Simulación

Tarea 3: Método de Aceptación y rechazo

Renato Rivera Mohana.

8 de noviembre de 2011

1. Verificar que el método de aceptacion y rechazo equivale a generar valores con:

$$Y \sim U[0, ag(x)],\ \text{Y aceptamos si } Y \leq f(x) \tag{1}$$

Generar valores con la ecuacion (1) es una versión ligeramente modificada del método de aceptación y rechazo ya que:

$$Y \sim U(0, ag(x)) \text{ es lo mismo que } Y = Uag(x) \text{ donde } U \sim U(0,1)$$

$$\text{Por ende, } Y \leq f(x) \text{ cambia por } U \leq f(x)/(ag(x)).$$

2. Verificar que en el método de aceptación y rechazo, cada iteración se acepta con probabilidad $1/a$

Probabilidad de aceptación:

$$P(U \leq \frac{f(X)}{ag(X)|X = x)} = \frac{f(x)}{ag(x)} \tag{2}$$

Entonces,

$$\begin{aligned} p &= \int_x \frac{f(x)}{ag(x)} g(x)\mathrm{d}x \\ &= \frac{1}{a}\int_x f(x)\mathrm{d}x \\ &= \frac{1}{a}. \end{aligned} \tag{3}$$

3. Verificar que la eficiencia de aceptación y rechazo es 1/a.

La eficiencia del método de aceptación y rechazo esta determinado por la probabilidad de aceptación:

$$p = P(U \leq f(x)/(ag(x)))) = P(Y \leq f(x)) = 1/a. \tag{4}$$

4. El número de iteraciones del método de aceptación y rechazo, antes de aceptar sigue una ley geométrica de razón 1/a

Dado que los intentos son independientes, del número de intentos, N antes de conseguir un par exitoso ocurre la siguiente distribución geométrica:

$$P(N = n) = p(1-p)^{n-1},\ n = 1, 2, ..., \tag{5}$$

5. El número esperado de iteraciones es a.

Dada la distribución geométrica en (5), esta tiene un número esperado de intentos $1/p$, dado que $p = 1/a$, el número de intentos es a.