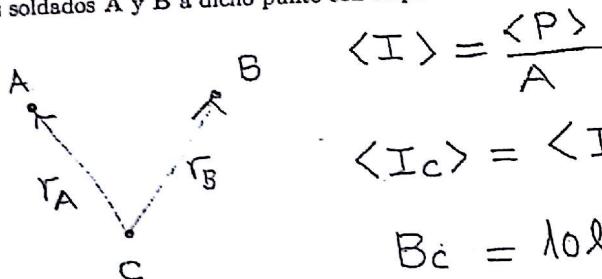
$y(x)$  →  $y(x+t)$

CURVA                                    VIAJERA

$$y(x, 0) = \frac{10}{16x^4 + 9} \Rightarrow y(x, t) = \frac{10}{16(x+4t)^4 + 9}$$

\* Segunda Parte: Escoja y responda solo tres de las preguntas dadas a continuación:

- II. (Valor 1.0) Dos soldados de infantería emiten ondas sonoras de diferentes frecuencias. El soldado A emite con una potencia de  $1[mW]$ , mientras que el soldado B lo hace con una potencia de  $1.5[mW]$ . Determinar el nivel de intensidad sonora producido por ambos soldados en un punto C, si las distancias de los soldados A y B a dicho punto son respectivamente  $5[m]$  y  $4.47[m]$ .



$$\langle I \rangle = \frac{\langle P \rangle}{A}$$

$$\langle I_C \rangle = \langle I_A \rangle + \langle I_B \rangle$$

$$B_C = 10 \log \left( \frac{\langle I_C \rangle}{I_0} \right)$$

$$B_C \approx 69 [\text{dB}]$$

- III. (Valor 1.0) Dos ondas que forman una onda estacionaria en una cuerda larga están dadas por las funciones de onda

$$y_1(x, t) = A \sin(kx - \omega t + \phi),$$

$$y_2(x, t) = A \sin(kx + \omega t).$$

Demuestre que la suma de la constante de fase arbitraria  $\phi$  cambia sólo la posición de los nodos y, en particular que la distancia entre nodos es todavía la mitad de la longitud de onda.

$$\text{ONDA ESTACIONARIA: } Y_E(x, t) = y_1(x, t) + y_2(x, t)$$

$$\Rightarrow Y_E(x, t) = 2A \sin(kx + \phi/2) \cos(\omega t - \phi/2)$$

$$\text{POSICIÓN DE LOS NODOS : } Y_E(x, t) = 0 \Rightarrow 2A \sin(kx + \phi/2) = 0$$

$$\Rightarrow x = \left( \frac{n\pi - \phi/2}{k} \right); n=0,1,2,\dots$$

DISTANCIA ENTRE NODOS:

$$\Delta x = \frac{\lambda}{2}$$

IV. (Valor 1.0) Al estar parado a la orilla de un río, una persona escucha una frecuencia  $f_1$  de la sirena de un barco que se aproxima. Después que pasa el barco la frecuencia que percibe es  $f_2$ . Encuentre la frecuencia de la sirena del barco a partir de las dos afirmaciones.

SEA:  $\left\{ \begin{array}{l} f_o \equiv \text{FRECUENCIA QUE PERCIBE EL OBSERVADOR.} \\ f_F \equiv \text{FRECUENCIA QUE EMITE LA FUENTE.} \\ v_s = \text{VELOCIDAD DEL SONIDO.} \\ v_F = \text{VELOCIDAD DE LA FUENTE.} \\ v_o = \text{VELOCIDAD DEL OBSERVADOR.} \end{array} \right.$

$$\Rightarrow f_o = f_F \left( \frac{v_s \pm v_o}{v_s \mp v_F} \right)$$

$$(1) \quad f_1 = \frac{v_s f_F}{v_s - v_F}$$

$$(2) \quad f_2 = \frac{v_s f_F}{v_s + v_F}$$

DOS ECUACIONES  
CON DOS  
INCÓGNITAS  
 $v_F$  y  $f_F$

LAS SOLUCIONES  
PARA  $v_F$  y  $f_F$

SON

$$v_F = \frac{v_s (f_1 - f_2)}{f_1 + f_2}$$

$$f_F = \frac{2 f_1 f_2}{f_1 + f_2}$$

V. (Valor 1.0) Cuando comprimimos una gas la presión  $p$ , la densidad  $\rho$  y el desplazamiento  $S$  de una columna del gas satisfacen las expresiones

$$(1) \quad p - p_0 = -\rho_0 \frac{\partial S}{\partial x}, \quad (2) \quad \frac{\partial p}{\partial x} = -\rho_0 \frac{\partial^2 S}{\partial x^2}, \quad (3) \quad p - p_0 = -B \frac{\partial S}{\partial x},$$

Siendo  $p_0$  y  $\rho_0$  la presión y la densidad del gas en condiciones de equilibrio, y  $B$  es el módulo de compresibilidad volumétrico. Demuestre dos de las expresiones anteriores.

APUNTES DE CLASE.



UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER  
ESCUELA DE FÍSICA, FACULTAD DE CIENCIAS  
SEGUNDO PREVIO DE ONDAS Y PARTÍCULAS  
SEGUNDO SEMESTRE DEL 2006

Nombre:

Código:

Todas sus respuestas deberán estar debidamente justificadas.

1. (Valor: 1.0) A partir de la ecuación de onda para  $\xi$ :

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2},$$

y de la solución de prueba

$$\xi(x, t) = f(x) \cos(\omega t),$$

- a) Encuentre una expresión para  $f(x)$  teniendo en cuenta que en  $x = 0$  [m],  $f(0) = f_0$ , siendo  $f_0$  la amplitud de  $f(x)$ .

- a)  $\rightarrow$  Encuentre los valores posibles para la frecuencia si en  $x = 0$  [m] y  $x = L$  [m],  $\xi(L, t) = 0$ .

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = f''(x) \cos(\omega t)$$

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = -\omega^2 \cos(\omega t) f(x)$$

Reemplazando en la Ecuación de onda.

$$f''(x) = -\frac{\omega^2}{v^2} f(x); \quad K = \frac{\omega}{v}$$

$$f''(x) + K^2 f(x) = 0$$

Ecuación de un Oscilador Armónico Simple

$$f(x) = f_0 \cos(Kx + \varphi)$$

$$f(0) = f_0 = f_0 \cos(\varphi)$$

$$\varphi = 0$$

$$f(x) = f_0 \cos(Kx)$$

$$\xi(x, t) = f_0 \cos(Kx) \cos(\omega t)$$

2. (Valor: 0.5) Dos soldados de infantería emiten ondas sonoras de diferentes frecuencias. El soldado A emite con una potencia de 1 [mW], mientras que el soldado B lo hace con una potencia de 1.5 [mW]. Determinar el nivel de intensidad sonora producido por ambos soldados en un punto C, si las distancias de los soldados A y B a dicho punto son respectivamente 5 [m] y 4,47 [m].

Ayuda: Recuerde que

$$B_{dB} = 10 \log_{10} \frac{I}{I_0},$$

$$I_C = I_1 + I_2$$

$$= 9,15 \times 10^{-6} \frac{W}{m^2}$$

con

$$I_1 = \frac{1 \times 10^{-3}}{4\pi(5)^2} N = 3,18 \times 10^{-12} \left[ \frac{W}{m^2} \right]$$

$$I_2 = \frac{1,5 \times 10^{-3}}{4\pi(4,47)^2} = 5,97 \times 10^{-6} \left[ \frac{W}{m^2} \right]$$

$$I_C = \left( \frac{9,15 \times 10^{-6}}{10^{-12}} \right)$$

$$B_C = 69,61 [dB]$$

3. (Valor: 1.0) La ecuación de onda unidimensional de desplazamiento en un gas viene dada por:

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = \frac{\rho_0}{\kappa} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}, \quad (1)$$

en donde  $\rho_0$  es la densidad promedio del gas y  $\kappa$  es el módulo de elasticidad de volumen.

- a) ¿Cuál es el significado físico de  $\xi$ ?
- b) A partir de las expresiones

$$\rho = \rho_0 \left(1 - \frac{\partial \xi}{\partial x}\right), \quad (2)$$

$$P = P_0 - \kappa \frac{\partial \xi}{\partial x}, \quad (3)$$

que relacionan la densidad de masa del gas  $\rho$  y la presión  $P$  con la derivada espacial de  $\xi$ , encuentre las ecuaciones de onda asociadas para la densidad y la presión.

a) de (3) y (1)

$$\frac{\partial P}{\partial x} = -\kappa \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = -\rho_0 \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2}$$

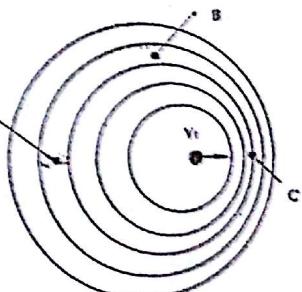
$$\boxed{\frac{\partial P}{\partial x} = -\rho_0 \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2}}$$

$$\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} = -\rho_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\frac{\partial \xi}{\partial x}\right)$$

$$\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} = \rho_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\frac{P - P_0}{\kappa}\right)$$

$$\boxed{\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} = \frac{\rho_0}{\kappa} \frac{\partial^2 P}{\partial t^2}}$$

4. (Valor: 0.5) Considera detectores de ondas en tres lugares A, B y C como se muestra figura. ¿Cuál de los siguientes enunciados es verdadero?



- a) La velocidad de propagación de la onda es más alta en A.
- b) La velocidad de propagación de la onda es más alta en C.
- c) La longitud de onda detectada es máxima en el lugar B.
- d) La longitud de onda detectada es máxima en el lugar C.
- e) La frecuencia detectada es máxima en el lugar C. (Verdadera)
- f) La frecuencia detectada es máxima en el lugar A.

$$\lambda_C < \lambda_B < \lambda_A$$

$$v = \lambda f = \text{cte.}$$

$$\Rightarrow f_C > f_B > f_A$$

dado a que la fuente se acerca al punto C,  $\lambda$  se hace más pequeña, por lo tanto la frecuencia es mayor que en A y B.

5. (Valor: 0.5) Si la velocidad de fase en un medio dispersivo es mucho menor en magnitud que la velocidad de la luz, ¿para qué valores de la longitud de onda la velocidad de grupo sería igual a la velocidad de la luz? Asúmase que para dicho medio dispersivo  $v_f = 0,01c$  cuando  $k = e^{-5}$  [rad/m], siendo  $c$  la velocidad de la luz.

$v_f \ll c \rightarrow$  medio Dispersivo.

$$\begin{aligned} v_g &= v_f + k \frac{dv_f}{dk} = c & \left\{ \begin{array}{l} v_f = 0,01c \rightarrow k = e^{-5} [\text{rad/m}] \\ 0,01c = c \ln e^{-5} + \text{cte} \\ \text{cte} = 5,01c \end{array} \right. \\ \frac{v_f}{c} + \frac{k}{c} \frac{dv_f}{dk} &= 1 \\ dv_f &= c \frac{dk}{k} \\ v_f &= c \ln k + \text{cte} \end{aligned}$$

$$\left. \begin{array}{l} v_f = c \ln k + 5,01c \\ \ln k = -5,01 ; \quad k = e^{-5,01} \\ k = \frac{2\pi}{\lambda} ; \quad \frac{2\pi}{\lambda} = e^{-5,01} \\ \lambda = 2\pi e^{5,01} \end{array} \right\}$$

6. (Valor: 1.0) Una cuerda en un instrumento musical se mantiene bajo tensión  $T$  y se extiende desde el punto  $x = 0$  al punto  $x = L$ . La cuerda está forrada con alambre en forma tal que su masa por longitud unitaria  $\mu(x)$  aumenta uniformemente de  $\mu_0$  en  $x = 0$  a  $\mu_L$  en  $x = L$ . (a) Encuentre una expresión para  $\mu(x)$  como función de  $x$  sobre el intervalo  $0 \leq x \leq L$ . (b) Demuestre que el intervalo necesario para que el pulso transversal recorra la longitud de la cuerda está dado por

$$\begin{aligned} \mu(x) &= ax + b & \Delta t = \frac{2L(\sqrt{\mu_L^3} - \sqrt{\mu_0^3})}{3\sqrt{T}(\mu_L - \mu_0)} & \nu = \sqrt{\frac{T}{\mu(x)}} = \frac{dx}{dt} \\ \mu(x=0) &= \mu_0 = b & dt = \frac{\sqrt{\mu(x)}}{\sqrt{T}} dx \\ \mu(x=L) &= \mu_L = aL + b & t = \frac{1}{\sqrt{T}} \int_0^L \sqrt{ax+b} dx \\ a &= \frac{\mu_L - \mu_0}{L} & t = \frac{2}{3\sqrt{T}a} (ax+b)^{3/2} \Big|_0^L \\ \mu(x) &= \left( \frac{\mu_L - \mu_0}{L} \right) x + \mu_0 & t = \frac{2}{3\sqrt{T}} \left[ \frac{(\mu_L + b)^{3/2}}{a} - \frac{(b)^{3/2}}{a} \right] \\ \int \sqrt{ax+b} dx & \left| \frac{1}{a} \int \sqrt{u} du = \frac{2}{3} u^{3/2} \right. & t = \frac{2L}{3\sqrt{T}} \left[ \frac{\mu_L^{3/2} - \mu_0^{3/2}}{\mu_L - \mu_0} \right] \end{aligned}$$

7. (Valor: 0.5) Teniendo en cuenta que la intensidad es proporcional a la amplitud al cuadrado, demuestre que para una onda esférica dada por

$$\xi = A(r) \cos(\vec{k} \cdot \vec{r} - wt),$$

la amplitud  $A$  es una función de  $r$  de la forma

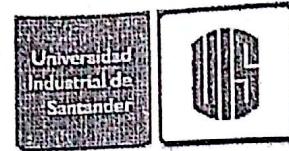
$$A(r) = \frac{\text{cte}}{r}.$$

$$I \propto A^2(r) \rightarrow I = k A^2(r) \quad k = \text{constante}$$

$$I = \frac{P_{\text{prom}}}{4\pi r^2} \rightarrow \text{ondas esféricas} ; \quad \frac{P_{\text{prom}}}{4\pi r^2} = k A^2(r)$$

$$A(r) = \frac{\text{cte}}{r}$$

SEGUNDO EXAMEN PARCIAL DE ONDAS Y PARTÍCULAS  
 ESCUELA DE FÍSICA, FACULTAD DE CIENCIAS  
 UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER  
 31 de marzo de 2006.

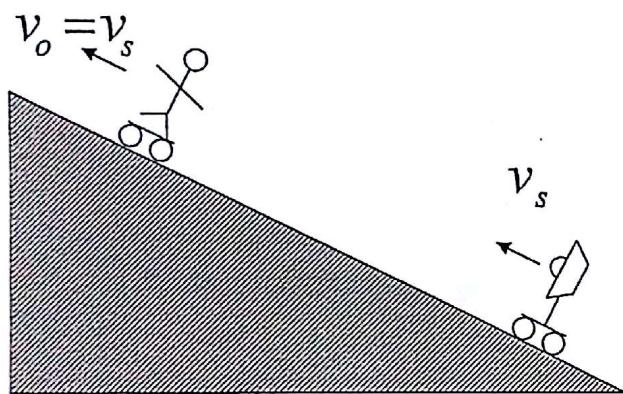


NOMBRE: SOLUCIÓN CÓDIGO: \_\_\_\_\_ GRUPO: \_\_\_\_\_

1. Responda las siguientes preguntas argumentando su respuesta.

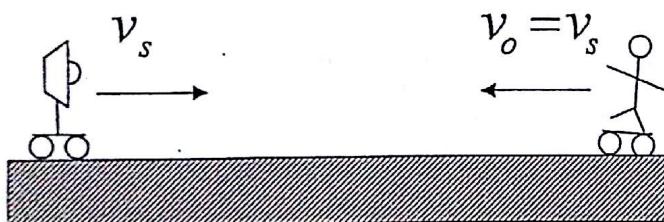
1.1. Sea una onda sonora sinusoidal emitida por una fuente en movimiento, con velocidad  $v_s$ . Para cada uno de los casos mostrados a continuación, seleccione la relación más apropiada entre la frecuencia emitida,  $f$ , y la percibida por un observador,  $f_o$ , que se mueve con una velocidad  $v_o$ . Justifique su respuesta.

- 1.1.1. (Valor 0.1) a)  $f > f_o$  b)  $f < f_o$  c)  $f = f_o$



R/ Un observador percibe una frecuencia diferente a la de la fuente sólo cuando existe una velocidad relativa diferente de cero entre estos. Por lo tanto, como la fuente y el observador se mueven con la misma velocidad y en la misma dirección, la velocidad relativa entre ambos será cero y por consiguiente  $f = f_o$ .

- 1.1.2. (Valor 0.1) a)  $f > f_o$  b)  $f < f_o$  c)  $f = f_o$



R/ Como la velocidad relativa de la fuente, medida por el observador, es  $v_s + v_o = 2v_s$ , y como la frecuencia percibida por el observador es de la forma:

$$f_o = \frac{v - v_o}{v - v_s} f = \frac{v + v_s}{v - v_s} f$$

Donde  $v$  es la velocidad del sonido en el aire. Entonces,  $f < f_o$

- 1.2. (Valor 0.2) ¿Cómo puede identificar un medio dispersivo de uno no dispersivo? Explique.

R/ Un medio dispersivo se puede identificar de uno no dispersivo comparando la velocidad de fase y de grupo de una onda que se propaga en el mismo, si son iguales, el medio es no dispersivo, y si son diferentes, el medio es dispersivo. Esto se debe a que, cuando una onda se propaga por un medio dispersivo su velocidad de grupo es diferente a la de fase, mientras que cuando se propaga por un medio no dispersivo, la velocidad de grupo y fase son iguales.

SEGUNDO EXAMEN PARCIAL DE ONDAS Y PARTÍCULAS  
 ESCUELA DE FÍSICA, FACULTAD DE CIENCIAS  
 UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER

31 de marzo de 2006.



- 1.3. (Valor 0.2) En la figura 1 se muestra una onda sinusoidal. Encuentre el periodo, la frecuencia y la velocidad de fase de la onda.

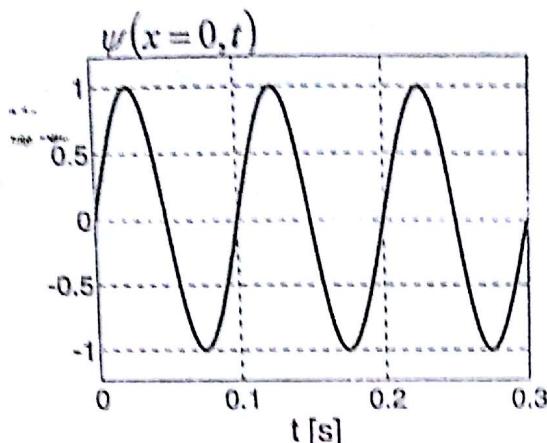


Figura 1a.  $\psi(x = 0, t)$

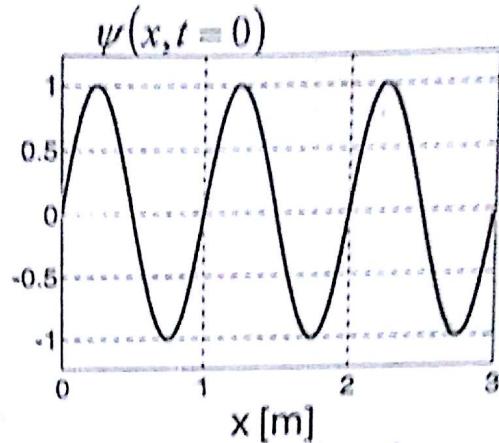


Figura 1b.  $\psi(x, t = 0)$

R/ En la figura 1a se observa que el periodo de la onda es  $T = 0.1[s]$  y en la figura 1b se ve que la longitud de onda es  $\lambda = 1[m]$ . La frecuencia de la onda será  $f = \frac{1}{T} = 10[Hz]$  y la velocidad de fase  $v = f\lambda = (10[Hz])(1[m]) = 10[m/s]$ .

- 1.4. (Valor 0.2) En la última producción de la guerra de las galaxias, episodio III (La venganza de los Sith), los caballeros Yedi: Obi-Wan Kenobi y Anakin Skywalker se encuentran en una misión muy arriesgada para rescatar al canciller supremo Palpatine. En el cumplimiento de su misión, se ven inmersos en una batalla interestelar, en la cual se escuchan muchas explosiones. ¿Qué hay de incorrecto en esta situación?

R/ El error se encuentra en que ninguna onda mecánica, como el sonido, se puede propagar en el vacío, por lo tanto, las explosiones sólo se podrían ver, no escuchar.

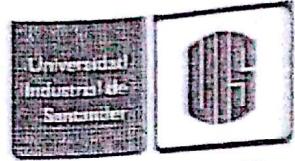
- 1.5. (Valor 0.2) ¿Qué es una onda de Mach y cuándo se presenta? De un ejemplo ilustrativo.

R/ Una onda de Mach es una onda de choque que se presenta cuando un objeto viaja a una velocidad mayor que la velocidad de las ondas en dicho medio. Un ejemplo pueden ser las ondas que se producen cuando un bote viaja a gran velocidad sobre el agua.

2. (Valor 1.0) En un medio dispersivo la velocidad de grupo es  $v_g = \frac{4}{3}v$ , siendo  $v$  la velocidad de fase. Si para  $\lambda = 2\pi [m]$  se tiene una velocidad de fase de  $1[m/s]$ , encuentre la relación general entre la velocidad de fase y el número de onda.

R/ La velocidad de grupo y la de fase están relacionadas por la expresión  $v_g = v + k \frac{dv}{dk}$  (1). Reemplazando la velocidad de grupo en (1) se obtiene  $\frac{4}{3}v = v + k \frac{dv}{dk}$  (2). Simplificando (2) se llega a:  $\frac{dv}{dk} = \frac{1}{3k}v$  (3). La solución de la ecuación diferencial (3) es:  $v = a(k)^{\frac{1}{3}} = a \sqrt[3]{k}$  (4), donde  $a$  es una constante. Además,  $\lambda = 2\pi [m] \Rightarrow k = \frac{2\pi}{\lambda} = l[\text{rad}/m]$  para  $v = 1[m/s]$ ; reemplazando estos datos en (4) se obtiene que  $1[m/s] = a(l)^{\frac{1}{3}}$ . Entonces,  $v = \sqrt[3]{k} [m/s]$

SEGUNDO EXAMEN PARCIAL DE ONDAS Y PARTÍCULAS  
 ESCUELA DE FÍSICA, FACULTAD DE CIENCIAS  
 UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER



31 de marzo de 2006.

3. Una explosión libera 1024[J] de energía en 1[s], el 50% de la cual se convierte en ondas sonoras.  
 3.1. (Valor 0.4) ¿Cuál es la intensidad sonora a 201[m] de la explosión?

R/ La potencia media liberada durante la explosión es  $\langle \text{Potencia} \rangle = \frac{\Delta E}{\Delta t} = \frac{1024[\text{J}]}{1[\text{s}]} = 1024[\text{W}]$

Como el aire se comporta como un medio sin pérdidas, entonces, la potencia media de la onda de sonido  $\langle \text{Potencia}_\text{Sonido} \rangle = 0.5 * \langle \text{Potencia} \rangle = 512[\text{W}]$  se conservará. De esta manera  $I = \frac{\langle \text{Potencia}_\text{Sonido} \rangle}{A} = \frac{512[\text{W}]}{4\pi(201[\text{m}])^2} \cong 10^{-3}[\text{W}/\text{m}^2]$

- 3.2. (Valor 0.2) Para el ítem anterior, calcule el nivel de intensidad (en dB). Recuerde que la intensidad de referencia para el sonido es  $I_o = 10^{-12}[\text{W}/\text{m}^2]$ .

R/ Del ítem anterior se tiene que:  $I = 10^{-3}[\text{W}/\text{m}^2]$ . El nivel de intensidad está dado

por:  $\beta = 10 \log_{10} \left( \frac{I}{I_o} \right) [\text{dB}]$ . Entonces:

$$\beta = 10 \log_{10} \left( \frac{10^{-3}[\text{W}/\text{m}^2]}{10^{-12}[\text{W}/\text{m}^2]} \right) [\text{dB}] = 90 [\text{dB}]$$

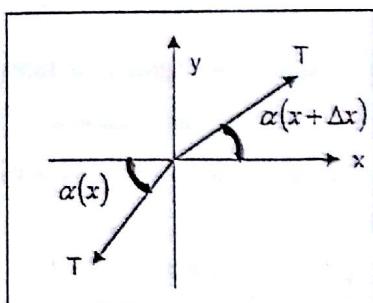
- 3.3. (Valor 0.4) El umbral de dolor, para el oído humano, es de 1[W/m<sup>2</sup>]. ¿Cuál es la mínima distancia a la que se debe ubicar una persona para que su tímpano no reviente?

R/ La ley del inverso cuadrado para la intensidad dice que  $I' = \frac{r^2}{r'^2} I$ . Tomando  $r=201[\text{m}]$  y  $r'$  la distancia desde la explosión hasta el lugar donde la intensidad es igual al umbral de dolor  $I'=1[\text{W}/\text{m}^2]$ , entonces:

$$r' = r \sqrt{\frac{I}{I'}} = 201[\text{m}] \sqrt{\frac{10^{-3}[\text{W}/\text{m}^2]}{1[\text{W}/\text{m}^2]}} \cong 6.4 [\text{m}]$$

4. Sea una cuerda de masa  $M$  y longitud  $L$ , que está sometida a una tensión  $T$ , ligeramente desplazada de su posición de equilibrio. Si se desprecian los efectos gravitatorios:

- 4.1. (Valor 0.2) Dibuje el diagrama de cuerpo libre para un pequeño segmento de la cuerda.



- 4.2. (Valor 0.3) Encuentre las ecuaciones del movimiento para  $x$  e  $y$ , asociadas al segmento de cuerda.

R/ Para el eje de las  $x$  no hay movimiento, entonces:

$$\sum F_x = T \cos[\alpha(x + \Delta x)] - T \cos[\alpha(x)] = 0$$

Para el eje de las  $y$  hay aceleración, por lo tanto:

$$\sum F_y = T \sin[\alpha(x + \Delta x)] - T \sin[\alpha(x)] = \frac{M}{L} \Delta x \frac{\partial^2 \psi(x, t)}{\partial t^2}$$

Donde  $\psi(x, t) = y(x, t)$  es el desplazamiento de la cuerda desde la posición de equilibrio.

SEGUNDO EXAMEN PARCIAL DE ONDAS Y PARTÍCULAS  
 ESCUELA DE FÍSICA, FACULTAD DE CIENCIAS  
 UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER  
 31 de marzo de 2006.



- 4.3. (Valor 0.3) A partir de los resultados obtenidos en 4.1 y 4.2, encuentre la ecuación de onda.

R/ Dado que  $\alpha$  es un ángulo pequeño,  $\sin[\alpha(x)] \approx \tan[\alpha(x)] = \frac{\partial \psi(x,t)}{\partial x} \Big|_x$  y  
 $\sin[\alpha(x + \Delta x)] \approx \tan[\alpha(x + \Delta x)] = \frac{\partial \psi(x,t)}{\partial x} \Big|_{x+\Delta x}$   
 Entonces:  $T\sin[\alpha(x + \Delta x)] - T\sin[\alpha(x)] \approx T \left\{ \frac{\partial \psi(x,t)}{\partial x} \Big|_{x+\Delta x} - \frac{\partial \psi(x,t)}{\partial x} \Big|_x \right\}$ .  
 Teniendo en cuenta que  $\sum F_y = T\sin[\alpha(x + \Delta x)] - T\sin[\alpha(x)] = \frac{M}{L} \Delta x \frac{\partial^2 \psi(x,t)}{\partial t^2}$ ,  
 $\frac{\partial^2 \psi(x,t)}{\partial x^2} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\frac{\partial \psi(x,t)}{\partial x} \Big|_{x+\Delta x} - \frac{\partial \psi(x,t)}{\partial x} \Big|_x}{\Delta x}$ , dividiendo por  $\Delta x$  y tomando el límite  
 cuando  $\Delta x \rightarrow 0$  se obtiene:  $\frac{\partial^2 \psi(x,t)}{\partial x^2} = \frac{M}{LT} \frac{\partial^2 \psi(x,t)}{\partial t^2}$

- 4.4. (Valor 0.2) A partir del resultado obtenido en 4.3, ¿cuál es la expresión para la velocidad de una onda transversal en una cuerda?

R/ Comparando el resultado del ítem anterior,  $\frac{\partial^2 \psi(x,t)}{\partial x^2} = \frac{M}{LT} \frac{\partial^2 \psi(x,t)}{\partial t^2}$ , con la ecuación de onda  $\frac{\partial^2 \psi(x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \psi(x,t)}{\partial t^2}$ , se encuentra que la velocidad de una onda transversal es  $v = \sqrt{\frac{LT}{M}}$

5. Responda las siguientes preguntas argumentando su respuesta

- 5.1. Dos ondas que se propagan en una cuerda de 5[m] de longitud están dadas por:

$$\psi_1(x,t) = \frac{1}{20} \cos(\pi x - 6t) \quad [m]$$

$$\psi_2(x,t) = \frac{1}{20} \cos(\pi x + 6t) \quad [m]$$

- 5.1.1. (Valor 0.2) Encuentre la función de onda resultante de la superposición de  $\psi_1(x,t)$  y  $\psi_2(x,t)$ .

R/  $\psi(x,t) = \psi_1(x,t) + \psi_2(x,t) = \frac{1}{20} [\cos(\pi x - 6t) + \cos(\pi x + 6t)] \quad [m]$

Recordando que  $\cos(A+B) + \cos(A-B) = 2\cos(A)\cos(B)$  y tomando  $A = \pi x$ ,  $B = 6t$  se obtiene:

$$\psi(x,t) = \frac{1}{10} \cos(\pi x) \cos(6t) \quad [m]$$

- 5.1.2. (Valor 0.2) Determine la posición de los nodos y de los antinodos en la cuerda.

R/ Los nodos se encuentran en los puntos donde  $\psi(x,t) = 0$ , para todo  $t$ .

Entonces, los nodos se encuentran cuando  $\pi x = \frac{2n+1}{2}\pi$ ,  $n = 0, 1, 2, \dots$ . Los

nodos están ubicados en  $x = \frac{2n+1}{2} [m]$ ,  $n = 0, 1, 2, 3 \wedge 4$ , es decir,

$x = \left\{ \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \frac{7}{2} \wedge \frac{9}{2} \right\} [m]$ . Los antinodos se encuentran entre dos nodos adyacentes, es decir, en  $x = \{0, 1, 2, 3, 4 \wedge 5\} [m]$

SEGUNDO EXAMEN PARCIAL DE ONDAS Y PARTÍCULAS  
 ESCUELA DE FÍSICA, FACULTAD DE CIENCIAS  
 UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER

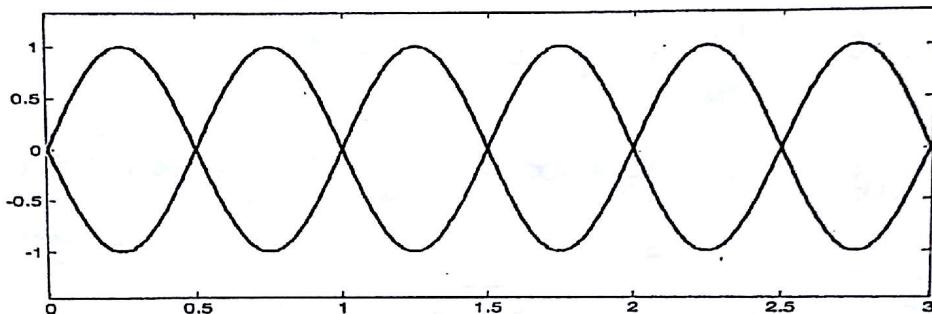
31 de marzo de 2006.



- 5.2. Una cuerda de  $3[m]$  de longitud y  $\frac{1}{6}[Kg]$  de masa, está fija en ambos extremos. Si en un determinado instante se observa el primer nodo a una distancia de  $0.5[m]$  de uno de sus extremos.
- 5.2.1. (Valor 0.2) ¿Qué armónico describe la onda en la cuerda? Haga un dibujo ilustrativo.

R/ Para una cuerda fija en ambos extremos, el número de lóbulos de la onda estacionaria,  $m$ , es igual al modo normal de vibración,  $n$ . Si el primer nodo está a  $0.5 [m]$ , entonces, el número total de lóbulos será  $m = \frac{3[m]}{0.5[m]} = 6 = n$ .

La onda describe el sexto armónico, porque  $n=6$ .



- 5.2.2. (Valor 0.2) Encuentre la frecuencia fundamental si la tensión en la cuerda es  $2 [N]$ .

R/ La velocidad de una onda en una cuerda es  $v = \sqrt{\frac{LT}{M}}$ , ver ítem 4.4.  
 Entonces, la velocidad de la onda estacionaria será  
 $v = \sqrt{\frac{LT}{M}} = \sqrt{\frac{(3[m])(2[N])}{\frac{1}{6}[Kg]}} = 6[m/s]$ . Como  $f_1 = \frac{v}{2L}$ , entonces, la frecuencia fundamental  $f_1 = \frac{6[m/s]}{2(3[m])} = 1 \text{ Hz}$

- 5.2.3. (Valor 0.2) Encuentre la frecuencia del décimo armónico.

R/ La frecuencia para el  $n$ -ésimo armónico está dada por  $f_n = nf_1$ . Por lo tanto, la frecuencia del décimo armónico será  $f_{10} = 10(1 \text{ [Hz]}) = 10 \text{ [Hz]}$



NOMBRE:

SOLUCIÓN

CÓDIGO:

EXPRESIONES ÚTILES

$$p - p_0 = -p_0 \frac{\partial S}{\partial x}, \quad \frac{\partial p}{\partial x} = -p_0 \frac{\partial^2 S}{\partial t^2}, \quad p - p_0 = -B \frac{\partial S}{\partial z}, \quad S(x, t) = S_0 \cos(kx - \omega t), \quad \langle I \rangle = v \langle U \rangle$$

$$\frac{d^2 y}{dt^2} = v^2 \frac{d^2 y}{dx^2}, \quad B = 10 \log \left( \frac{I}{I_0} \right), \quad \langle I \rangle = P / 4\pi r^2, \quad f_0 = f_F \frac{(v_s \pm v_p)}{(v_s \pm v_F)}$$

Para todos los puntos justifique cada una de sus respuestas. Escoja los puntos de tal forma que la sumatoria total no exceda el valor máximo, 5.0.

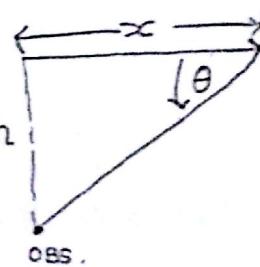
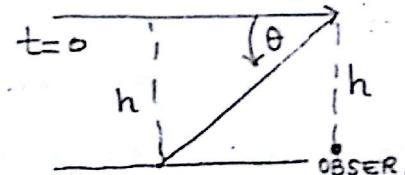
- I (Valor 1.0) Un avión supersónico que vuela a  $3[\text{Mach}]$  a una altitud de  $20000[\text{m}]$  está directamente sobre una persona en el tiempo  $t = 0$ . (a) ¿Cuánto tiempo pasará antes de que la persona encuentre la onda de choque?  
(b) ¿Dónde estará el avión cuando finalmente sea escuchado?

(b)  $\tan \theta = \frac{v_s}{v_F} = \frac{1}{3} \Rightarrow \theta \approx 19.5^\circ$

$$\tan \theta = \frac{h}{x} \Rightarrow x = \frac{h}{\tan \theta} \Rightarrow x \approx 56.6 [\text{km}]$$

(a)  $t = \frac{x}{v_F}$

$$t \approx 56.3 [\text{s}]$$



- II. (Valor 1.0) La velocidad de propagación del sonido en un líquido es

$$v = \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi} + \frac{2\pi\tau}{\rho\lambda}}, \quad (1)$$

siendo  $\tau$  la tensión superficial (constante),  $g$  la aceleración de la gravedad y  $\rho$  la densidad del líquido. Encuentre la velocidad de grupo en este líquido.

VELOCIDAD DE GRUPO :  $v_G = \frac{dw}{dk} = v + k \frac{dv}{dk}$

$$v = \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi} + \frac{\tau}{\rho} \frac{2\pi}{\lambda}} \Rightarrow v(k) = \sqrt{gk^{-1} + \frac{\tau}{\rho} k}$$

$$\Rightarrow v_G = \frac{gk + 3k^2\tau}{2k\rho v} \quad |_{R/a}$$

III. (Valor 1.0) Demuestre que cuando comprimimos una columna de gas de densidad inicial  $\rho_0$ , se satisface la siguiente expresión

$$\Delta p = v^2 \Delta \rho,$$

siendo  $\Delta p$  la diferencia de presiones  $p(x, t) - p_0$ ,  $\Delta \rho$  la diferencia de densidades  $\rho(x, t) - \rho_0$ ,  $p_0$  la presión inicial y  $v$  la velocidad de propagación.

IGUALANDO (1) y (2)

SABEMOS QUE

$$(1) p(x, t) - p_0 = -B \frac{\partial S}{\partial x}$$

$$(2) \rho(x, t) - \rho_0 = -p_0 \frac{\partial S}{\partial x}$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\Delta p}{B} = \frac{\Delta \rho}{\rho_0} \\ \text{COMO } v^2 = B/\rho_0 \end{array} \right\} \Rightarrow \boxed{\Delta p = v^2 \Delta \rho}$$

IV. (Valor 1.0) Considere una cuerda de longitud  $l$  y densidad lineal  $\mu$  fija en ambos extremos, la cual es sometida a una tensión  $T$  para generar una onda estacionaria en la cuerda.

(1) (Valor 0.2) Escriba la ecuación de la onda estacionaria en la cuerda,  $\psi = \psi(x, t)$ , en términos del número de onda  $k$ , y la frecuencia angular  $\omega$ . Suponga que la amplitud de las ondas que forman esta onda estacionaria es  $\psi_0$ .

$$\psi(x, t) = 2\psi_0 \sin(kx) \cos(\omega t)$$

(2) (Valor 0.4) Para la condición de frontera,  $x = l$ , halle la relación entre la longitud de onda  $\lambda$ , y la longitud de la cuerda  $l$  en términos del número de armónicos,  $n$ .

$$\text{EN "x = l" HAY UN NODO} \Rightarrow \psi(l, t) = 0 ; n = 0, 1, 2, \dots$$

$$\Rightarrow 2\psi_0 \sin(kl) = 0 \Rightarrow \frac{2\pi}{\lambda} l = n\pi \Rightarrow \boxed{\lambda_n = \frac{2l}{n}}$$

(3) (Valor 0.4) De acuerdo con el anterior resultado y recordando que la velocidad de propagación de una onda transversal en una cuerda es  $(T/\mu)^{1/2}$  determine las frecuencias de oscilación en la cuerda.

$$v = \text{CTE} = \frac{\text{LARGITUD DE ONDA}}{\text{TIEMPO}} = \frac{\lambda}{T} = \lambda f$$

$$\Rightarrow f = \frac{v}{\lambda} \Rightarrow \boxed{f_n = \frac{n}{2l} \sqrt{\frac{T}{\mu}}}$$

V. (Valor 0.5) Dos ondas que viajan en la misma cuerda se describen por medio de las expresiones

$$y_1(x, t) = \frac{5}{(3x - 4t)^2 + 2}, \quad y_2(x, t) = \frac{-5}{(3x + 4t - 6)^2 + 2}$$

¿Cuál es la velocidad de propagación de cada uno de los pulsos?

$y(x, t) = y(x \pm vt) \rightarrow$  SIENDO " $v$ " LA VELOCIDAD DE PROPAGACIÓN

$$\Rightarrow y_1(x, t) = \frac{5}{(3x - 4t)^2 + 2} \rightarrow y(x) = ?$$

$$y_1(x, t) = \frac{5}{9(x - \frac{4}{3}t)^2 + 2} \Rightarrow$$

$$\boxed{v = \frac{4}{3} \left[ \frac{L}{M} \right]} \quad \begin{array}{l} \text{PARA "y}_2\text{"} \\ \text{ES LA} \\ \text{MISMA} \end{array}$$

4.0 + 0.5

15 faltó pasar 3.9 + 0.3 = 4.2



UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER  
FACULTAD DE CIENCIAS ESCUELA DE FÍSICA  
SEGUNDO PREVIO DE ONDAS

4.2

NOMBRE	Juan Diego Montoya F. I.	CÓDIGO	2010373
PROFESOR	Leorando Pachón C.	GRUPO	J2A

Tiempo: 1 hora y 45 minutos.

Valores que puede necesitar:  $\gamma = 1.4$ ,  $R = 8.31 \text{ J}^\circ\text{K}\cdot\text{mol}$ ,  $\rho_0 = 1.25 \times 10^{-3} \text{ kg/m}^3$ Densidad del Aluminio =  $2.7 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$  Modulo de Joung del aluminio =  $7.0 \times 10^{10} \text{ kg/m}^2$   
 $M = 28.8 \text{ g}$ .

- 1.0 (Valor: 0.5) Una cuerda con densidad lineal de masa constante cuelga del techo. Si un pulso se genera en el extremo libre de la cuerda ¿es constante la velocidad de propagación del pulso? Explique su respuesta.

$V = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$   $V = \sqrt{\frac{mg}{\mu}} = \sqrt{gk}$   $\mu = \frac{m}{l}$  La velocidad de propagación de la onda no es constante ya que depende de la longitud de la cuerda que va disminuyendo, por lo que el pulso disminuye su velocidad.

- 2.0 (Valor: 0.6) Si en una onda estacionaria en una cuerda,  $\Delta x$  es la distancia entre dos nodos consecutivos, ¿Cuál será la distancia entre nodos consecutivos cuando la tensión en la cuerda se duplica? Explique su respuesta.

$$\frac{\lambda}{2} = \Delta x \quad V = \sqrt{\frac{T}{\mu}} \quad \lambda = Vf \quad 2\Delta x f = \sqrt{\frac{2T}{\mu}} \quad \Delta x' = \sqrt{\frac{T}{2\mu}}$$

$$V = 2\Delta x f \quad \text{D) } 2\Delta x f = \sqrt{\frac{T}{\mu}} \quad \frac{1}{2\Delta x} \sqrt{\frac{T}{\mu}} = \sqrt{\frac{1}{2\Delta x} \frac{T}{\mu}}$$

- 3.0 (Valor: 0.6) Dos ondas sonoras tienen igual amplitud de presión, pero una de ellas tiene una frecuencia que es el doble de la otra. ¿Cómo están relacionadas las amplitudes de deformación de las dos ondas?

$$P_1 = P_2 \quad f_2 = 2f_1 \quad \Delta P_{max} = P_1 2\pi f_1 S_{max}$$

$$\Delta P_{max} = P_1 2\pi f_1 S_{max}$$

$$S_{max} = \frac{S_{max}}{2}$$

- 4.0 (Valor: 0.5) ¿El aire es un medio dispersivo? Explique su respuesta.

Sí, es dispersivo para ondas que propagan el sonido, porque las partículas que están en la atmósfera hacen con la onda un efecto de refracción.

por lo tanto  $V_{air} = V_{water}$ .

No depende de la longitud de onda.

- 5.0 (Valor: 0.6) ¿La superposición de dos ondas sinusoidales que se propagan en un medio puede dar como resultado una onda no sinusoidal? justifique su respuesta con dos ejemplos. Si:

$$\text{D) } y_1 = y_0 \cos(f_1 t - \phi_1)$$

$$y_2 = y_0 \cos(f_2 t - \phi_2)$$

$$\text{D) } y_1 = y_0 \cos(f_1 t - \phi_1)$$

$$y_2 = y_0 \cos(f_1 t - \phi_2)$$

$$y_1 = y_0 [\cos(kx \cos \phi_1 + \omega_1 t - \phi_1) + \cos(kx \sin \phi_1 - \omega_1 t - \phi_1)]$$

$$y_2 = 2y_0 [\cos(kx \cos \phi_2) \text{ no sinusoidal}]$$

$$y_1 + y_2 = y_0 [\cos(kx \cos \phi_1 + \omega_1 t - \phi_1) + \cos(kx \cos \phi_2 + \omega_2 t - \phi_2)]$$

$$= \cos(kx \cos \phi_1 + \omega_1 t - \phi_1)$$

6.0 (Valor: 0.7) Al golpear una barra larga de aluminio en uno de sus extremos, se reciben dos sonidos, en el otro extremo, con una diferencia de 0.3 s. Si la temperatura ambiente es de 15 °C ¿Cuál es la longitud de la barra?

$$\Delta t = 0.3 \text{ s} \quad V = \sqrt{\frac{E}{\rho}} = \sqrt{\frac{70 \times 10^9}{2.7 \times 10^3}} = 15041.75 \text{ m/s}$$

~~0.3~~

$$t_1 = 0.15 \text{ s} \quad V = \sqrt{\kappa T} \quad (V_1 t_1 - V_2 t_2 = 0) \quad (1)$$

$$V = 2885 \sqrt{288} \quad (V_2 = 3433 \text{ m/s}) \quad (2)$$

$$V_1 (0.3 + t_2) - V_2 t_2 = 0 \quad t_2 = \frac{V_1 (0.3 + t_2)}{V_2} \quad (3)$$

$$0.3 V_1 t_2 - V_2 t_2 = 0 \Rightarrow 0.3 V_1 + V_2 \frac{L}{V_2} - V_2 \frac{L}{V_2} = 0 \Rightarrow L = ?$$

7.0 (Valor: 0.8) Dos ondas se mueven en una cuerda de masa por unidad de longitud  $\mu$ , y tensión  $T$  de tal manera que sus funciones de onda son:

$y_1(x,t) = y_0 \cos(\omega t - kx - \pi/6)$ ,  $y_2(x,t) = y_0 \cos(\omega t - kx + \pi/6)$  ¿Cuál es la intensidad promedio de la onda resultante?

$$y_1 + y_2 = y_0 [\cos(\omega t - kx - \pi/6) + \cos(\omega t - kx + \pi/6)]$$

$$y_1 + y_2 = y_0 [\cos(\omega t - kx) \cos(\pi/6) + \sin(\omega t - kx) \sin(\pi/6) + \cos(\omega t - kx) \cos(\pi/6) - \sin(\omega t - kx) \sin(\pi/6)]$$

$$y_1 + y_2 = 2y_0 [\cos(\omega t - kx) \cos(\pi/6)] \Rightarrow y_1 + y_2 = \frac{\sqrt{3}}{2} y_0 \cos(\omega t - kx)$$

$$\langle I \rangle = \frac{1}{2} \mu \omega^2 y^2$$

$$\langle I \rangle = \frac{1}{2} \mu \omega^2 (\sqrt{3} y_0)^2 \sqrt{\frac{I}{\mu}} \Rightarrow \frac{1}{2} \mu \omega^2 3 y_0^2 \sqrt{\frac{I}{\mu}} \Rightarrow \langle I \rangle = \frac{3}{2} \mu \omega^2 y_0^2 \sqrt{\frac{I}{\mu}}$$

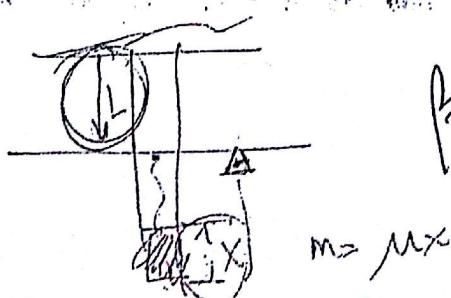
8.0 (Valor: 0.7) Una onda sonora se propaga en el aire. Si la onda de deformación es:  $\epsilon(x,t) = \epsilon_0 \cos(\omega t - kx)$  ¿Cuál es la ecuación de la onda de presión? ¿Cuál es la ecuación de la onda de densidad?

$$P = P_0 - \beta \left[ \epsilon_0 K \sin(\omega t - kx) \right]$$

$$\rho = \rho_0 \left( 1 + \epsilon_0 K \sin(\omega t - kx) \right)$$

$$P = P_0 - \beta \left( \frac{d\epsilon}{dt} \right)$$

$$\rho = \rho_0 \left( \frac{d\epsilon}{dt} \right)$$



$$m = Mx$$

$$m = \sqrt{gL} = \sqrt{g_x}$$