Universidad Industrial de Santander
Escuela de Matemáticas
ECUACIONES DIFERENCIALES
Marzo 2 de 2020

SEGUNDO EXAMEN
ED's de orden superior - I
VALOR: 20 %
Prof. Juan Camilo Cala B.

NOMBRE: **CÓDIGO:** **GRUPO:**

INSTRUCCIONES:

- Sea claro y ordenado en cada una de sus respuestas. Respuestas sin sus debidas justificaciones no tienen valor.
- No está permitido el uso de ningún tipo de dispositivo electrónico ni calculadora graficadora, únicamente se admite el uso de una calculadora científica convencional.
- No está permitido el préstamo de borradores, lápices o cualquier otro implemento durante el examen.
- Resuelva **ÚNICAMENTE UN PROBLEMA POR PÁGINA** y, llegado el caso de no alcanzarle, utilice **SOLAMENTE UNA HOJA** para ello.
- El **BONUS MÁGICO** que se encuentra al final del cuestionario se califica como **CORRECTO** o **INCORRECTO** y tiene un valor agregado de 25 pts.
- Duración del examen: 2h.
- Puntuación máxima: 50 pts.

PROBLEMA 1. Establezca si las siguientes afirmaciones son **FALSAS** o **VERDADERAS**. Justifique con suficiente rigor matemático cada una de sus elecciones.

(a) [4 pts] El **PVF** dado por

$$\frac{d^2x}{dt^2} + x = 0, \quad x(0) = 0, \quad x(\pi/2) = 0,$$

posee infinitas soluciones.

(b) [4 pts] Las funciones $\{\operatorname{senh} 2x, \cosh 2x\}$ constituyen un conjunto fundamental de soluciones de la ecuación diferencial $y'' + 4y = 0$.

(c) [4 pts] El conjunto $\mathcal{B} = \left\{\sqrt{x} + 5, \sqrt{x} + 5x, x - 1, x^2\right\}$ es **LI** sobre el intervalo $(0, \infty)$.

(d) [4 pts] Si $y_1 = \cosh(x)$ y $y_2 = \operatorname{senh}(x)$ son soluciones de una ecuación diferencial lineal homogénea, entonces $y_3 = e^x$ y $y_4 = e^{-x}$ también lo son.

PROBLEMA 2. [18 pts] Es sabido que $-3 - 4i$ es una raíz de multiplicidad 2 del polinomio

$$p(m) = m^9 + 8m^8 + 42m^7 + 5m^6 - 223m^5 - 1258m^4 + 2504m^3 - 231m^2 - 1300m + 2500.$$

Halle un conjunto fundamental de soluciones de la ecuación diferencial lineal homogénea de coeficientes constantes cuyo polinomio auxiliar es $p(m)$, si además se conoce que $y = xe^{2x}$ es solución de la ecuación.

PROBLEMA 3. [16 pts] Resuelva el **PVI** dado por

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = F_0 \cos(\omega t), \quad x(0) = 0, \quad x'(0) = 0.$$

BONUS MÁGICO. Para resolver la ecuación diferencial

$$y^{(4)} + y = 0,$$

se deben hallar las raíces de un polinomio de grado 4. Explique con suficiente rigor matemático cómo se pueden encontrar tales raíces. Posteriormente, escriba la forma que tiene la solución general de la ecuación.

¡MUCHOS ÉXITOS!

Solución

Solución

Solución

Solución

Solución