UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER

FACULTAD DE CIENCIAS

ESCUELA DE MATEMÁTICAS

CURSO: CÁLCULO III. **Trabajo - 1**

Profesor: Pedro Nel Jaimes Jaimes

Grupo 1

1. Determine y dibuje el dominio de la función $f(x,y) = \dfrac{1}{\sqrt{\ln(x-y)\ln(x+y)}}$.
2. Determine todas las derivadas de segundo orden para la función

$$h(x,y) = \arctan(xy) - \cos\left(\frac{y}{x}\right) + 3x^3y^5$$

y verifique si se cumple el teorema de Clairaut.

Grupo 2

1. Describir las curvas de nivel para la función $g(x,y) = \displaystyle\int_x^y (2t-1)\,dt$ y luego, graficar por lo menos 10 curvas de nivel en un mapa de contorno.
2. Determine si el límite de la función $f(x,y) = \dfrac{x^3y + xy^3}{\sqrt{x^2+y^2}}$ cuando $(x,y) \to (0,0)$ existe, justifique adecuadamente su respuesta.

Grupo 3

1. Suponga que tenemos la siguiente función: $f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{6x^2y^3}{(x^2+y^2)^2} & si \quad (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & si \quad (x,y) = (0,0). \end{cases}$ Determine si f es continua en $(x,y) = (0,0)$.
2. Hallar la ecuación del plano tangente a la superficie $f(x,y) = (x^2+1)^x - 3(y^2+x)^y$, con $y^2 + x > 0$ en el punto $Q(1,1)$.

Grupo 4

1. Determine la ecuación del plano tangente a la superficie $f(x,y) = \dfrac{1+\cos^2(x-y)}{1+\cos^2(x+y)}$ en el punto $P\left(\dfrac{\pi}{3}, \dfrac{\pi}{6}, \dfrac{7}{4}\right)$.
2. Sea f una función real de dos variables de clase C^2, definida por $z = f(x,y) = e^{x^2y}$ pruebe que para $x \neq 0$:

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + 2x^2\frac{\partial z}{\partial x} - \frac{4y^2}{x^2}\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} - 2\frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x} = 2(y-2x)z.$$

Grupo 5

1. Calcule las ecuaciones paramétricas de la recta tangente a la curva C de intersección entre la superficie $z = \dfrac{1}{3}\sqrt{36 - 9x^2 - 4y^2}$ y el plano $x = 1$ en el punto $(1, -2, \sqrt{11}/3)$.
2. Considere la siguiente función: $f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{xy^4 - x^4y}{x^3+y^3} & si \quad x \neq -y, \\ 0 & si \quad x = -y. \end{cases}$ Calcule $f_x(x,y)$ y $f_y(x,y)$ para $(x,y) \neq (0,0)$. Determine $f_x(0,0)$ y $f_y(0,0)$. ¿Y podemos afirmar que $f_{xy}(0,0) = f_{yx}(0,0)$?