



Universidad Industrial de Santander  
Escuela de Matemáticas  
**ECUACIONES DIFERENCIALES**  
Agosto 17 de 2019

**CUARTO EXAMEN**  
**Transformada de Laplace**  
**VALOR:** 20 % (25 %)  
Prof. Juan Camilo Cala B.

**NOMBRE:**

**CÓDIGO:**

**INSTRUCCIONES:**

- Sea claro y ordenado en cada una de sus respuestas. Respuestas sin sus debidas justificaciones no tienen valor.
- No está permitido el uso de ningún tipo de dispositivo electrónico ni calculadora graficadora, únicamente se admite el uso de una calculadora científica convencional.
- No está permitido el préstamo de borradores, lápices o cualquier otro implemento durante el examen.
- Duración del examen: 1h 30 min.

**PROBLEMA 1.** Resuelva el PVI dado por

$$y'' - 6y' + 9y = t^2 e^{3t}, \quad y(0) = 2, \quad y'(0) = 17.$$

**PROBLEMA 2.** Demuestre el **TEOREMA DE CAMBIO DE ESCALA**, esto es, haga evidente que si  $\mathcal{L}\{f(t)\} = F(s)$  y  $a > 0$  es una constante, entonces

$$\mathcal{L}\{f(at)\} = \frac{1}{a} F\left(\frac{s}{a}\right).$$

[SUGERENCIA: Use la definición formal de la transformada de  $f(at)$  y haga el cambio de variable  $\tau = at$  en la integral.]

**PROBLEMA 3.** Considere la función  $f$  definida a tramos según lo siguiente:

$$f(t) = \begin{cases} 3, & \text{si } 0 \leq t \leq 1, \\ \sin(t-1), & \text{si } 1 \leq t \leq 4, \\ e^{-4t} \cosh(2t), & \text{si } t \geq 4. \end{cases}$$

- Escriba a  $f$  de forma compacta usando funciones escalón unitario.
- Use lo anterior para hallar  $\mathcal{L}\{f(t)\}$ .

**¡MUCHOS ÉXITOS!**