

Nombre: _____ Código: _____ Grupo: _____

1. Halle el dominio de $f(x, y) = \frac{\ln(-x + 2 + y)}{\sqrt{(x - y + 1) \ln(x + y + 1)}}$. Realice un bosquejo usando Geogebra

2. Sea $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por

$$f(x, y) = \begin{cases} 2 - (x^2 + y^2), & \text{si } x^2 + y^2 < 1, \\ -2, & \text{si } x^2 + y^2 \geq 1. \end{cases}$$

(a) Realice un Bosquejo de la función usando Geogebra

(b) ¿Existe $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,1)} f(x, y)$

(c) ¿Es f continua en $(0, 1)$?

(d) Considere los puntos $(x_0, y_0) \in \mathbb{R}^2$ tales que $x_0^2 + y_0^2 = 1$ ¿Es f continua en (x_0, y_0) ?

(e) ¿Cuál es el conjunto más grande $D \subseteq \mathbb{R}^2$ en el cual f es continua?

3. Sea

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^4 - 3x^2 - 3y^2 + y^4}{x^2 + y^2} & , \text{si } (x, y) \neq (0, 0) \\ -3 & , \text{si } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

Determine si f es continua en $(x, y) = (0, 0)$

4. Un tanque de oxígeno está construido con un cilindro recto de altura h , y de radio r , con dos hemisferios (de esfera) de radio r montados en la parte superior e inferior del cilindro.

(a) Exprese el volumen del tanque como una función de dos variables, h y r

(b) Halle $V(8, 3)$ y explique que significa

(c) Halla $V(8 + t, 3)$, con $t \geq 0$, y explique lo que significa

(d) Halle $V(8, 3 + t)$, con $t \geq 0$, y explica qué significa

5. Una fina placa de hierro se encuentra en el plano xy . La temperatura T en grados Celsius en un punto $P(x, y)$ es inversamente proporcional al cuadrado de su distancia al origen.
 - (a) Expresa T en función de x y y
 - (b) Utilizando la función de temperatura encontrada, determine la constante de proporcionalidad si la temperatura en el punto $P(1, 2)$ es $50^\circ C$. Utilice esta constante para determinar la temperatura en el punto $Q(3, 4)$.
 - (c) Halla las curvas de nivel para $T = 40^\circ C$ y $T = 100^\circ C$, y describe qué representan dichas curvas de nivel.

6. En una cúpula presurizada de una estructura aeroespacial, la distribución de presión en su interior se modela mediante la función:

$$P(x, y, z) = \ln(100 - x^2 - y^2 + z^2)$$

- (a) Encuentra la superficie de nivel correspondiente a $P = 3$.
 - (b) Clasifica la superficie obtenida y describir su forma. Realice un bosquejo usando GeoGebra
 - (c) Analiza el dominio de la función P
 - (d) Describir cómo varían las superficies de nivel al aumentar P
 - (e) Encuentra las primeras derivadas parciales de $P : P_x, P_y, P_z$. Explica que significa cada derivada parcial con respecto a la presión en la capsula.
7. Dada la función $f(x, y) = \sqrt{y \cos x}$
 - (a) Encuentre el dominio. Realice un bosquejo usando GeoGebra
 - (b) Halle las primeras y segundas derivadas parciales de f
 - (c) Bosqueje la función usando GeoGebra
8. Sea la función $f(x, y) = 1 - |x| - |y|$
 - (a) Describe las curva de nivel, para $K = 0, -1, -2$. Realice un bosquejo usando GeoGebra
 - (b) Para cuales puntos en el plano, f no es diferenciable
9. Dada la función $f(x, y) = \sqrt{(1 - x^2)(y^2 - 4)}$
 - (a) Halle el dominio. Realice un bosquejo usando GeoGebra
 - (b) Realice un bosquejo de la superficie usando GeoGebra
 - (c) Halle las primeras derivadas parciales

10. Sea la función $f(x, y) = e^{y-x^2}$

- (a) Halle algunas de las curvas de nivel. Realice un bosquejo usando GeoGebra
- (b) Realice un bosquejo de la superficie usando GeoGebra
- (c) Halle las primeras y segundas derivadas parciales

11. Dada la función $f(x, y) = \tan^{-1}(y - x)$

- (a) Halle algunas de las curvas de nivel. Realice un bosquejo usando GeoGebra
- (b) Realice un bosquejo de la superficie usando GeoGebra
- (c) Halle las primeras y segundas derivadas parciales

12. Considere la ecuación diferencial

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}.$$

¿Existen valores reales para c que hagan de la función $u(x, y, t) = e^{-ct} \sin(x) \cos(y)$ una solución de la ecuación?

13. Considere la ecuación diferencial

$$u_t = u_{xx} + u_{yy}$$

¿Existen valores reales para c que hagan de la función $u(x, y, t) = e^{-ct} \sin(x) \cos(y)$ una solución de la ecuación?

□