

Nombre: _____ Código: _____ Grupo: _____

Instrucciones:

- Tiempo: (1 h 50 min) 1 h 40 min para resolver + 10 min de revisión y entrega.
- Para todas las preguntas, justifique sus respuestas.
- Si requiere de calculadora, solo puede usar calculadora no programable.

►Pregunta 1. (0,9 valor). Tiempo estimado (20 min)

En la Figura 1, la batería tiene un voltaje de 12 V y cada uno de los cinco condensadores tiene una capacitancia de $10 \mu\text{F}$. Calcule la carga en:

- (valor 0,3) el condensador C_1
- (valor 0,3) el condensador C_2
- (valor 0,3) el condensador C_3

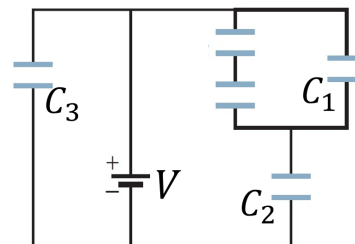
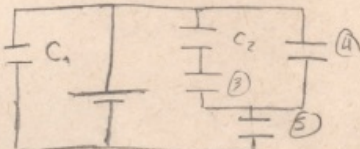


Figura 1.

Solución pregunta 1:

Nota: Los valores de esta solución se calcularon para $V = 10 \text{ V}$ y se encontraron las capacitancias de otros condensadores.

Circuito de capacitores



Cada uno tiene $10 \mu\text{F}$

Cequi \Rightarrow

$$C_{23} \Rightarrow \frac{1}{C_{23}} = \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} = \frac{1}{10} + \frac{1}{10}$$

$$\frac{1}{C_{23}} = \frac{2}{10} \Rightarrow \underline{C_{23} = 5 \mu\text{F}}$$

$$C_{234} = C_{23} + C_4 = 5 \mu\text{F} + 10 \mu\text{F}$$

$$C_{234} = 15 \mu\text{F}$$

Entre 234 y 5:

$$\frac{1}{C_{2345}} = \frac{1}{C_{234}} + \frac{1}{C_5} = \frac{1}{15} + \frac{1}{10} = \frac{10 + 15}{150} = \frac{25}{150} = \frac{1}{6}$$

$$C_{2345} = 6 \mu\text{F}$$

Al final C_1 y C_{2345} quedan en paralelo $C_{\text{equi}} = C_1 + C_{2345}$

$$\boxed{C_{\text{equi}} = 16 \mu\text{F}}$$

Carga total:

$$q_r = C_{\text{equi}} V \Rightarrow q_r = (16)(10) \rightarrow \underline{q_r = 160 \mu\text{C}}$$

$q_1 = C_1 V = (10)(10) \rightarrow q_1 = 100 \mu\text{C}$

para el capacitor equivalente del lado derecho C_{2345}

$$q_{2345} = C_{2345} V \Rightarrow q_{2345} = (6)(10) = 60 \mu\text{C} \rightarrow \text{Esta sería la carga en}$$

C_{234} y C_5 pues están en serie, entonces $V_{234} = q_{2345} / C_{234} = 60 \mu\text{C} / 15 \mu\text{F} = 4 \text{ V}$

La carga en C_2 sería $\rightarrow q_{23} = C_{23} V_{234} = (5)(4) = 20 \mu\text{C} \rightarrow \underline{q_2 = 20 \mu\text{C}}$

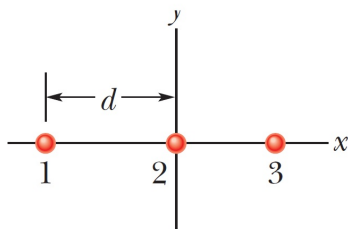
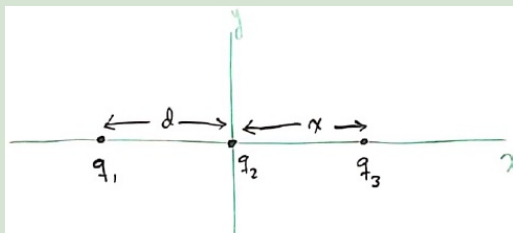


Figura 2.

►Pregunta 2. (1,1 valor). Tiempo estimado (20 min)

La partícula 1 (de carga $5 \mu\text{C}$) y la partícula 2 (de $3 \mu\text{C}$) están fijas a una distancia $d = 4 \text{ cm}$ una de la otra sobre el eje x como se muestra en la Figura 2. Determine la distancia desde el origen sobre el eje x a la cual la partícula 3 con carga de $-5,7 \mu\text{C}$ debe ser colocada de tal manera que la energía potencial para el sistema (la energía de ensamble) sea igual a cero.

Solución pregunta 2:



$$U = k \frac{q_1 q_2}{d} + k \frac{q_1 q_3}{x+d} + k \frac{q_2 q_3}{x} = 0$$

$$\rightarrow \frac{q_1 q_2}{x+d} + \frac{q_2 q_3}{x} = -\frac{q_1 q_2}{d}$$

$$q_1 q_3 x + q_2 q_3 (x+d) = -\frac{q_1 q_2}{d} x(x+d)$$

$$(q_1 q_3 + q_2 q_3) x + q_2 q_3 d = -\frac{q_1 q_2}{d} x^2 - \frac{q_1 q_2}{d} x$$

$$\frac{q_1 q_2}{d} x^2 + (q_1 q_3 + q_2 q_3 + \frac{q_1 q_2}{d}) x + q_2 q_3 d = 0$$

$$x = 9.98 \times 10^{-2} \text{ [m]}$$

$$x \approx 10 \times 10^{-2} \text{ [m]}$$

►Pregunta 3. (1,2 valor). Tiempo estimado (20 min)

Los cuatro condensadores que se muestran en la Figura 3 tienen las siguientes capacitancias al vacío: $C_1 = 30 \mu\text{C}$, $C_2 = 20 \mu\text{C}$, $C_3 = 60 \mu\text{C}$ y $C_4 = 40 \mu\text{C}$. Todos los condensadores están inicialmente descargados. Si se cierra el interruptor S_1 , aparece una diferencia de potencial de 20 V entre las placas del condensador C_3 .

- (valor 0,6) Determine la capacitancia equivalente de la combinación que resulta.
- (valor 0,6) Si luego se abre el interruptor S_1 y se cierra el interruptor S_2 simultáneamente, calcule la diferencia de potencial eléctrico final entre las placas del condensador C_2 .

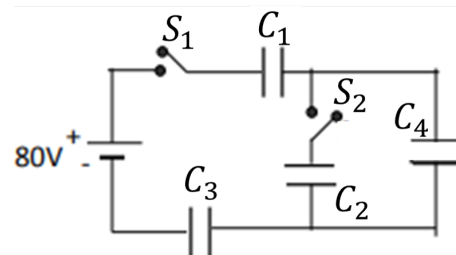


Figura 3.

Observaciones: En la pregunta 3 existen dos errores, el primero: las unidades de los capacitores o condensadores se encuentran en μC y las unidades correctas son μF , el segundo: el circuito mostrado

en la figura tiene el voltaje de la fuente (80 [V]) y el enunciado da el voltaje de C_3 (20[V]) cuando el interruptor S_1 está cerrado; se observa que no cumplen con la segunda ley de Kirchhoff, como se muestra a continuación:

Como los condensadores están en serie, todos tienen la misma carga.

$$Q = Q_1 = Q_3 = Q_4 \quad (1)$$

y al tener el voltaje de C_3 , se puede conocer el voltaje de C_1 y C_4

$$V_1 + V_3 + V_4 = \frac{Q_1}{C_1} + \frac{Q_3}{C_3} + \frac{Q_4}{C_4} \quad (2)$$

Al calcular Q_3 se puede conocer el valor de Q_1 Y Q_4

$$Q_3 = C_3 V_3 = 60[\mu F] 20[V] = 1200[\mu C] \quad (3)$$

entonces, sumando todos los voltajes:

$$V_1 + V_3 + V_4 = \frac{1200}{30} + \frac{1200}{60} + \frac{1200}{40} \frac{[\mu C]}{[\mu F]} = 90[V] \quad (4)$$

De esta manera se corroborará que **no se cumple** la segunda ley de Kirchhoff, ya que al sumar todos los voltajes de los condensadores no es igual al voltaje de la fuente, el cual corresponde a 80 [V].

Solución pregunta 3:

a). Al cerrar el interruptor S_1 , los condensadores C_1 , C_3 , C_4 quedan en serie. Por lo tanto:

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_3} + \frac{1}{C_4} = \frac{1}{30} + \frac{1}{60} + \frac{1}{40} = \frac{3}{40} \quad (5)$$

La capacitancia equivalente es igual a:

$$C_{eq} = \frac{40}{3} \quad (6)$$

Existen dos maneras para solucionar el inciso b, el primero es usando el voltaje C_3 y la segunda forma es usando el voltaje de la fuente, es necesario aclarar que **ambas respuestas son correctas**.

b). **Primer método de solución:** Abre el interruptor S_1 y se cierra el interruptor S_2 simultáneamente, los condensadores C_2 y C_4 quedan en paralelo, por consiguiente ambos tienen el mismo potencial V .

La carga total es igual a la carga que tenía el condensador C_4 ya que C_2 se encontraba descargado.

Como los condensadores están en serie, todos tienen la misma carga, la cual es la carga del condensador equivalente:

$$Q = Q_1 = Q_3 = Q_4 = C_{eq} V \quad (7)$$

si calculamos Q_3 se tendría el valor de Q_4

$$Q_3 = C_3 V_3 = 60[\mu F] 20[V] = 1200[\mu C] \quad (8)$$

Ahora, para calcular la diferencia de potencial eléctrico final entre las placas del condensador C_2 , se realiza de la siguiente manera:

$$V'_2 = \frac{Q'_2}{C_2} \quad (9)$$

$$Q'_2 + Q'_4 = 1200\mu C \quad (10)$$

Se calcula el valor de Q'_2 ,

$$V'_2 = V'4 \rightarrow \frac{Q'_2}{C_2} = \frac{Q'_4}{C_4} \quad (11)$$

dejando Q'_4 en términos de Q'_2 :

$$Q'_4 = \frac{C_4}{C_2} Q'_2 = \frac{40}{20} Q'_2 = 2Q'_2 \quad (12)$$

Usando la ecuación 10:

$$Q'_2 + 2Q'_2 = 3Q'_2 = 1200[\mu C] \quad (13)$$

despejando $Q'_2 = 600[\mu C]$

Usando la ecuación 9, se tiene que el valor de la diferencia de potencial eléctrico final entre las placas del condensador C_2 es :

$$V'_2 = \frac{600}{20} = 30[V] \quad (14)$$

b). Segundo método de solución:

Abre el interruptor S_1 y se cierra el interruptor S_2 simultaneamente, los condensadores C_2 y C_4 quedan en paralelo, por consiguiente ambos tienen el mismo potencial V' .

La carga total es igual a la carga que tenía el condensador C_4 ya que C_2 se encontraba descargado.

Como los condensadores están en serie, todos tienen la misma carga, la cual es la carga del condensador equivalente:

$$Q = Q_1 = Q_3 = Q_4 = C_{eq}V = \frac{40}{3}80 = \frac{3200}{3}[\mu C] \quad (15)$$

Ahora, para calcular la diferencia de potencial eléctrico final entre las placas del condensador C_2 , se realiza de la siguiente manera:

$$V'_2 = \frac{Q'_2}{C_2} \quad (16)$$

$$Q'_2 + Q'_4 = \frac{3200}{3}[\mu C] \quad (17)$$

Se calcula el valor de Q'_2 ,

$$V'_2 = V'4 \rightarrow \frac{Q'_2}{C_2} = \frac{Q'_4}{C_4} \quad (18)$$

dejando Q'_4 en términos de Q'_2 :

$$Q'_4 = \frac{C_4}{C_2} Q'_2 = \frac{40}{20} Q'_2 = 2Q'_2 \quad (19)$$

Usando la ecuación 17:

$$Q'_2 + 2Q'_2 = 3Q'_2 = \frac{3200}{3}[\mu C] \quad (20)$$

despejando $Q'_2 = \frac{3200}{9} = 355,55[\mu C]$

Usando la ecuación 16, se tiene que el valor de la diferencia de potencial eléctrico final entre las placas del condensador C_2 es :

$$V'_2 = \frac{3200}{9 * 20} = \frac{3200}{180} = 17,7[V] \quad (21)$$

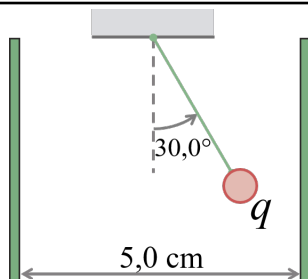


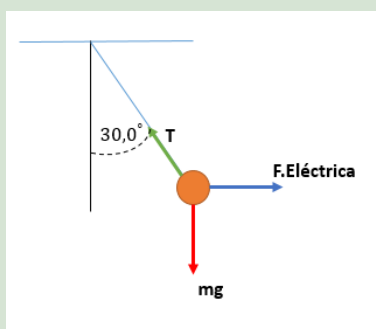
Figura 4.

►Pregunta 4. (1,2 valor). Tiempo estimado (20 min)

Una esfera pequeña con masa de 1,50 g cuelga de una cuerda entre dos placas verticales paralelas separadas por una distancia de 5,00 cm. Las placas son aislantes y tienen densidades de carga superficial uniformes de $+\sigma$ y $-\sigma$. La carga sobre la esfera es $q = 8,90 \cdot 10^{-6}$ C. ¿Qué diferencia de potencial entre las placas ocasionará que la cuerda forme un ángulo de 30° con respecto a la vertical?

Solución pregunta 4:

Es necesario realizar el diagrama de fuerzas de la esfera.



La diferencia de potencial se obtiene de la siguiente manera:

$$F_{\text{eléctrica}} = Eq = \frac{Vq}{d} \quad (22)$$

despejando la diferencia de potencial:

$$V = \frac{Fd}{q} \quad (23)$$

Se conocen los valores de distancia y carga pero se debe calcular la Fuerza eléctrica, para ello se usa el diagrama de fuerzas.

$$F_{\text{eléctrica}} = \frac{mg}{\cos(30)} \sin(30) = mg \tan(30) \quad (24)$$

Reemplazando en la ecuación anterior los valores del enunciado:

$$F_{\text{eléctrica}} = \frac{1,50 \times 10^{-3} [\text{kg}] 9,8 [\frac{\text{m}}{\text{s}^2}]}{\cos(30)} \sin(30) = 0,0085 [\text{N}] \quad (25)$$

reemplazando la ecuación 23, se obtiene:

$$V = \frac{Fd}{q} = \frac{(0,0085 [\text{N}]) (0,0500 [\text{m}])}{8,90 \times 10^{-6} [\text{C}]} = 47,8 [\text{V}] \quad (26)$$

►Pregunta 5. (1,0 valor). Tiempo estimado (20 min)

Dado el esquema que se presenta en la Figura 6, calcule el trabajo eléctrico que se requiere para desplazar una carga $q_3 = 2 \mu\text{C}$ desde el punto A hasta el punto B

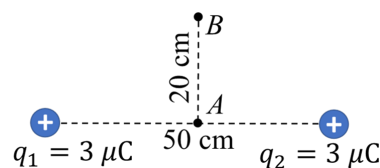


Figura 6.

Solución pregunta 5:

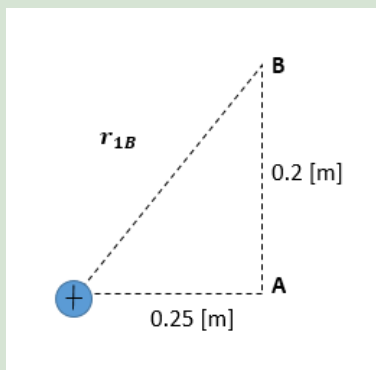
Datos:

- $q_1 = 3\mu[C] = 3 \times 10^{-6}[C]$
- $q_2 = 3\mu[C] = 3 \times 10^{-6}[C]$
- $r_{12} = 50[cm] = 0,5[m]$
- $r_{AB} = 20[cm] = 0,2[m]$

La distancia entre:

- q_1 y q_2 es de $0,5[m]$
- q_1 y A es $r_{1A} = 0,25[m]$
- q_2 y A es $r_{1A} = 0,25[m]$

entonces para encontrar la distancia entre q_1 y B, se aplica el teorema de pitágoras, de la siguiente manera:



de tal forma que $r_{1B} = R_{1A} = 0,32[m]$ El trabajo eléctrico se obtiene de la siguiente expresión:

$$W_{A \rightarrow B} = -q(V_B - V_A) \quad (27)$$

Para ello se calcula el potencial eléctrico en A (V_A) y en B (V_B).

Potencial en A V_A

Para el cálculo del potencial en A es la suma del potencial de la carga q_1 y por la carga q_1 .

$$V_A = V_{1A} + V_{2A} \quad (28)$$

$$V_A = K \frac{q_1}{r_{1A}} + K \frac{q_2}{r_{2A}} \quad (29)$$

$$V_A = 9 \times 10^9 \frac{3 \times 10^{-6}}{0,25} + 9 \times 10^9 \frac{3 \times 10^{-6}}{0,25} = 216000[V] \quad (30)$$

Potencial en B V_B

Para el cálculo del potencial en B es la suma del potencial de la carga q_1 y por la carga q_1 .

$$V_B = V_{1B} + V_{2B} \quad (31)$$

$$V_B = K \frac{q_1}{r_{1B}} + K \frac{q_2}{r_{2B}} \quad (32)$$

$$V_B = 9 \times 10^9 \frac{3 \times 10^{-6}}{0,32} + 9 \times 10^9 \frac{3 \times 10^{-6}}{0,32} = 168750[V] \quad (33)$$

Ya conocidos los valores de V_A y V_B , se reemplaza en la ecuación 27.

$$W_{A \rightarrow B} = -2 \times 10^{-6} (168750 - 216000) = 0,09[J] \quad (34)$$

¡ Éxitos !