Alters-Tiefen Modellierung

In R

Geostatistik II und Angewandte Numerik

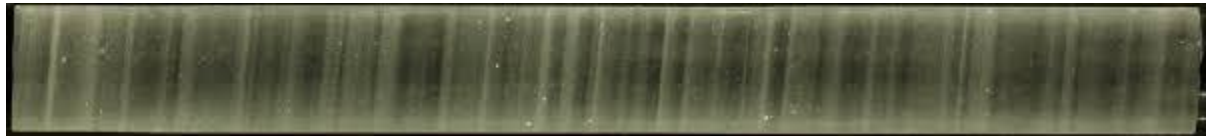
Prof. Dr. Denis Scholz

Michelle Meffert, Jannik Titus Jäckel

Aufgabenstellung

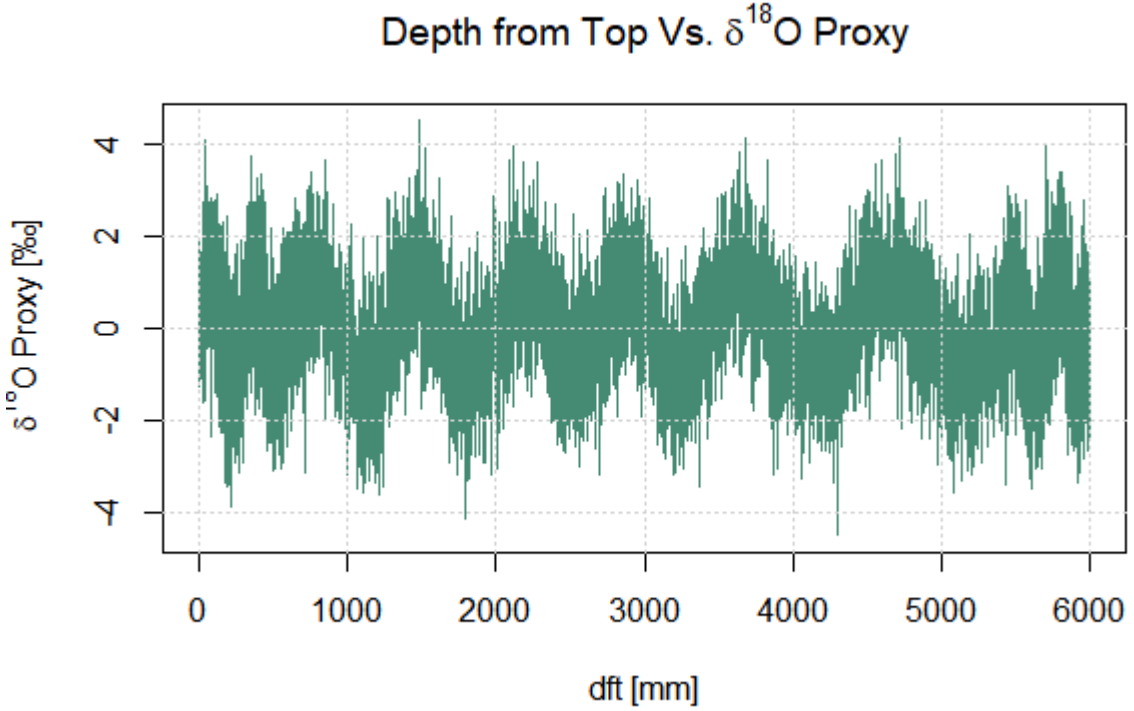
- Entwicklung einer Funktion zur Berechnung von Alterstiefenmodellen für Klimaarchive (z.B. Sedimentkern, Eisbohrkern, Stalagmit, etc.)
- Funktion soll verschiedene Fitting Methoden unterstützen (Linear, Spline, etc.)
- Unsicherheiten des Altersmodells durch Monte Carlo Simulation, sowie eine grafische Darstellung (Plots)

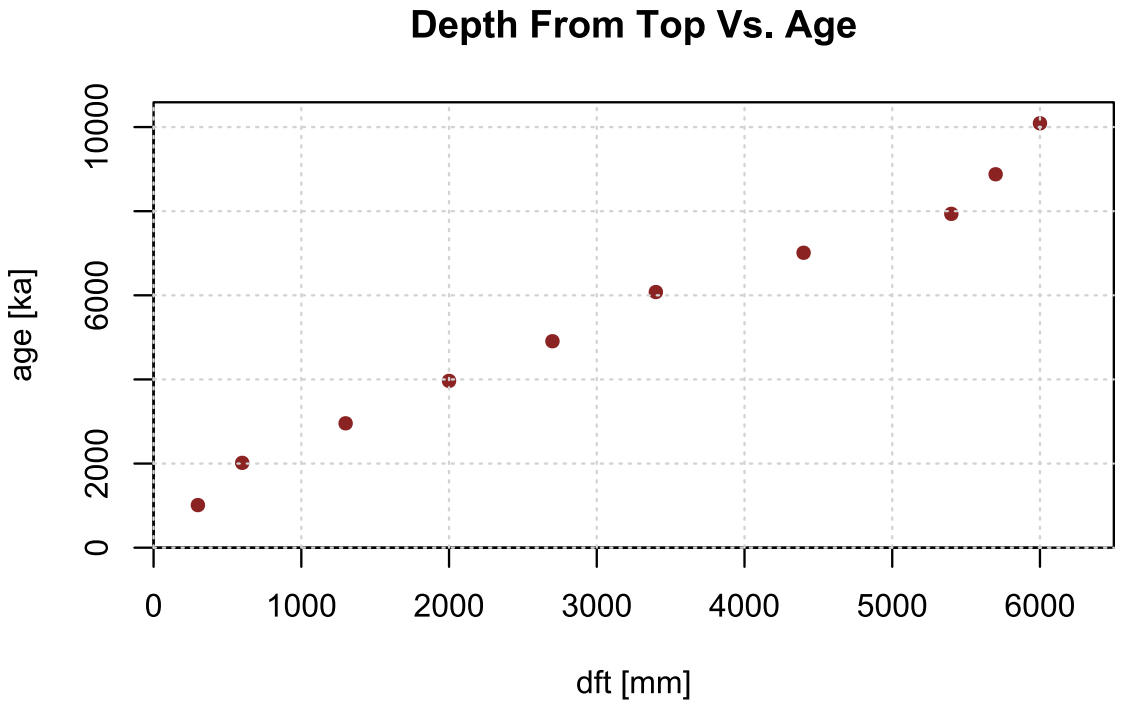
Stalagmit



Eisbohrkern

Grundprinzip

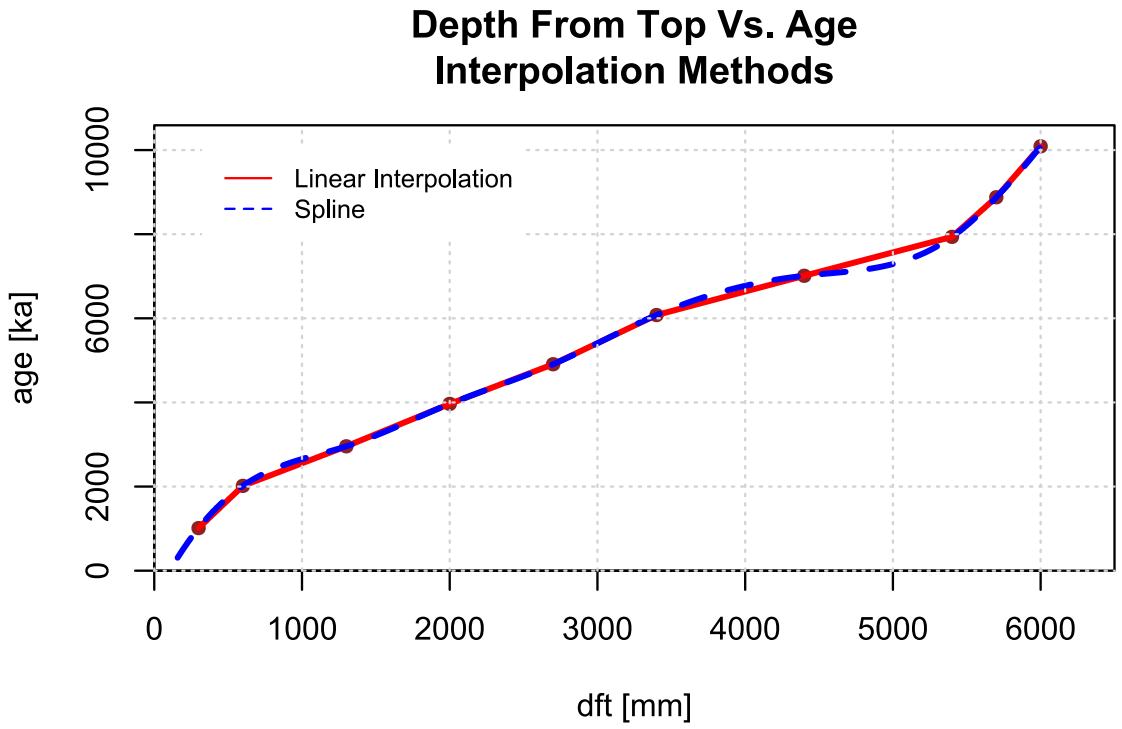


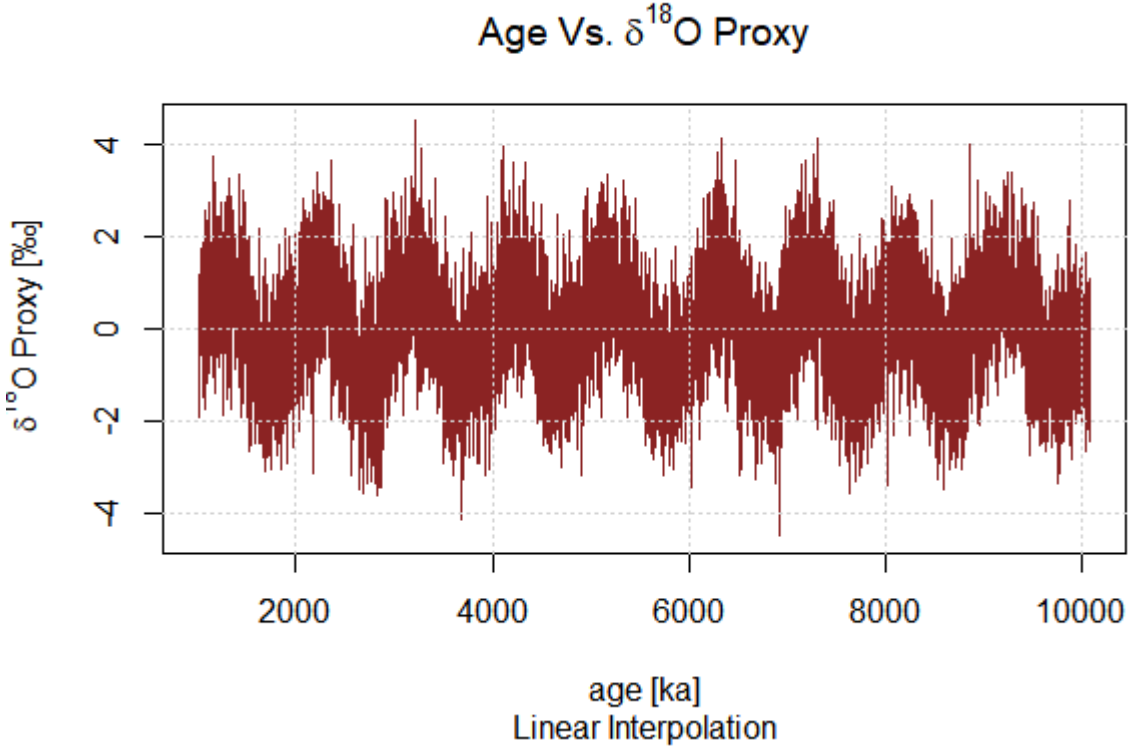


- Messungen des Proxy-Werts erfolgen mit hoher Auflösung entlang der Tiefenachse eines Klimaarchivs

- Datierungen der Probe werden mit deutlich geringerer Auflösung gegen die Tiefenachse erstellt

Grundprinzip





- Um von einem Zusammenhang von Tiefe und Proxy-Wert sowie Tiefe und Alter auf Alter und Proxy-Wert zu kommen werden mehr Datenpunkte für Tiefe gegen Alter benötigt

- Weitere Datenpunkte aus Tiefe gegen Alter erhält man durch das Fitten verschiedener Funktionen, bspw. über eine Lineare Interpolation oder Spline Funktion

Grundprinzip – Umsetzung

```
19 to_depth_age <- function(input_proxy, input_dft, input_age, method = "lin", output = "vector"){
20   if (method == "lin"){
21     fitted <- approx(input_dft, input_age, xout = input_proxy[,1])
22   }
23   else if (method == "lin ex"){
24     fitted <- approxExtrap(input_dft, input_age, xout = input_proxy[,1])
25   }
26   else if (method == "spline"){
27     fitted <- spline(input_dft, input_age, xout = input_proxy[,1])
28   }
29
30   if (output == "vector"){
31     return(fitted$y)
32   }
33   else{
34     return(output_data <- cbind(input_proxy, age))
35   }
36 }
```

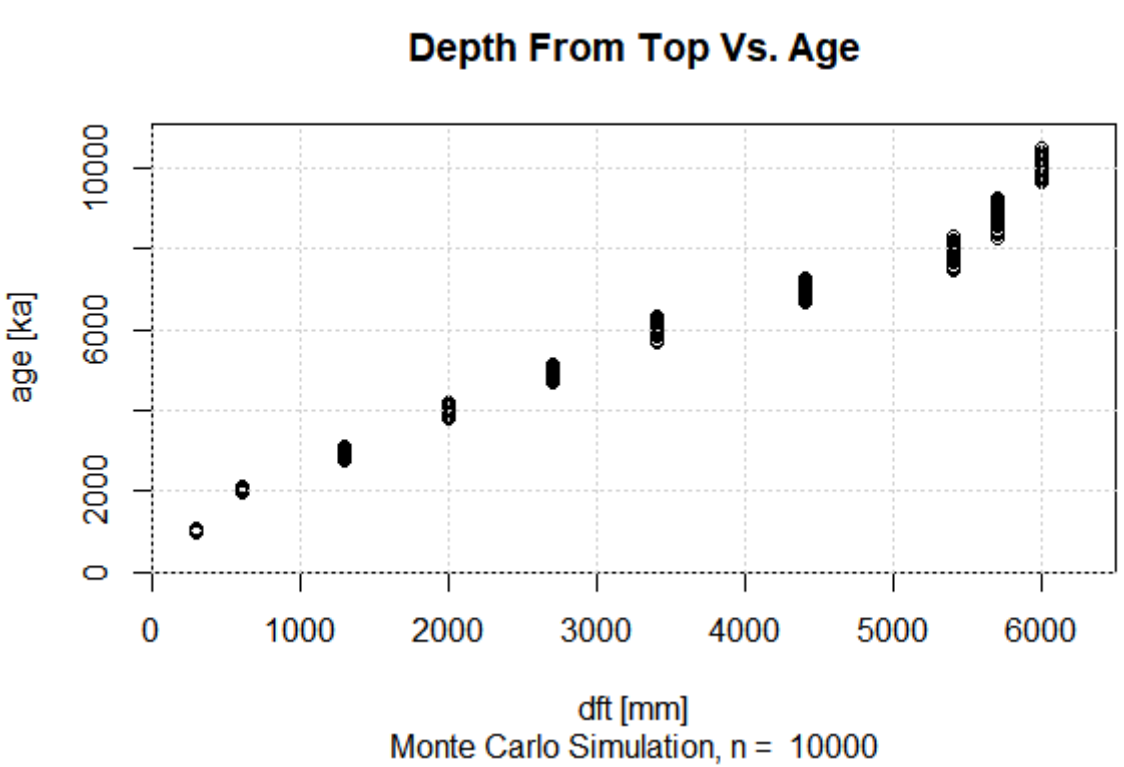
Funktion zum Altersmodell

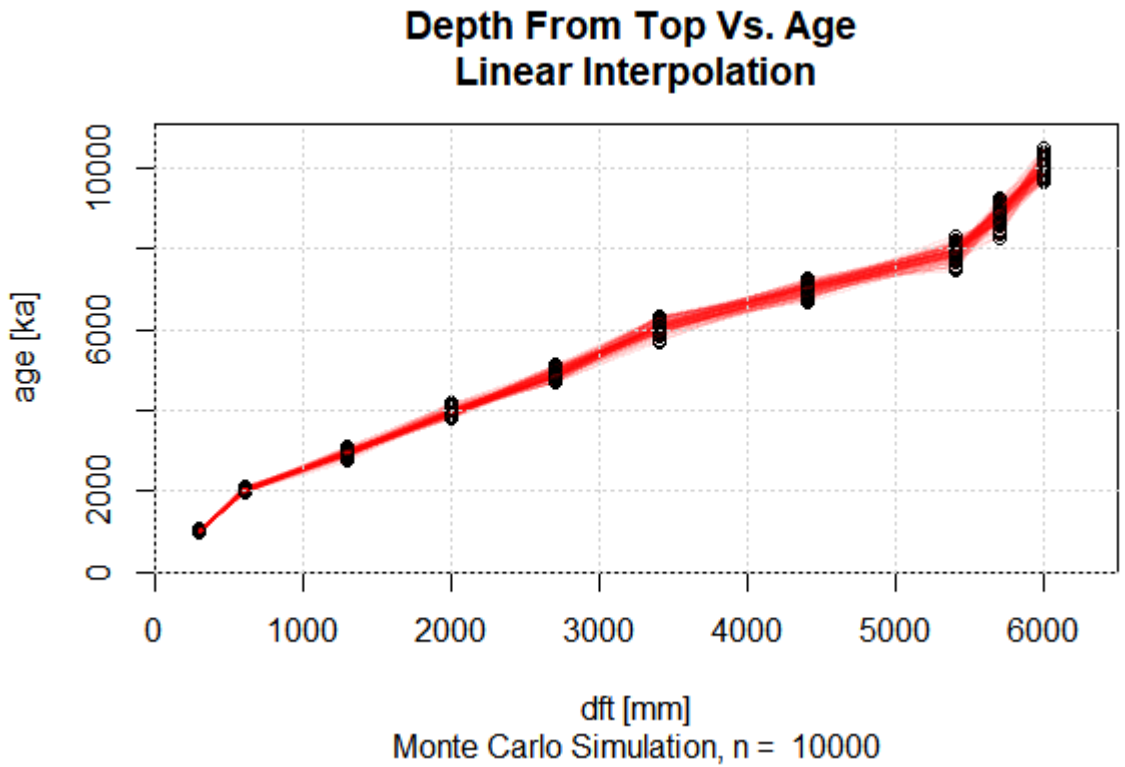
Besonderheit:
Fitting Methode ist vom Nutzer frei wählbar

Zeile 20 – 28: Nutzung der gewählten Interpolationsmethode, um ausreichende Datenpaare zu berechnen

Als Output der Funktion erhält man entweder einen Vektor der gefitteten Altersreihe oder eine Matrix aus Proxy-Werten und Altern

Fehler am Alter





- Unsicherheiten entstehen durch Messfehler beim Datieren der Proben
- Das gemessene Alter wird mit seinem Messfehler angegeben
- Mit diesem Wertepaar lässt sich ein mittleres Alter sowie seine Unsicherheit bestimmen

Fehler am Alter – Lösungsansatz

- Eine Monte Carlo Simulation mit n Iterationen durchführen, um n Altersreihen zu simulieren
- Diese Altersreihen befinden sich mit ihrem Mittelwert und ihrer Standardabweichung gemäß des gemessenen Alters
- Auf diese Altersreihen wird unser Altersmodell angewandt, die Ergebnisse werden im Anschluss gemittelt und ihre Unsicherheit berechnet

Fehler am Alter – Umsetzung

```
7  mc_sim_h <- function(input_age, tries=10^3) {
8    normdist <- apply(input_age, 1, function(x) rnorm(n = tries, mean = x[2], sd = x[3]))
9    output_data <- normdist
10
11   if (tries != 1){
12     output_data <- t(normdist)
13     rownames(output_data) <- input_age[,1]
14   }
15
16   return(output_data)
17 }
```

Funktion zur Monte Carlo Simulation

Besonderheit:
Anzahl der Simulationen sind vom Nutzer frei wählbar

Zeile 8: In Abhängigkeit vom Input wird n mal eine Normalverteilung unter Angabe von mittlerem Alter und Standardabweichung simuliert

Als Output der Funktion erhält man eine Matrix von n simulierten Altersreihen

Fehler am Alter – Umsetzung

```
38  get_fits <- function(input_data_proxy, dft, age_mc, tries, fitting_method = "lin", strat_check = TRUE){
39    all_fitted <- matrix(0, nrow = (nrow(input_data_proxy)), ncol = tries)
40
41    if (all(is.positive(diff(age_mc))) == FALSE & strat_check == TRUE){
42      for (try in 1:tries){
43        while (all(is.positive(diff(age_mc[,try]))) == FALSE){
44          age_mc[,try] <- mc_sim_h(input_data_age, 1)}}
45
46      for (col in 1:tries){
47        all_fitted[,col] <- to_depth_age(input_data_proxy, dft, age_mc[,col], fitting_method)}}
48
49    else {
50      for (col in 1:tries){
51        all_fitted[,col] <- to_depth_age(input_data_proxy, dft, age_mc[,col], fitting_method)}}
52
53    return(all_fitted)
54  }
```

Funktion zum Fitten aller Altersreihen

Für uns relevant:

Zeile 50 – 51: Über eine for-Schleife wird über jede Altersreihe iteriert und das Altersmodell angewandt

Als Output der Funktion erhält man eine Matrix mit allen gefitteten Altersreihen

Fehler am Alter – Umsetzung

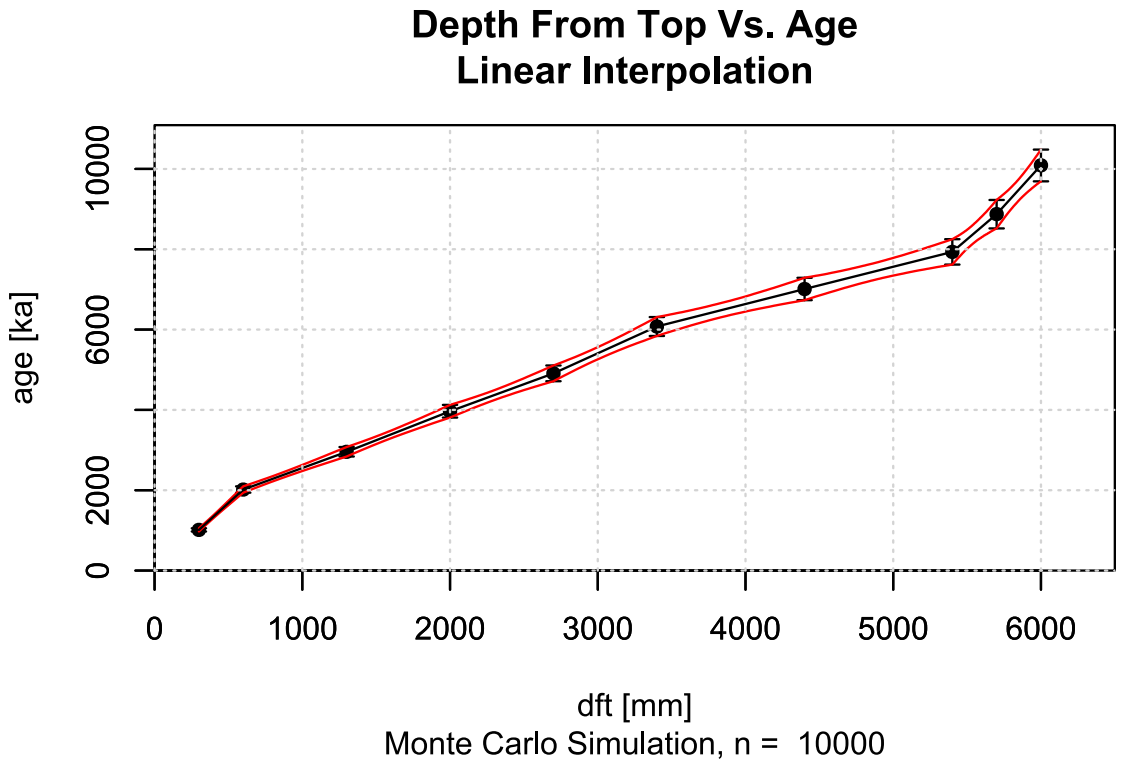
```r
get_stats <- function(input_matrix, input_proxy, row_names, quants = c(0.025, 0.975), avg = "mean", error = "sd"){
  if (error ==  "quants"){}
  else{}

  all_avgs <- matrix(0, nrow = nrow(input_proxy), ncol = col_no)
  rownames(all_avgs) <- row_names

  if (avg == "mean") {
    all_avgs[,1] <- rowMeans2(input_matrix)
  }
  else if (avg == "median"){
    all_avgs[,1] <- rowMedians(input_matrix)
  }

  if (error == "sd"){
    all_avgs[,2] <- rowSds(input_matrix)
  }
  else if (error == "quants"){
    all_avgs[,2] <- rowQuantiles(input_matrix, probs = quants)[,1]
    all_avgs[,3] <- rowQuantiles(input_matrix, probs = quants)[,2]
  }

  return(all_avgs)
}
```

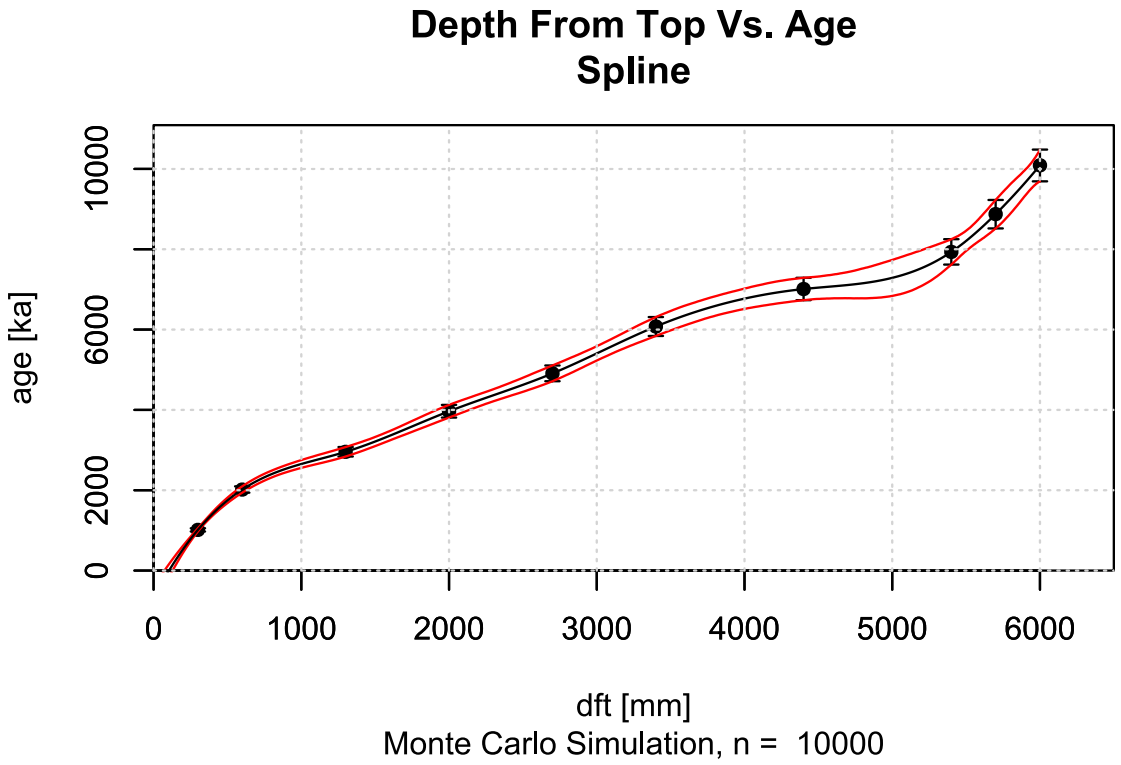
Funktion zum Berechnen von mittleren Altern und ihren Unsicherheiten

Unterschiedliche Funktionen zum Errechnen von Mean, Median, Standardabweichung und Quantilen

Als Output der Funktion erhält man eine Matrix mit statistischen Kenngrößen

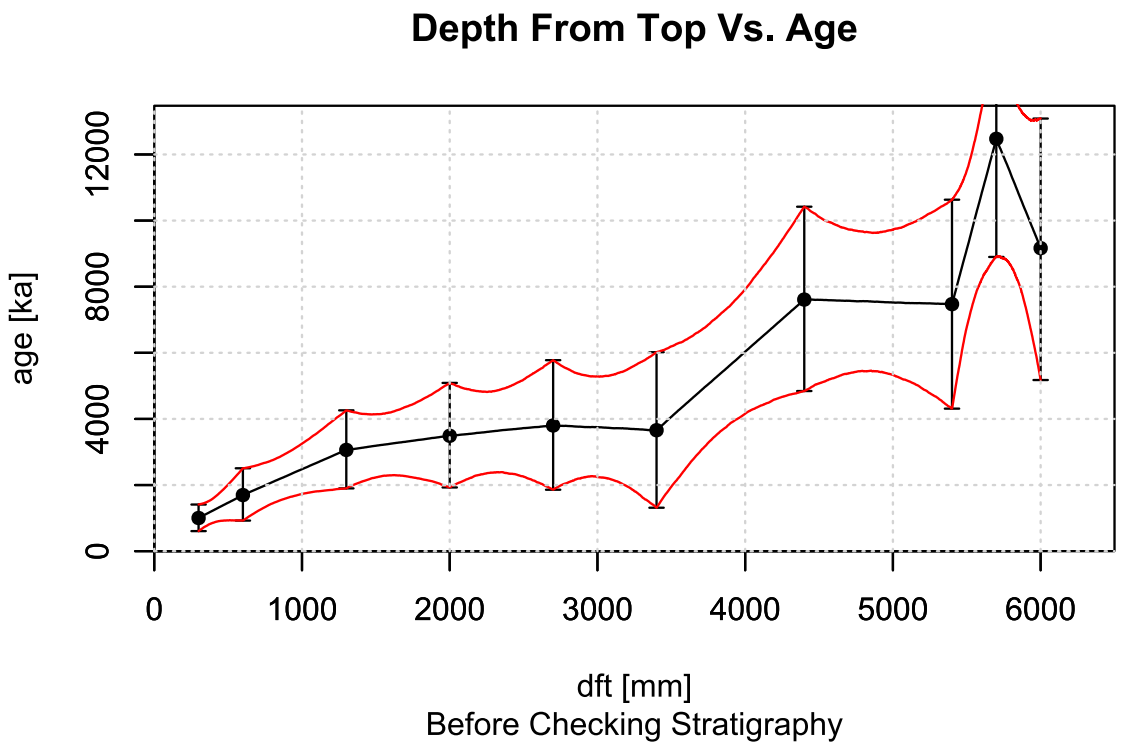
Fehler am Alter – Plots

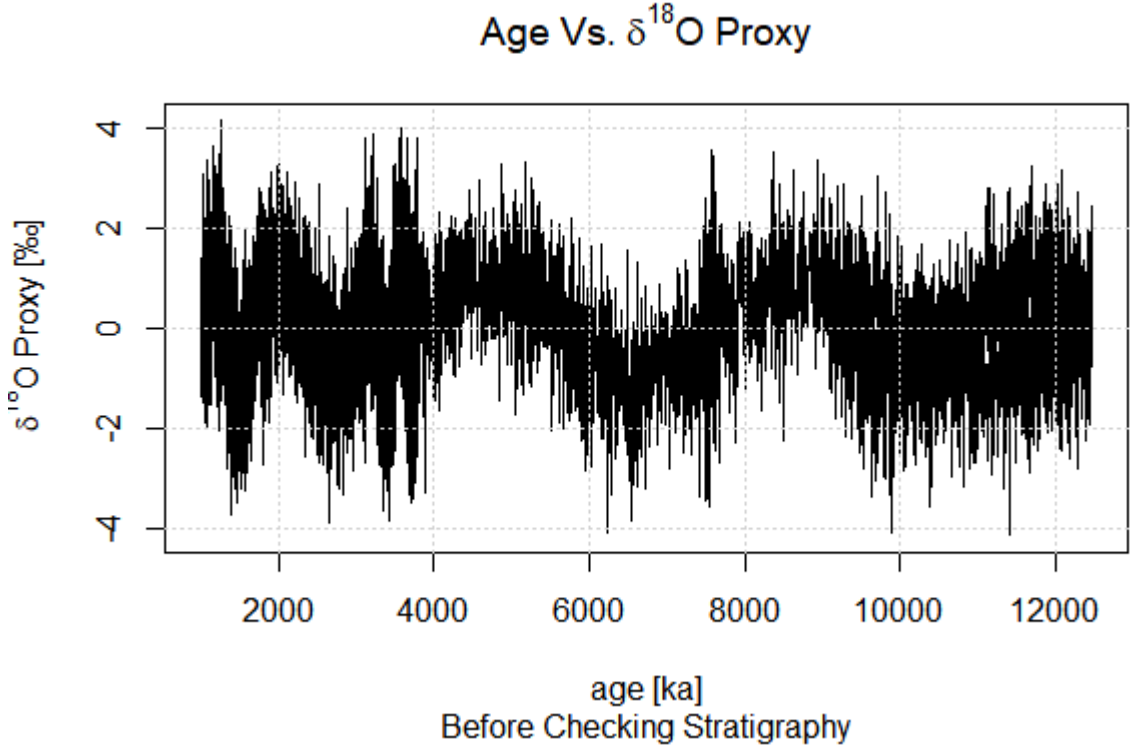




Plots von mittlerem Alter (Mean) und Fehlergrenzen für Quantile von 2,5% und 97,5%

Inversionen





- Aufgrund von Ungenauigkeiten in der Datierung können die Fehler einiger Alter überlappen, bis hin zu Altersinversion
- Inversionen des Alters sind fehlerbehaftete Alter, welche trotz zunehmender Tiefe jünger sind als vorherige Alter

Inversionen – Lösungsansatz

- Voraussetzung: Mit zunehmender Tiefe im Klimaarchiv steigt das Alter des Klimaarchivs streng monoton

- Das Alter innerhalb der simulierten Altersreihen muss monoton steigend sein

→ Alter 1 < Alter 2 < … < Alter n

- Umsetzung im Code:

→ Alter 2 – Alter 1; Alter 3 – Alter 2; … ; Alter n – Alter n-1

- Neue Altersreihen werden so lange simuliert, bis alle Differenzen positiv sind

→ Altersmodell wird angewandt

Inversionen – Umsetzung

```
44  get_fits <- function(input_data_proxy, dft, age_mc, tries, fitting_method = "lin", strat_check = TRUE){
45    all_fitted <- matrix(0, nrow = (nrow(input_data_proxy)), ncol = tries)
46
47    if (all(is.positive(diff(age_mc))) == FALSE & strat_check == TRUE){
48      for (try in 1:tries){
49        while (all(is.positive(diff(age_mc[,try]))) == FALSE){
50          age_mc[,try] <- mc_sim_h(input_data_age, 1)}}
51
52      for (col in 1:tries){
53        all_fitted[,col] <- to_depth_age(input_data_proxy, dft, age_mc[,col], fitting_method)}}
54
55    else {
56      for (col in 1:tries){
57        all_fitted[,col] <- to_depth_age(input_data_proxy, dft, age_mc[,col], fitting_method)}}
58
59    return(all_fitted)
60  }
```

Funktion zum Fitten aller Altersreihen, verknüpft mit einer MC-Sim. und einer Überprüfung der Stratigraphie

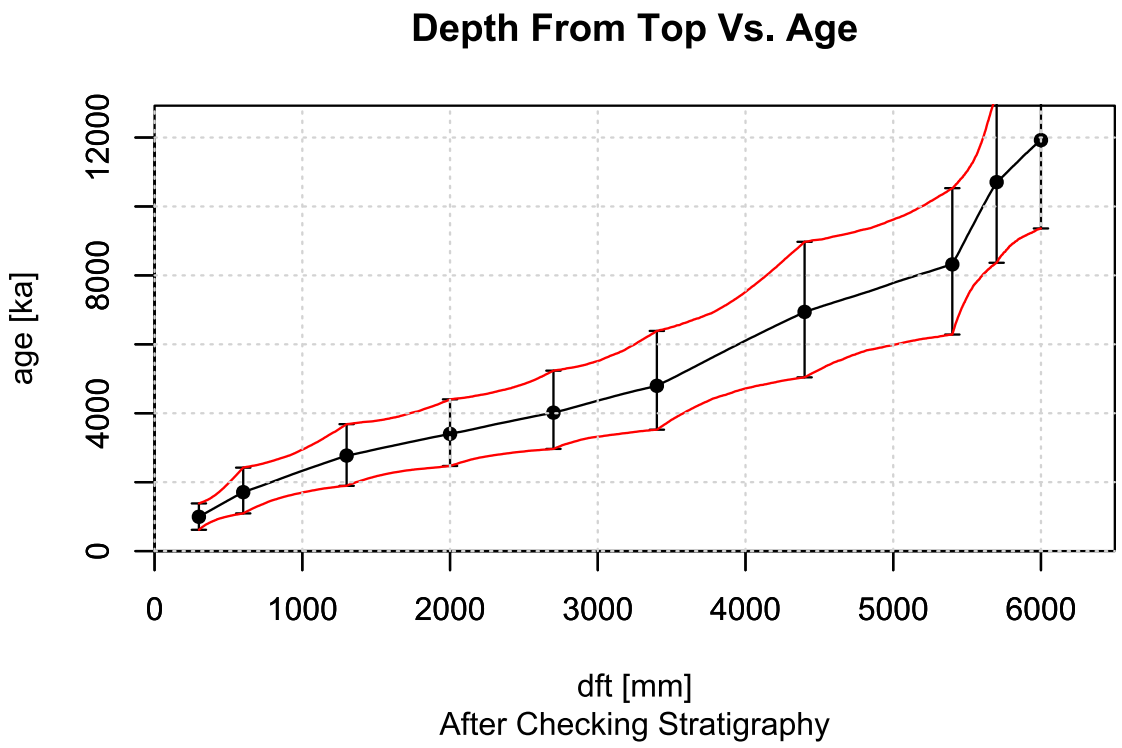
Zeile 47: Überprüft initial ob auf Stratigraphie untersucht werden soll und ob die Altersdifferenzen negativ sind

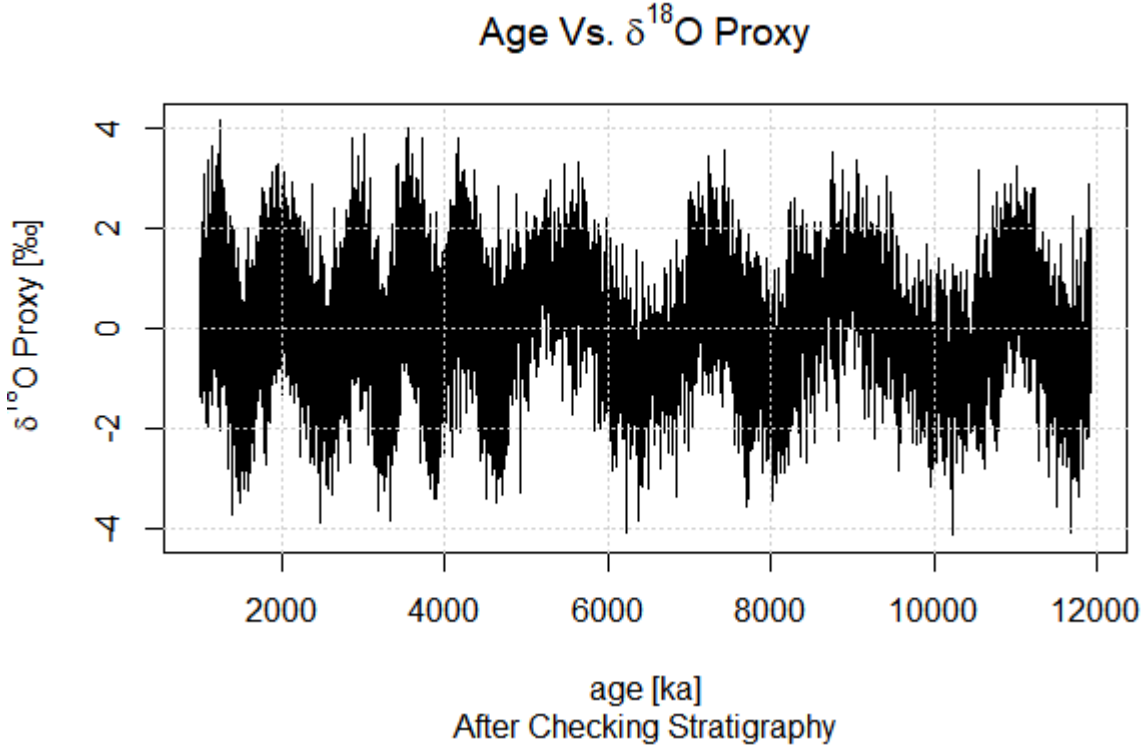
Zeile 48: Ist dies der Fall, wird über jede Altersreihe iteriert und solange neu simuliert bis die Altersdifferenz positiv ist

Zeile 53: Das Altersmodell wird auf alle Altersreihen angewandt

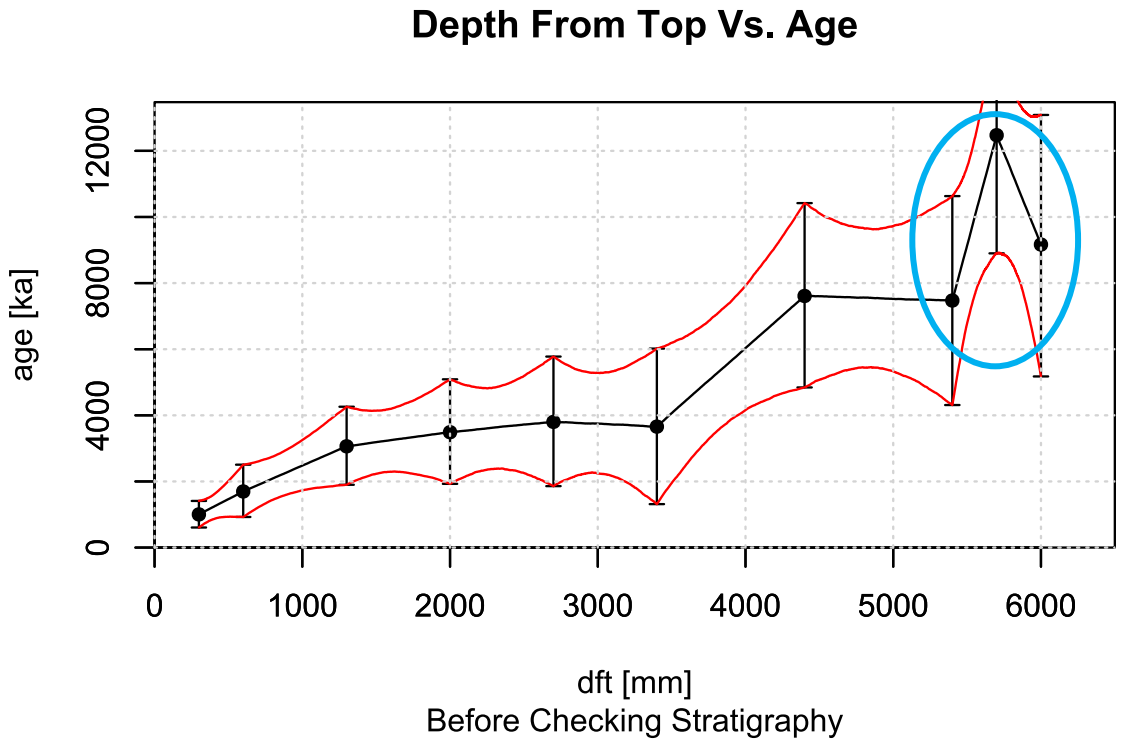
Als Output der Funktion erhält man eine Matrix mit allen gefitteten Altersreihen

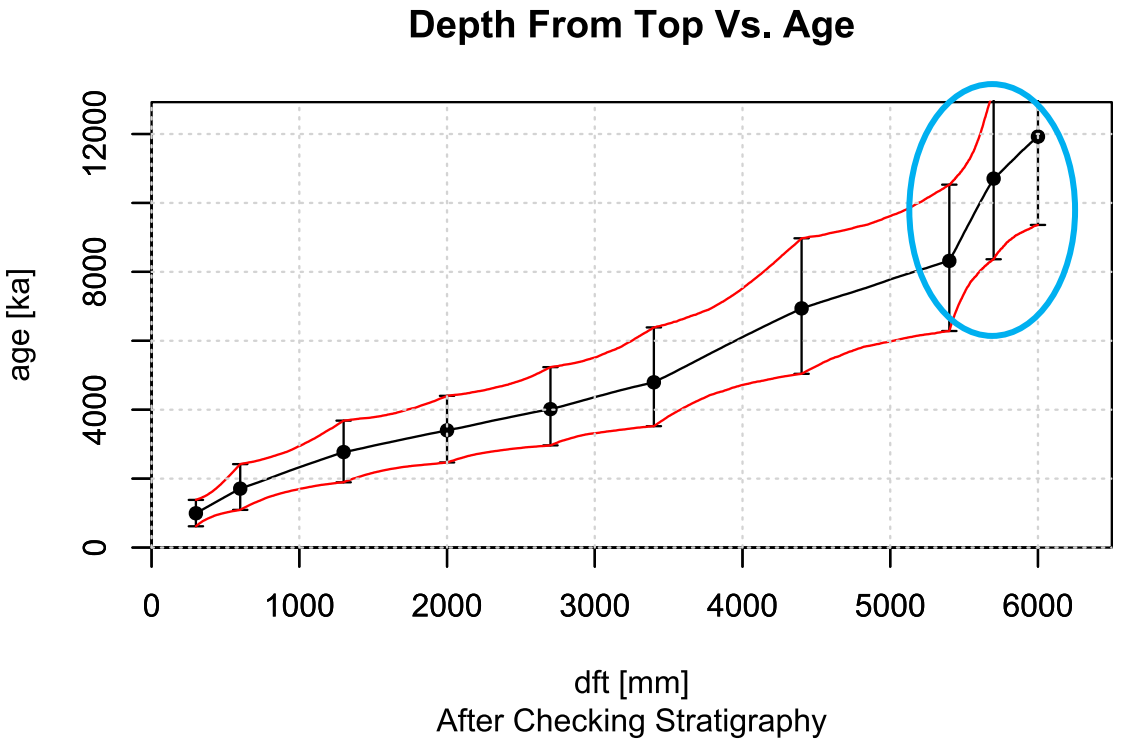
Inversionen – Plots, nachher





Inversionen – Plots, Vergleich





Fehler am Proxy-Wert

- Bisheriger Ansatz: Proxy-Wert gegen Alter, Mittlere Kurve
  - Zu jedem Messwert wird ein Alter und Altersfehler simuliert, daraus ergibt sich ein mittleres Alter und sein Fehler, aktuell nur sichtbar am Tiefe gegen Alter Plot
  - Kein Fehler sichtbar im Plot von Proxy vs. Alter, Berechnung diese Fehlers ist Ziel

- Proxy-Wert am Alter ist jedoch von eigentlicher Relevanz

- Ziel ist Übertragung des Fehlers der simulierten Alter auf den Proxy-Wert, um einen Proxyfehler zu erhalten und diesen zu plotten

Fehler am Proxy-Wert – Lösungsansatz

- Durch die Monte Carlo Simulation werden der gleichen Tiefe und so dem gleichen Proxy-Wert unterschiedliche Alter zugewiesen
- Eine unterschiedliche Zuweisung führt zu Altersunsicherheiten am Proxy-Wert

→ Unsicherheit des Proxy-Werts an einem bestimmten Alter

„Welcher Proxy-Wert bei 1500 Jahren?“

- Altersfenster muss definiert werden, da nicht immer genau „Alter 1500“ simuliert wurde (+/- 10 Jahre bspw.)
- Die Proxy-Werten der entsprechenden Altersfenster werden gesucht und in einer Matrix zusammengetragen
- Diese Werte werden gemittelt und ihre Konfidenzintervalle (2,5% & 97,5%) bestimmt
- Plot des Proxy-Werts mit Unsicherheiten

Fehler am Proxy-Wert – Umsetzung

```
44 for(try in 1:tries){
45   row_no <- 1
46
47   for (age in seq(1, length(age_brackets), 2)){
48     ages_to_insert <- which(fit_proxy[,try] >= age_brackets[age] & fit_proxy[,try] <= age_brackets[age+1])
49
50     if (length(ages_to_insert) < cols){
51       ages_to_insert <- c(ages_to_insert, rep(NA, cols - length(ages_to_insert)))}
52
53     ages[row_no,] <- ages_to_insert
54     row_no <- row_no + 1}
```

Zeile 47 – 49: For-Schleife, um die simulierten Alter zu finden, welche sich innerhalb der vorher gewählten Altersgrenzen befinden

Zeile 50 – 51: Eine Altersmatrix wird solange gefüllt, bis alle Altersgrenzen durchsucht worden sind

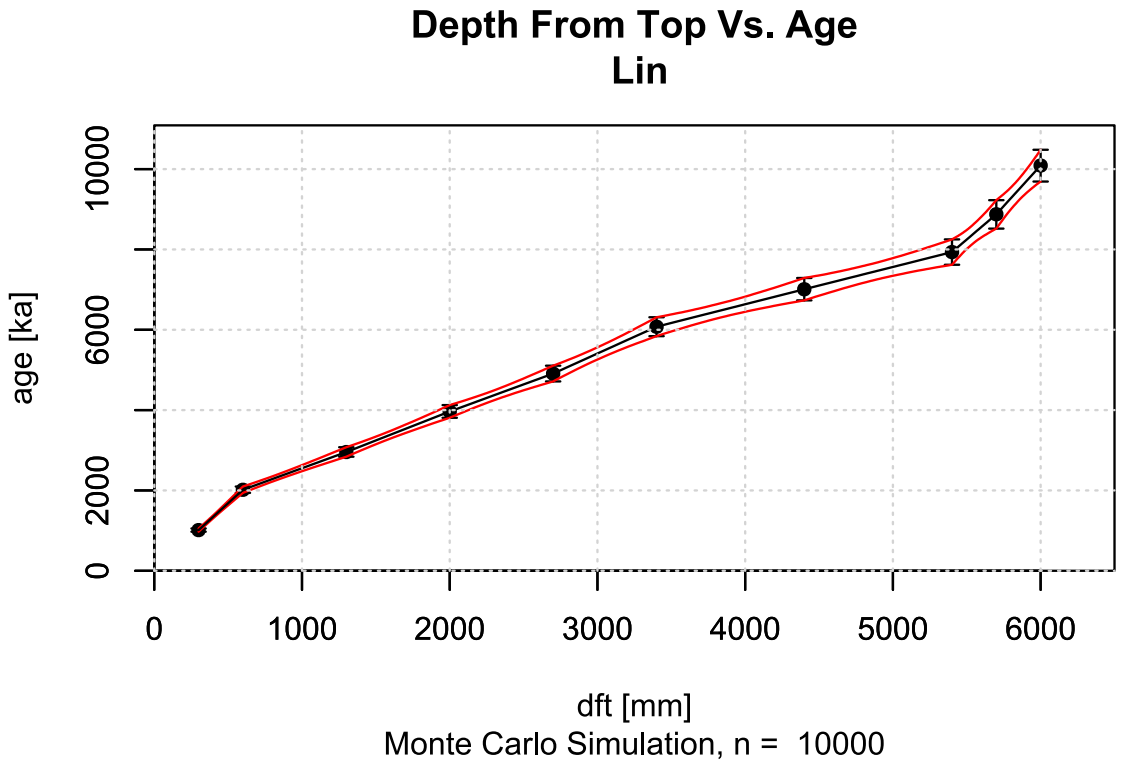
Zeile 53: Zeilenweise werden alle überprüften Altersreihen zusammengefasst

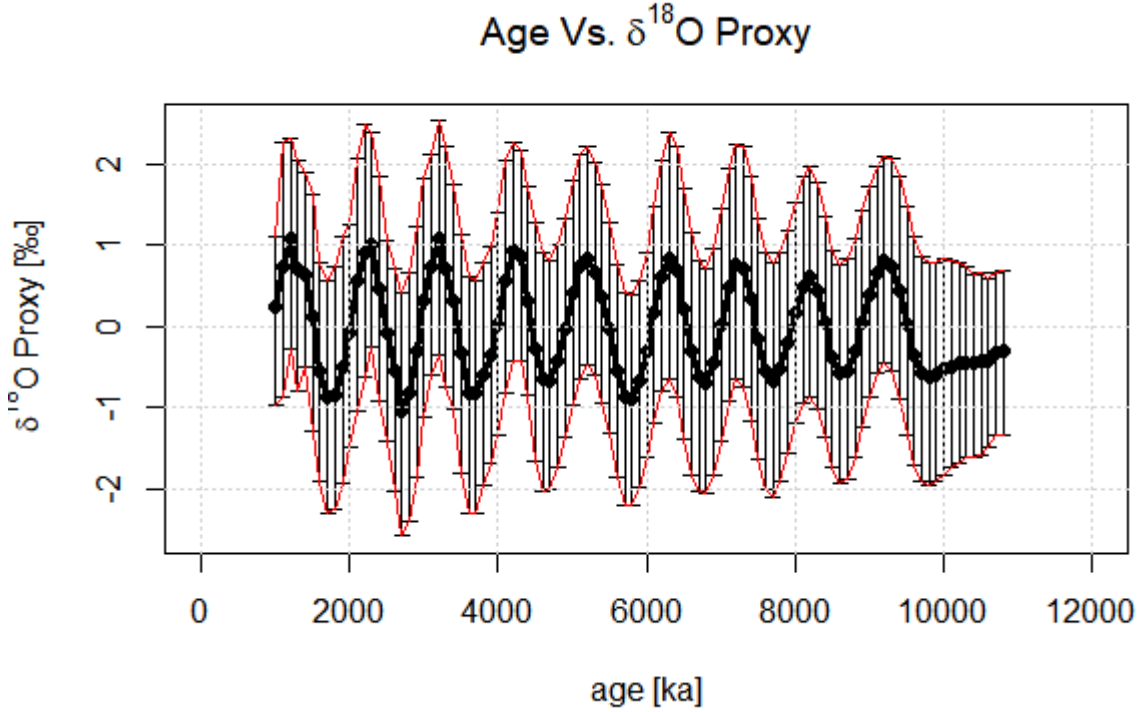
Fehler am Proxy-Wert – Umsetzung

```
65  proxy_stats <- matrix(NA, nrow = length(age_brackets)/2, 4)
66  proxy_stats[,1] <- seq(age_min, age_max, age_steps)
67  proxy_stats[,2] <- rowMeans2(proxy_mean, na.rm = T) # Mean
68  proxy_stats[,3] <- rowMeans2(proxy_quants_1, na.rm = T) # Quant 02.5%
69  proxy_stats[,4] <- rowMeans2(proxy_quants_2, na.rm = T) # Quant 97.5%
```

Zeile 66 – 69: Eine neue Matrix mit statischen Kenngrößen, ähnlich „Fehler am Alter – Umsetzung“

Fehler am Proxy-Wert – Plots





Quellenverzeichnis

- Stalagmit – http://www.physik.uni-regensburg.de/forschung/gebhardt/gebhardt_files/skripten/WS1213-WuK/Klimamodelle.pdf (10:15, 02.06.2021)
- Eisbohrkern - https://www.geomar.de/news/article/die-sonne-steuerte-das-klima-in-der-eiszeit (10:15, 02.06.2021)