Universidad Industrial de Santander

Facultad de Ciencias
Escuela de Matemáticas

Quinto taller de refuerzo

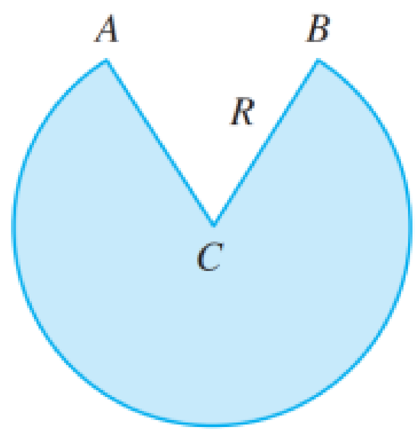
Optimización

Cálculo III-20254
Fecha: Abril 2025

Nombre: ______________________ Código: ______________ Grupo: ______________

1. El plano $x + y + 2z = 2$ al intersecar el paraboloide $z = x^2 + y^2$ forma una elipse. Encuentre los puntos de la elipse que son los más cercanos y los más lejanos al origen. Construir la gráfica en GeoGebra.

2. Un recipiente cónico para beber se hace de una pieza circular de papel de radio R, recortando un sector y uniendo los bordes CA y CB. Encuentre la capacidad máxima de dicho recipiente. Dibujar la solución en GeoGebra.



3. Una compañía fabrica comida para gatos a base de pollo, que cuesta 25 centavos por onza, y carne, que cuesta 20 centavos por onza. El pollo tiene 10 gramos de proteina y 4 gramos de grasa por onza, mientras que la carne tiene 5 gramos de proteina y 8 gramos de grasa por onza. Cada paquete de comida debe pesar entre 10 y 16 onzas, y debe tener al menos 95 gramos de proteina y 80 gramos de grasa. ¿Qué cantidad de pollo y carne debe usar la compañía en cada paquete para minimizar el costo y cumplir con los requerimientos mencionados?

4. Se va a construir una caja rectangular cerrada de modo tal que su volumen corresponda a 60 $pies^3$. El costo del material para la parte superior y el fondo son, respectivamente, de 10 centavos por pie cuadrado y 20 centavos por pie cuadrado. El costo de los lados es de 2 centavos por pie cuadrado. Determine la función de costo $C(x, y)$, donde x y y son la longitud y el ancho de la caja, respectivamente. Calcule las dimensiones de la caja que producirán un costo mínimo. Dibujar la caja en GeoGebra.

5. Determine los máximos y mínimos locales, o puntos de silla de la función $f(x,y) = (x^2+y^2)e^{y^2-x^2}$. Además, grafique la función en Geogebra y los puntos.

6. Encuentre los puntos sobre el cono $z^2 = x^2 + y^2$ más cercanos al punto $(4,2,0)$. Use Geogebra para dibujar la función t los puntos.

7. Está en proceso de diseño un edificio rectangular para minimizar las pérdidas de calor. Los muros oriente y poniente pierden calor a razón de 10 unidades/m^2 por día, los muros del norte y del sur pierden 8 unidades/m^2 por día, el piso pierde 1 unidad/m^2 por día y el techo pierde 5 unidades/m^2 por día. Cada muro debe medir por lo menos 30 m de largo, la altura debe ser por lo menos 4 m y el volumen debe ser exactamente 4000 m^3. Encuentre las dimensiones que minimizan la pérdida de calor. Compruebe tanto los puntos críticos como los puntos en el límite del dominio.

8. Determine los volúmenes máximo y mínimo de una caja rectangular cuya área superficial es de $1500cm^2$ y cuyo largo total es de $200cm$.

■