



NOMBRE:

CÓDIGO:

INSTRUCCIONES:

- Sea claro y ordenado en cada una de sus respuestas. Respuestas sin sus debidas justificaciones no tienen valor.
- No está permitido el uso de ningún tipo de dispositivo electrónico ni calculadora graficadora, únicamente se admite el uso de una calculadora científica convencional.
- No está permitido el préstamo de borradores, lápices o cualquier otro implemento durante el examen.
- Resuelva **ÚNICAMENTE UN PROBLEMA POR PÁGINA** y, llegado el caso de no alcanzarle, utilice **SOLAMENTE UNA HOJA** para ello. No se haga el impedido ☺.
- Adicionalmente encontrará un **BONUS AURIVERDE** que vale +0,5 de su nota definitiva en caso de acertar.
- Duración del examen: 2h.

PROBLEMA 1. Establezca si las siguientes afirmaciones son **FALSAS** o **VERDADERAS**. Justifique con suficiente rigor matemático cada una de sus elecciones.

- (a) La ecuación diferencial $(x + ye^{y/x}) dx - xe^{y/x} dy = 0$ no es homogénea.
(b) Las funciones $\{\operatorname{senh} x, \cosh x, 0\}$ constituyen un conjunto fundamental de soluciones de la ecuación diferencial $y'' - y = 0$.
(c) El **PVF** dado por
- $$\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x}, \quad y(0) = 0, \quad y(\pi/2) = 0,$$
- tiene solución única.
(d) Si $y_1 = e^x$ y $y_2 = e^{-x}$ son soluciones de una ecuación diferencial homogénea, entonces $y_3 = \cosh x$ y $y_4 = \operatorname{senh} x$ también lo son.

PROBLEMA 2. Resuelva la ecuación diferencial

$$x \frac{dy}{dx} = y \ln(xy).$$

[SUGERENCIA: Use la sustitución $u = \ln(xy)$.]

PROBLEMA 3. Es sabido que la unidad imaginaria i es una raíz de multiplicidad 3 del polinomio

$$p(x) = x^9 - 2x^8 + 4x^7 - 8x^6 + 6x^5 - 12x^4 + 4x^3 - 8x^2 + x - 2.$$

Halle un conjunto fundamental de soluciones de la ecuación diferencial homogénea de coeficientes constantes cuyo polinomio auxiliar es $p(x)$.

PROBLEMA 4. Resuelva el **PVF** dado por

$$y'' + 3y = 6x, \quad y(0) = 0, \quad y(1) + y'(1) = 0.$$

BONUS AURIVERDE. Prediga el **NÚMERO TOTAL DE GOLES ANOTADOS POR AMBOS EQUIPOS** en el encuentro del glorioso Atlético Bucaramanga vs Club Deportivo Junior.

¡MUCHOS ÉXITOS!