

Ví dụ minh họa áp dụng MFEA giải bài TSP

1 Phát biểu bài toán TSP:

❖ Đầu vào:

- Đồ thị đầy đủ $G = (V, E)$, trong đó V là tập gồm n đỉnh tương ứng với n thành phố, E là tập cạnh các kết nối giữa các thành phố.
- Ma trận chi phí $C_{n \times n}$, trong đó C_{ij} là chi phí đi từ thành phố i tới thành phố j ($i, j = 1, \dots, n$).

❖ Đầu ra: Chu trình T có độ dài $n + 1$, là đường đi qua tất cả n thành phố và quay lại đỉnh xuất phát

❖ Ràng buộc: Không có thành phố được đến thăm quá một lần trong một chu trình đường đi.

❖ Mục tiêu: Tổng chi phí đi lại trên chu trình T là nhỏ nhất.

Ví dụ minh họa áp dụng MFEA giải bài TSP

2

- Để dễ hình dung, thuật toán MFEA được áp dụng để giải đồng thời 2 bài toán TSP với số thành phố là 5 và 9.
- Bài toán TSP 5 thành phố:
 - Đồ thị đầy đủ $G_1 = (V_1, E_1)$, $V_1 = \{1, 2, 3, 4, 5\}$
 - Ma trận chi phí $C_{5 \times 5}^1$ (coi chỉ số ma trận bắt đầu từ 1).
 - Tìm chu trình T_1 đi qua tất cả các thành phố sao cho chi phí đi lại là nhỏ nhất.

$$C_{5 \times 5}^1 =$$

0	5	14	7	17
13	0	24	26	25
19	21	0	7	21
4	3	18	0	14
25	12	4	3	0

Ví dụ minh họa áp dụng MFEA giải bài TSP

3

- Bài toán TSP 9 thành phố:
 - Đồ thị đầy đủ $G_2 = (V_2, E_2)$, $V_2 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$
 - Ma trận chi phí $C_{9 \times 9}^2$ (coi chỉ số ma trận bắt đầu từ 1).
 - Tìm chu trình T_2 đi qua tất cả các thành phố sao cho chi phí đi lại là nhỏ nhất.

$C_{9 \times 9}^2 =$

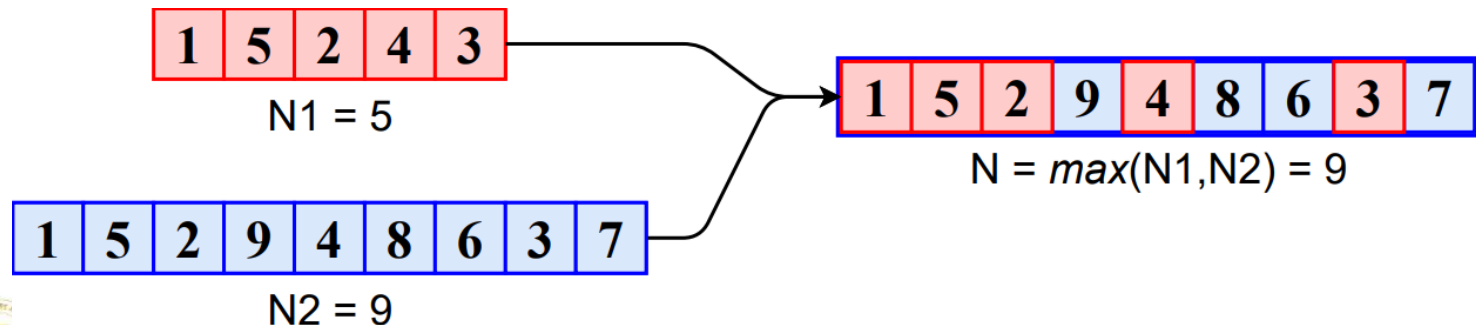
0	3	10	25	6	18	27	22	24
18	0	11	3	14	12	7	24	22
9	19	0	8	27	13	24	17	18
10	13	15	0	24	11	9	23	16
28	28	27	9	0	9	15	10	21
13	9	7	7	18	0	14	29	30
4	25	5	11	29	8	0	6	17
18	11	9	29	16	15	23	0	19
18	24	13	25	29	29	22	17	0

Các toán tử di truyền

Mã hóa cá thể

4

- Biểu diễn cá thể:
 - Biểu diễn hoán vị cho bài toán TSP 5 và 9 thành phố tương ứng có 5 và 9 phần tử.
 - Do vậy biểu diễn cá thể trong không gian chung là một hoán vị của 9 phần tử.
- Minh họa mã hóa cá thể trong không gian chung:

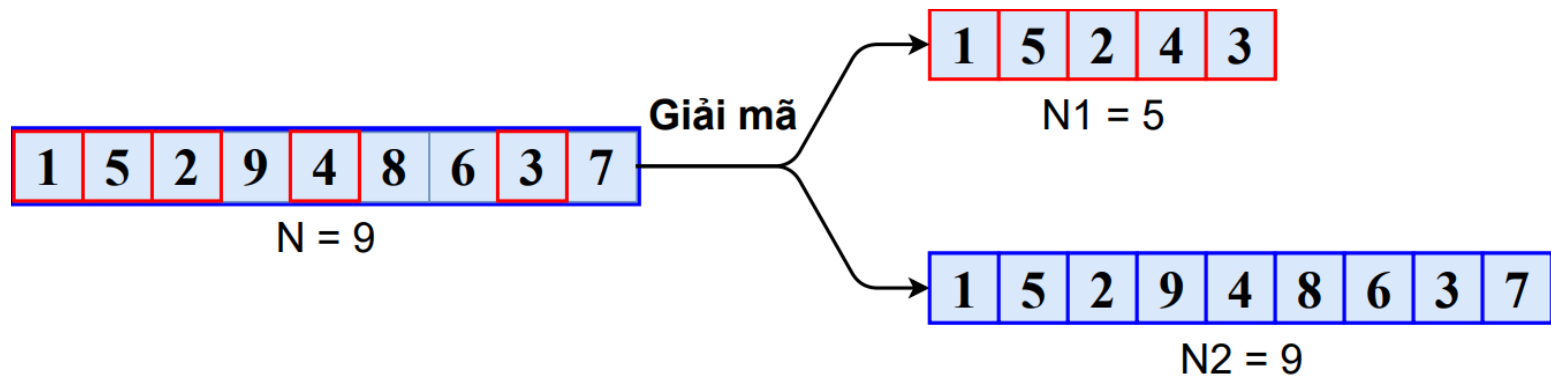


Các toán tử di truyền

Giải mã cá thể

5

- Quá trình giải mã cá thể từ không gian chung được minh họa như sau:



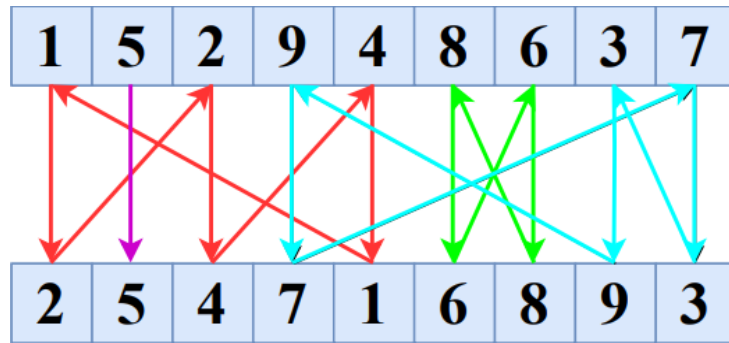
- Sau khi giải mã ra không gian riêng, việc giải mã từ cá thể ra lời giải cho bài toán tương tự như khi áp dụng thuật toán GA.

Các toán tử di truyền

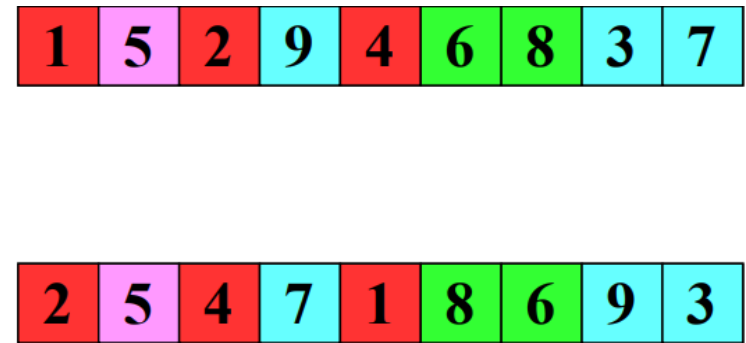
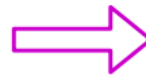
Lai ghép

6

- Sử dụng phép lai ghép chu trình:



(a)



(b)

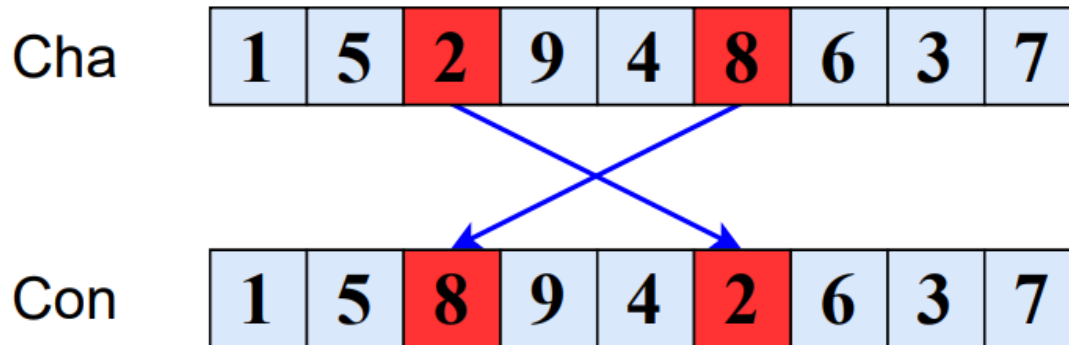
- Hình (a), có 4 chu trình được tìm ra từ 2 cá thể cha mẹ (màu đỏ, tím, xanh dương, xanh lá).
- Hình (b), 2 cá thể con được tạo ra từ việc sao chép nghịch đảo các chu trình từ cá thể cha mẹ.

Các toán tử di truyền

Đột biến

7

- Sử dụng phép đột biến 2 điểm: Lựa chọn 2 vị trí bất kì trên cá thể cha, đổi chỗ 2 vị trí đó cho nhau, thu được cá thể con.
- Minh họa:



Các toán tử di truyền

Chọn lọc

8

- Chọc lọc cha mẹ: sử dụng phương pháp chọn lọc *giao phối*.
- Chọn lọc thể hệ: sử dụng phương pháp chọn lọc *elitism*.

Tham số cài đặt thuật toán MFEA

9

- Kích thước quần thể: $pop_size = 10$
- Số thế hệ: $generation = 100$
- Tham số $rmp = 0.5$

Các bước của thuật toán MFEA

10

- Bước 1: Khởi tạo quần thể ($t = 0$):
 - Khởi tạo quần thể P_0 gồm 10 cá thể theo biểu diễn hoán vị:

Cá thể x_1 :	[3, 7, 1, 2, 6, 5, 4, 9, 8]
Cá thể x_2 :	[5, 7, 6, 1, 8, 9, 4, 2, 3]
Cá thể x_3 :	[4, 1, 3, 2, 5, 9, 6, 8, 7]
Cá thể x_4 :	[4, 6, 3, 5, 8, 7, 1, 2, 9]
Cá thể x_5 :	[1, 7, 3, 9, 2, 5, 4, 6, 8]
Cá thể x_6 :	[5, 7, 2, 3, 4, 9, 6, 1, 8]
Cá thể x_7 :	[8, 4, 1, 3, 9, 2, 7, 6, 5]
Cá thể x_8 :	[9, 6, 5, 8, 4, 3, 1, 7, 2]
Cá thể x_9 :	[3, 7, 2, 5, 6, 8, 1, 9, 4]
Cá thể x_{10} :	[9, 2, 6, 8, 7, 1, 3, 5, 4]

Các bước của thuật toán MFEA

11

- Bước 2: Đánh giá cá thể theo từng tác vụ
 - Giải mã cá thể x_i ra không gian riêng ứng với các tác vụ được x_i^k (với k là chỉ số của tác vụ):
 - Ví dụ: $x_1 = [3, 7, 1, 2, 6, 5, 4, 9, 8]$ giải mã ra 2 cá thể $x_1^1 = [3, 1, 2, 5, 4]$ và $x_1^2 = [3, 7, 1, 2, 6, 5, 4, 9, 8]$.
 - Với mỗi cá thể x_i^k , tính **factorial-cost** cho từng cá thể, theo công thức:

$$f_k(x_i) = \text{cost}(x_i^k)$$

Trong đó: $\text{cost}(x_i^k)$ là chi phí đi lại của chu trình khi giải mã x_i^k ứng với tác vụ k .

- Khi đó: với $x_1^1 = [3, 1, 2, 5, 4]$ giải mã thu được chu trình: $3 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow 5 \rightarrow 4 \rightarrow 3$.
- Chi phí $\text{cost}(x_1^1) = C_{31}^1 + C_{12}^1 + C_{25}^1 + C_{54}^1 + C_{43}^1 = 19 + 5 + 25 + 3 + 18 = 70$
- $f_1(x_1) = \text{cost}(x_1^1) = 70$. Tương tự có $f_2(x_1) = 112$.

Các bước của thuật toán MFEA

- Tương tự, các cá thể trong quần thể P_0 được đánh giá, và tính xếp hạng như sau:

Cá thể_	Genes	f1	rank1	f2	rank2
x_1	[3, 7, 1, 2, 6, 5, 4, 9, 8]	70.0	6	112.0	1
x_2	[5, 7, 6, 1, 8, 9, 4, 2, 3]	80.0	8	153.0	4
x_3	[4, 1, 3, 2, 5, 9, 6, 8, 7]	67.0	3	166.0	8
x_4	[4, 6, 3, 5, 8, 7, 1, 2, 9]	95.0	9	132.0	2
x_5	[1, 7, 3, 9, 2, 5, 4, 6, 8]	67.0	4	155.0	6
x_6	[5, 7, 2, 3, 4, 9, 6, 1, 8]	64.0	2	155.0	7
x_7	[8, 4, 1, 3, 9, 2, 7, 6, 5]	67.0	5	134.0	3
x_8	[9, 6, 5, 8, 4, 3, 1, 7, 2]	70.0	7	184.0	10
x_9	[3, 7, 2, 5, 6, 8, 1, 9, 4]	96.0	10	183.0	9
x_10	[9, 2, 6, 8, 7, 1, 3, 5, 4]	54.0	1	154.0	5

- Cập nhật skill-factor và scalar fitness cho từng cá thể:
 - Skill-factor của cá thể x_i là $\tau_i = \argmin_k(r_{ik})$, k là chỉ số của tác vụ, r_{ik} là hạng của cá thể x_i với tác vụ k .
 - Scalar-fitness của cá thể x_i là $\varpi_i = \frac{1}{\min(r_{ik})}$.

Các bước của thuật toán MFEA

13

- Khi đó, với x_1
 - skill-factor $\tau_1 = \operatorname{argmin}_{k=1,2}(r_{11}, r_{12}) = 2$ (do $r_{11} = 7 > r_{12} = 1$)
 - scalar-fitness $\varpi_1 = \frac{1}{\min_{k=1,2}(r_{11}, r_{12})} = \frac{1}{\min(7,1)} = \frac{1}{1} = 1.$
- Tương tự, các cá thể trong quần thể P_0 được cập nhật như sau:

Cá thể_	Genes	skill-factor	scalar-fitness
x_1	[3, 7, 1, 2, 6, 5, 4, 9, 8]	2	1.0
x_2	[5, 7, 6, 1, 8, 9, 4, 2, 3]	2	0.25
x_3	[4, 1, 3, 2, 5, 9, 6, 8, 7]	1	0.33
x_4	[4, 6, 3, 5, 8, 7, 1, 2, 9]	2	0.5
x_5	[1, 7, 3, 9, 2, 5, 4, 6, 8]	1	0.25
x_6	[5, 7, 2, 3, 4, 9, 6, 1, 8]	1	0.5
x_7	[8, 4, 1, 3, 9, 2, 7, 6, 5]	2	0.33
x_8	[9, 6, 5, 8, 4, 3, 1, 7, 2]	1	0.14
x_9	[3, 7, 2, 5, 6, 8, 1, 9, 4]	2	0.11
x_10	[9, 2, 6, 8, 7, 1, 3, 5, 4]	1	1.0

Các bước của thuật toán MFEA

14

- Bước 3: $t = t+1$, Sinh quần thể con C_t
 - Chọn cá thể cha mẹ từ P_t , theo hình thức giao đầu:
 - Chọn ngẫu nhiên 2 cặp cá thể ngẫu nhiên (x_3, x_5) và (x_7, x_{10}) .
 - So sánh giá trị *scalar-fitness*: $\varpi_3 > \varpi_5, \varpi_7 < \varpi_{10}$.
→ Chọn ra 2 cá thể cha mẹ để sinh sản là x_3, x_{10} .
 - Sinh số ngẫu nhiên $r \sim U(0,1), r \in [0,1]$.
 - Lai ghép:
 - Nếu 2 cá thể cha mẹ cùng *skill-factor* hoặc $r < rmp$, lai ghép (x_5, x_7) tạo ra con cái là c_1, c_2 .
 - *Skill-factor* của con cái c_1, c_2 được gán ngẫu nhiên từ cá thể cha mẹ.

Các bước của thuật toán MFEA

15

- Đột biến:
 - Ngược lại, nếu cha mẹ khác *skill-factor* hoặc $r \geq rmp$, đột biến (x_1), đột biến (x_2), tạo ra con cái tương ứng là c_3, c_4 .
 - *Skill-factor* của c_3, c_4 lần lượt bằng *skill-factor* của x_1, x_2 .
- Nạp các cá thể mới vào quần thể con :
$$C_t = C_t \cup \{c_1, c_2, c_3, c_4\}$$
- Lặp lại quá trình từ đầu bước 3 cho tới khi $|C_t| \geq N$ thì dừng, thu được quần thể con C_t .

Các bước của thuật toán MFEA

16

- Bước 4: Chọn lọc sinh tồn, theo cơ chế:

$$P_{t+1} = \text{chọn lọc elitism}(P_t, C_t)$$

- Giả sử C_t gồm 10 cá thể được tạo ra như sau:

Cá thể	Genes	skill-factor
c_1	[6, 3, 8, 2, 9, 5, 4, 7, 1]	2
c_2	[2, 6, 7, 8, 4, 9, 1, 3, 5]	1
c_3	[8, 7, 9, 3, 5, 2, 4, 1, 6]	2
c_4	[7, 6, 1, 8, 3, 2, 4, 9, 5]	2
c_5	[2, 3, 6, 7, 1, 9, 5, 8, 4]	1
c_6	[1, 7, 9, 6, 2, 3, 8, 5, 4]	1
c_7	[2, 9, 4, 3, 5, 6, 1, 8, 7]	1
c_8	[3, 5, 8, 9, 6, 1, 2, 7, 4]	2
c_9	[7, 1, 6, 3, 5, 4, 8, 2, 9]	1
c_10	[1, 7, 5, 3, 6, 8, 4, 9, 2]	1

Các bước của thuật toán MFEA

17

- Đánh giá các cá thể trong C_t , cập nhật *scalar-fitness* cho quần thể $P_t \cup C_t$, thu được như sau:

Cá thể_	Genes	skill-factor	scalar-fitness	xếp hạng
x_1	[3, 7, 1, 2, 6, 5, 4, 9, 8]	2	1.0	2
x_2	[5, 7, 6, 1, 8, 9, 4, 2, 3]	2	0.1	15
x_3	[4, 1, 3, 2, 5, 9, 6, 8, 7]	1	0.1	14
x_4	[4, 6, 3, 5, 8, 7, 1, 2, 9]	2	0.33	6
x_5	[1, 7, 3, 9, 2, 5, 4, 6, 8]	1	0.14	13
x_6	[5, 7, 2, 3, 4, 9, 6, 1, 8]	1	0.2	10
x_7	[8, 4, 1, 3, 9, 2, 7, 6, 5]	2	0.2	9
x_8	[9, 6, 5, 8, 4, 3, 1, 7, 2]	1	0.08	17
x_9	[3, 7, 2, 5, 6, 8, 1, 9, 4]	2	0.06	20
x_10	[9, 2, 6, 8, 7, 1, 3, 5, 4]	1	0.33	5
<hr/>				
c_1	[6, 3, 8, 2, 9, 5, 4, 7, 1]	2	0.5	3
c_2	[2, 6, 7, 8, 4, 9, 1, 3, 5]	1	0.08	16
c_3	[8, 7, 9, 3, 5, 2, 4, 1, 6]	2	0.07	18
c_4	[7, 6, 1, 8, 3, 2, 4, 9, 5]	2	0.17	11
c_5	[2, 3, 6, 7, 1, 9, 5, 8, 4]	1	0.17	12
c_6	[1, 7, 9, 6, 2, 3, 8, 5, 4]	1	0.25	8
c_7	[2, 9, 4, 3, 5, 6, 1, 8, 7]	1	0.06	19
c_8	[3, 5, 8, 9, 6, 1, 2, 7, 4]	2	0.25	7
c_9	[7, 1, 6, 3, 5, 4, 8, 2, 9]	1	0.5	4
c_10	[1, 7, 5, 3, 6, 8, 4, 9, 2]	1	1.0	1

Các bước của thuật toán MFEA

18

- Sử dụng phép chọn lọc *elitism* chọn ra 10 cá thể tốt nhất (khoanh đỏ) từ quần thể $P_t \cup C_t$, thu được quần thể P_{t+1} gồm 10 cá thể $\{x_1, x_4, x_6, x_7, x_{10}, c_1, c_6, c_8, c_9, c_{10}\}$.

Cá thể_	Genes	skill-factor	scalar-fitness	xếp hạng
x_1	[3, 7, 1, 2, 6, 5, 4, 9, 8]	2	1.0	2
x_2	[5, 7, 6, 1, 8, 9, 4, 2, 3]	2	0.1	15
x_3	[4, 1, 3, 2, 5, 9, 6, 8, 7]	1	0.1	14
x_4	[4, 6, 3, 5, 8, 7, 1, 2, 9]	2	0.33	6
x_5	[1, 7, 3, 9, 2, 5, 4, 6, 8]	1	0.14	13
x_6	[5, 7, 2, 3, 4, 9, 6, 1, 8]	1	0.2	10
x_7	[8, 4, 1, 3, 9, 2, 7, 6, 5]	2	0.2	9
x_8	[9, 6, 5, 8, 4, 3, 1, 7, 2]	1	0.08	17
x_9	[3, 7, 2, 5, 6, 8, 1, 9, 4]	2	0.06	20
x_10	[9, 2, 6, 8, 7, 1, 3, 5, 4]	1	0.33	5

c_1	[6, 3, 8, 2, 9, 5, 4, 7, 1]	2	0.5	3
c_2	[2, 6, 7, 8, 4, 9, 1, 3, 5]	1	0.08	16
c_3	[8, 7, 9, 3, 5, 2, 4, 1, 6]	2	0.07	18
c_4	[7, 6, 1, 8, 3, 2, 4, 9, 5]	2	0.17	11
c_5	[2, 3, 6, 7, 1, 9, 5, 8, 4]	1	0.17	12
c_6	[1, 7, 9, 6, 2, 3, 8, 5, 4]	1	0.25	8
c_7	[2, 9, 4, 3, 5, 6, 1, 8, 7]	1	0.06	19
c_8	[3, 5, 8, 9, 6, 1, 2, 7, 4]	2	0.25	7
c_9	[7, 1, 6, 3, 5, 4, 8, 2, 9]	1	0.5	4
c_10	[1, 7, 5, 3, 6, 8, 4, 9, 2]	1	1.0	1

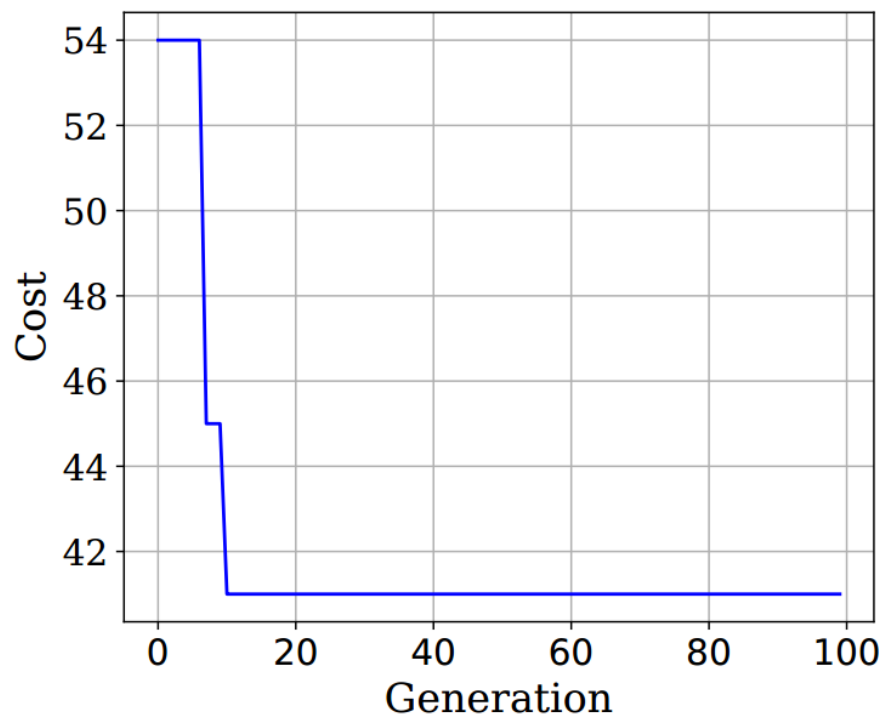
Các bước của thuật toán MFEA

19

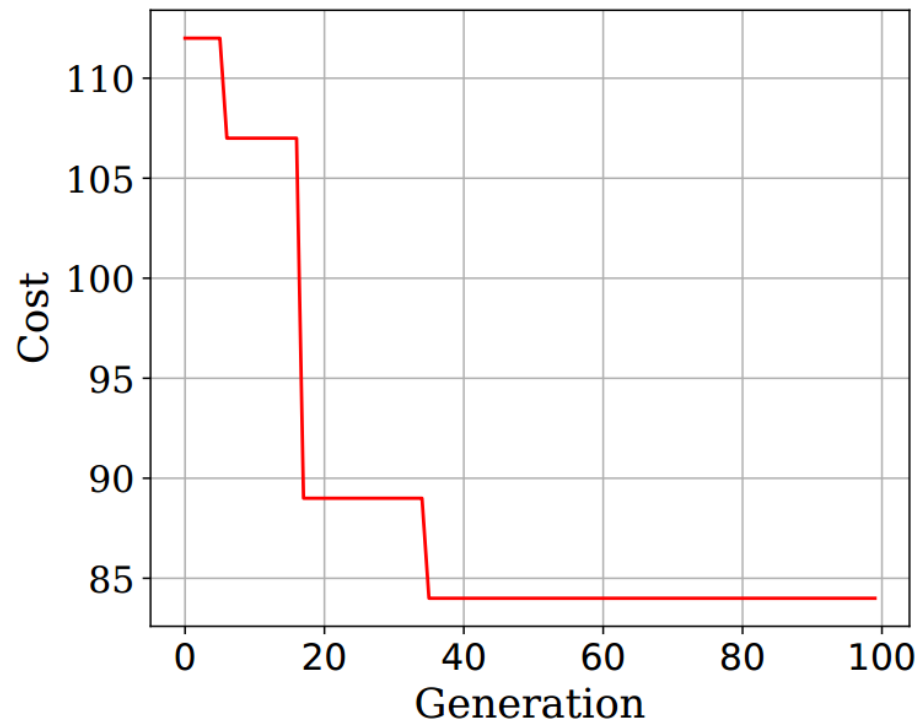
- Bước 5: Kiểm tra điều kiện dừng
 - Nếu thỏa mãn điều kiện dừng, trả về lời giải của bài toán là cá thể tốt nhất của quần thể cuối cùng.
 - Ngược lại, quay lại bước 3.

Kết quả

- 20 • Sau 100 thế hệ, lời giải thu được là cá thể tốt nhất tại quần thể P_{100} .



Hình: Xu hướng hội tụ của tác vụ TSP 5 thành phố.



Hình: Xu hướng hội tụ của tác vụ TSP 9 thành phố.

Nhận xét

21

- Từ hình vẽ xu hướng hội tụ, ta thấy:
 - Xu hướng hội tụ của tác vụ TSP 5 thành phố hội tụ khá sớm, khoảng ngoài thế hệ thứ 10.
 - Xu hướng hội tụ của tác vụ TSP 9 thành phố hội tụ khoảng gần thế hệ 40.
 - Nguyên nhân là do tác vụ TSP 5 thành phố có không gian tìm kiếm nhỏ hơn nhiều so với không gian tìm kiếm của tác vụ TSP 9 thành phố. Mặt khác do quá trình giải đồng thời 2 tác vụ, việc chuyển giao tri thức từ tác vụ 9 thành phố sang tác vụ 5 thành phố giúp cho quá trình hội tụ của tác vụ 5 thành phố diễn ra nhanh hơn.