

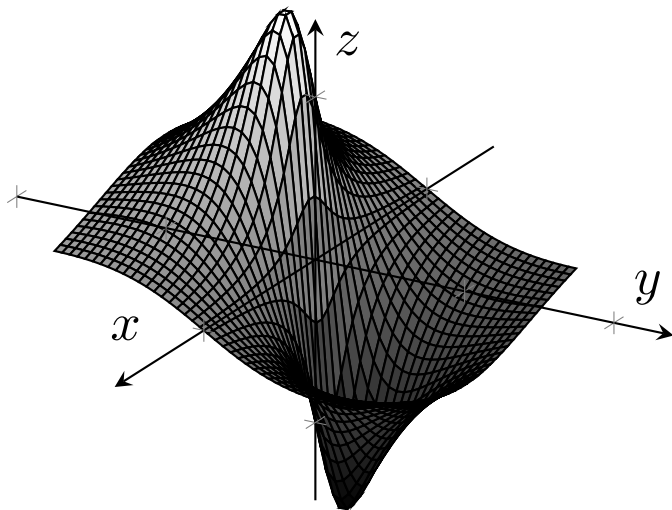


Instrucciones:

- Lea cuidadosamente las preguntas del examen y responda de una **manera clara, ordenada y precisa**; sobre la base de lo visto en clase y el **texto gua**, como su forma de justificar de manera adecuada.
- **No se respondan preguntas**, parte de la evaluación es la comprensión de los enunciados.
- Recuerde que **respuestas incompletas o sin justificación adecuada** no serán valoradas.
- Durante el tiempo del examen no está permitido el uso de cualquier dispositivo electrónico. Tampoco está permitido retirarse del salón, sin importar la justificación.
- Cada punto tiene el mismo valor.

1. Se presenta una parte de la gráfica de la función

$$f(x, y) = \frac{-3y}{x^2 + y^2 + 1}$$



Con esta información, responda lo siguiente:

- a) Las curvas de nivel son las curvas cuyas ecuaciones son $f(x, y) = k$, donde k es una constante en el rango de f . Haga un esquema aproximado de algunas de esas curvas de nivel para $f(x, y) = \frac{-3y}{x^2 + y^2 + 1}$.
Ayuda: Use el gráfico dado; no las encuentre de manera algebraica.

- b) Determine si existe el siguiente límite

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (x,0)} \frac{-3y}{x^2 + y^2 + 1}$$

- c) teniendo en cuenta los incisos anteriores, ¿Qué ocurre con las curvas de nivel en una región cercana al eje x ?

2. Encuentre y haga un esbozo del dominio de la función dada.

$$f(x, y) = \sqrt{\sin(x^2 + y^2)\pi}$$

3. Trace la gráfica de la función

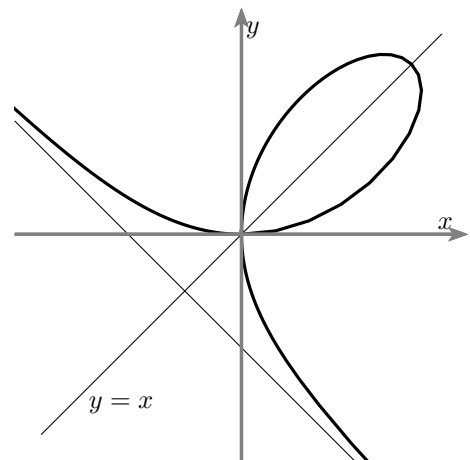
$$f(x, y) = e^{-y}$$

4. En la figura se muestra la clásica curva

$$\vec{f}(t) = \left(\frac{3t}{1+t^3}, \frac{3t^2}{1+t^3} \right)$$

llamada “Folio de Descartes”.

- a) Muestre que la curva \vec{f} es simétrica respecto de la recta $y = x$ (ver figura), esto es, si (x, y) está en la curva, entonces (y, x) también está en la curva.
- b) En qué puntos se encuentra la curva \vec{f} y la recta $y = x$.



5. Determine si el límite existe.

- a. $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{3 \sin xy}{xy^2 + x^2y}$.
- b. $\lim_{(x,y) \rightarrow (2,0)} \frac{2y^2}{(x-2)^2 + y^2}$

El examen tiene una duración de 1 hora y 30 minutos.

“Infinites, when considered absolutely without any restriction or limitation, are neither equal nor unequal, nor have any certain proportion one to another, and therefore, the principle that all infinites are equal is a precarious one. ”

ISAAC NEWTON