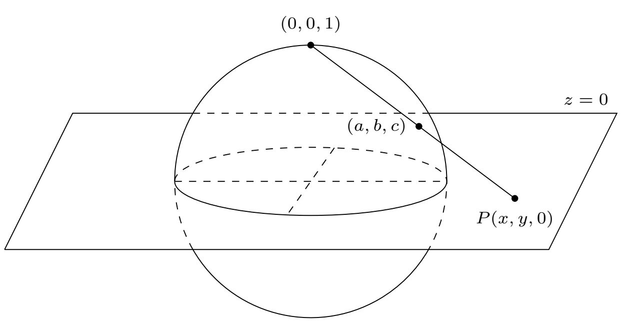
Universidad Industrial de Santander
Escuela de Matemáticas

Cálculo III 20254 grupo B5.
Parcial 1.
Semestre I 2025.

Instrucciones:

- Lea cuidadosamente las preguntas del examen y responda de una **manera clara, ordenada y precisa**; sobre **la base de lo visto en clase y el texto gua**, como su forma de justificar de manera adecuada.
- **No se responden preguntas**, parte de la evaluación es la comprensión de los enunciados.
- Recuerde que **respuestas incompletas o sin justificación adecuada** no serán valoradas.
- Durante el tiempo del examen no est permitido el uso de cualquier dispositivo electrónico. Tampoco está permitido retirarse del salón, sin importar la justificación.
- Todos los puntos tienen el mismo valor.

1. Considere una esfera unitaria, con centro en el origen, a la cual se le quita su "polo norte", esto es, quitando a la esfera el punto $(0,0,1)$ (ver figura). Considere el punto (a,b,c) en esa esfera. La recta que pasa por los puntos $(0,0,1)$ y (a,b,c) corta el plano $z=0$, en un punto $P(x,y,0)$. Exprese el punto P en términos de a, b y c.
   ¿Qué puede decir usted acerca del plano cartesiano viendo esta construcción?



2. Sean f y g las siguientes funciones, reales, de dos variables reales:
$$f(x,y)=\frac{x^3-y^2}{1-\cos x+y}$$
$$g(x,y)=\frac{x^3-y^2}{1-\cos x+|y|}$$
   para $(x,y)\to(0,0)$, se pide:
   a) Comprobar que f carece de límite.
   b) Hallar el límite de g.

3. Determine los valores de t para los cuales la función vectorial $\vec{r}(t)=\left(\tan t, |t+2|, \dfrac{1}{t-2}\right)$ es suave en su dominio.
   Ayuda: Una función $\vec{r}$ definida en un intervalo I es suave si $\vec{r}$ es continua en I y $\dfrac{d}{dt}\vec{r}(t)\neq\vec{0}$, excepto posiblemente en cualquier punto extremo de I.

4. Encuentre y haga un esbozo del dominio de la función dada.
$$f(x,y)=\ln[y\ln(x+y+1)]$$

5. Demuestre que para la función
$$\vec{r}(t)=(\cos t, \operatorname{sen} t)$$
   no hay valores de t que hacen que $\vec{r}(t)$ y $\vec{r}\,'(t)$ sean paralelas.

El examen tiene una duración de 1 hora y 30 minutos.

"Infinites, when considered absolutely without any restriction or limitation, are neither equal nor unequal, nor have any certain proportion one to another, and therefore, the principle that all infinites are equal is a precarious one. "
ISAAC NEWTON