



Desenvolvimento de Estimativa de Erro para Fórmula Aberta com Polinômio de Substituição de Grau 2

Claudemir Woche e Márcio Barros

5 de Abril de 2020

1 Introduction

Seja $h(x)$ a fórmula aberta com polinômio de substituição de grau 2

$$h(x) = \frac{4h}{3}(2f(x_1) - f(x_2) + 2f(x_3)) \quad (1)$$

agora representando $f(x_1)$ e $f(x_3)$ como serie de Taylor em volta de $x^* = \frac{a+b}{2} = a + 2h = a + 2\frac{(b-a)}{4} = x_2$.

$$f(x_1) = f(x_2) - f^{(1)}(x_2)h + \frac{1}{2}f^{(2)}(x_2)h^2 - \frac{1}{6}f^{(3)}(x_2)h^3 + \dots \quad (2)$$

$$f(x_3) = f(x_2) + f^{(1)}(x_2)h + \frac{1}{2}f^{(2)}(x_2)h^2 + \frac{1}{6}f^{(3)}(x_2)h^3 + \dots \quad (3)$$

Substituindo (2) e (3) em (1) teremos.

$$\frac{4h}{3}(2[2f(x_2) + \frac{2}{2}f^{(2)}(x_2)h^2 + \frac{2}{24}f^{(4)}(x_2)h^4 + \dots] - f(x_2)) \quad (4)$$

Agora podemos desenvolver o erro $E = I_e - h(x)$. Sendo I_e dado por.

$$I_e = h[2f(x_2) + \frac{1}{3}f^{(2)}(x_2)h^2 + \frac{1}{24}f^{(4)}(x_2)h^4\frac{2}{5} + \dots] \quad (5)$$

Substituindo (4) e (5) na formula do erro, e retendo apenas o termo dominante, temos que.

$$E = h[2f(x_2) - 4f(x_2)] = h(-f(x_2)) = \frac{-\Delta x}{2}f(x_2) = \frac{-\Delta x}{2}f(\frac{a+b}{2}) \quad (6)$$