Universidad Industrial de Santander
Escuela de Matemáticas
ECUACIONES DIFERENCIALES
Septiembre 10 de 2025

PRIMER EXAMEN
Ecuaciones de 1$^{\text{er}}$ orden
VALOR: 20 %
Prof. Juan Camilo Cala B.

NOMBRE: **CÓDIGO:** **GRUPO:**

INSTRUCCIONES:

- Sea claro y ordenado en cada una de sus respuestas. Respuestas sin sus debidas justificaciones no tienen valor.
- No está permitido el uso de ningún tipo de dispositivo electrónico ni calculadora graficadora, únicamente se admite el uso de una calculadora científica convencional.
- No está permitido el préstamo de borradores, lápices o cualquier otro implemento durante el examen.
- Resuelva **CADA PROBLEMA EN EL ESPACIO INDICADO**.
- Duración del examen: 2h.
- La puntuación total del examen es 6.0. La nota máxima alcanzable es 5.0. Puntuar de más no le dará ningún beneficio adicional.

¡MUCHOS ÉXITOS!

PROBLEMA 1. [18 pts] Establezca si las siguientes afirmaciones son **FALSAS** o **VERDADERAS**. No hace falta que argumente sus elecciones.

(a) Los únicos puntos para los cuales el PVI dado por

$$\frac{dy}{dx} = \tan^{-1}\left(\sqrt{x^2+y^2-10}\right), \quad y(x_0) = y_0,$$

no admite solución única pasando a través de (x_0, y_0) son aquellos que satisfacen $x_0^2 + y_0^2 = 9$.

(b) La ecuación diferencial $y' = -\dfrac{y}{x}$ es separable, lineal, exacta, homogénea y de Bernoulli.

(c) La solución general de la ecuación diferencial $xy' - 4y = x^6 e^x$ es $y = x^5 e^x - x^4 e^x + cx^4$, $c \in \mathbb{R}$.

(d) El intervalo $I = [0, \infty)$ es un intervalo de definición de $y = (\sqrt[3]{x})^2$ como solución de la ecuación $3xy' - 2y = 0$.

(e) Cualquier ecuación diferencial homogénea $M(x,y)\,dx + N(x,y)\,dy = 0$ se puede expresar de la forma $\dfrac{dy}{dx} = F\left(\dfrac{y}{x}\right)$.

(f) La función $\varphi(x) = -xe^x$ es una solución de la ecuación diferencial

$$y^{(2025)} - \frac{y}{x}\,(x + 2025) = 0.$$

Problema 2. [12 pts] Verifique que la curva dada por la ecuación $e^{xy} - x^2 y = 0$ es solución de la ecuación diferencial

$$\left(y - \frac{2}{x}\right) dx + \left(x - \frac{1}{y}\right) dy = 0.$$

Proporcione un intervalo de definición maximal para dicha solución.

Problema 3. Resuelva:

(*a*) [10 pts] $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{y}{x + \sqrt{xy}}$.

(b) [10 pts] $\cos(x)\,dx + \left(1 + \dfrac{2}{y}\right)\operatorname{sen}(x)\,dy = 0.$

(c) [10 pts] **PVI:** $\left(1 + t^2\right) dx + \left(x - \tan^{-1}(t)\right) dy = 0, \quad x(0) = 4.$