

幾何図形上のアナロジー推論の自動化に関する研究

Study for Automatization of Analogical Reasoning on Geometrics

情報工学専攻 藤井 智之
FUJII Noriyuki

概要

本研究の目的は、手描き幾何図形を入力とする幾何図形上のアナロジー推論を自動的に解くことである。幾何図形上のアナロジー推論とは、ある図形 A と A' とが与えられたとき、 A を A' に変換する規則 R を類推し、別途与えられた新たな図形 B を変形した結果と考えられる図形 B' を、複数通り与えられた候補から、 R を利用することにより選択する問題である。1960 年代に Evans は、幾何図形をモデル化したうえで、人に対する知能検査で扱われるものと同様な幾何類比問題が解けるプログラムを考案した。当時のコンピュータの性能では画像処理は困難であったため、Evans は幾何学図形の検出を手動でおこなった。コンピュータが高度に発達した今日、エッジ検出や Hough 変換などによる画像処理を実時間でおこなえるようになった。そこで本研究では、手描きの幾何図形をカメラで撮影して取り込み、おもに Hough 変換を用いて幾何図形の構成要素を抽出することにより幾何図形を検出し、幾何図形の構成要素の組からなる空間上で定義した距離のもとで変換規則を自動的に類推し適用する現実のシステムを構築した。

キーワード：幾何類比問題、知能検査、Hough 変換、幾何学図形、変換規則、類推。

1 序論

幾何図形上のアナロジー推論（以下幾何類比問題と表記）とは、ある図形 A と A' とが与えられたとき、 A を A' に変換する規則 R を類推し、別途与えられた新たな図形 B を変形した結果と考えられる図形 B' を、複数通り与えられた候補から、 R を利用することにより選択する問題である。例題を図 1 に示す。この問題は、幾何図形の検出と、 B' と複数の候補を比較する類推により解決する。そこで本研究の目的は、図形の検出から推論までの一連のプロセスを自動的におこなうことにより、手描き幾何図形上のアナロジー推論を自動的に解くことである。

コンピュータ上に推論機能を実装する研究は Evans [2] から始まり、現在では Lovett ら [5] の研究などがある。Lovett らは、ユーザに図形の入力とラベル付けをさせることにより図形を認識するシステムと、Falkenhainer ら [3] が提案した Structure-Mapping Engine（以下 SME と表記）を用いて幾何類比問題を解くシステムを開発した。SME とは、Gentner [4] が考案した構造写像理論（Structure-Mapping Theory）に基づき、構造的類似度を計算するアルゴリズムである。ここで、Lovett らが図形認識に用いたシステムの主機能はユーザが図形に与えるラベル付けであり、画像処理ではない。また、構造的類似度を用いるこのアルゴリズムは、変換規則 R および図形 B' を類推せず、 B と C, \dots, N の関係を類推に用いるため、 A を A' に変換する規則 R と、 B を複数通り与えられた候補である C, \dots, N それぞれに変換する規則 R_C, \dots, R_N とを比較する推論モデル [8] に近いといえる。

そこで本研究では、Hough 変換などの画像処理により幾何図形の構成要素を抽出することにより幾何図形検出を自動化する。手描き幾何図形を検出する際の問題点は、機械的に描かれた幾何図形と異なり厳密には幾何学的でないこと、かすれ、欠けによる不連続性である。そこでノイズに強く点線状の直線も検出できる Hough 変換 [1] を用いて幾何図形の構成要素を抽出し、その結果から幾何図形を検出することにより、これらの問題を解決する。また、本研究では幾何図形の構成要素の組と組との“距離”を類似度とすることによ

り、正答すなわち B' を類推し、それと複数の候補とを比較する推論モデル [6] [7] に基づいた推論システムを構築する。

本研究では簡略化のため、幾何図形の種類を三角形、四角形、円の大小の区別合わせて 6 種類とする。また、大図形と小図形が共に存在するとき、小図形は必ず大図形の中に含まれているとする。入力画像に含まれる各幾何図形を、本論文では大三角形、小三角形、大四角形、小四角形、大円、小円と表記する。また、変換規則は消失、増加、変化の 3 種類とし、各変換規則を

消失 変換前画像に大（小）図形が存在し、変換後画像に大（小）図形が存在しない
増加 変換前画像に大（小）図形が存在せず、変換後画像に大（小）図形が存在する
変化 変換前画像と変換後画像に大（小）図形が存在し、変換前画像と変換後画像で大（小）図形が異なる

と定義する。

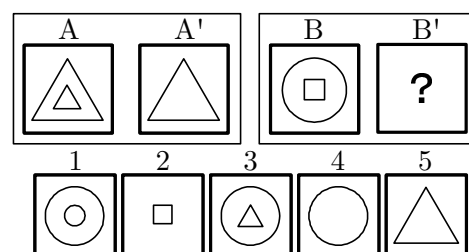


図 1 幾何類比問題の例題

2 幾何図形検出

本研究では、Hough 変換を用いて幾何図形を構成する直線または円を検出した結果をもとに、入力画像に含まれている図形の種類を区別する。具体的には、三角形、四角形および円の区別を、Hough 変換により抽出した直線の数および円を検出したかどうかでおこなう。Hough 変換で手描きの線を検出する際の問題点は、手描きの線は厳密には幾何学的ではないため、1 本の線を複数検出する可能性が存在することである。これは、Hough 変換によるパラメタ決定は投票数に依存するため、投票空間上のある 1 点の極大点の付

近にも得票数の多い点が存在するためである。そこで、投票空間上のある局所領域において得票数の最も多い点を特徴点とし、その付近の点の得票数を 0 にする処理をおこなう。

幾何図形検出の流れ

前もって、図形を検出したという情報を格納する図形配列を用意する。図形配列の各要素が示す図形は 1 番目から順に大三角形、小三角形、大四角形、小四角形、大円、小円とする。例えば図 1 に示す図形 A は大三角形と小三角形からなるため、図形 A の図形配列 a は

$$a = \{ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \} \quad (1)$$

となる。

始めに、入力画像を単純しきい値処理により 2 値化した上で、大図形が入力画像中に存在するかどうかを調べる。具体的には、画像上の上から下に向けて黒画素を検出するまで探索する。同様に画像上の左から右、下から上、右から左について探索する。この探索により、図形の外枠を細線化した状態で検出する。そして、検出した黒画素の総数 S_b がしきい値 T_b より大きければ、大図形は入力画像中に存在すると判断する。

入力画像に大図形が存在するとき、次に入力画像中に含まれる大図形の種類を調べる。具体的には、始めに Hough 変換により幾何図形を構成する線分の数を見る。検出した直線の本数が 3 本であれば大三角形が存在すると判断し、4 本であれば大四角形が存在すると判断する。それ以外であれば、次に Hough 変換により円を検出する。円を 1 つ検出できれば、大円が存在すると判断する。最後に、検出した黒画素およびそれらの付近 T_d に存在する黒画素を大図形を構成する画素とし、それらを削除する。続いて、大図形と同様の手順で小図形を検出する。大図形検出の流れ図を図 2 に、小図形検出の流れ図を図 3 に示す。

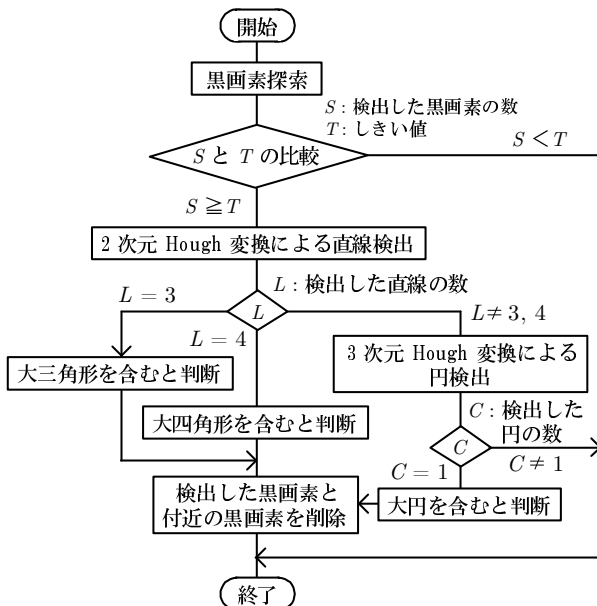


図 2 大図形検出処理の流れ図

3 アナロジー推論

本節では、変換規則を類推する手法、変換後図形 B' を推定する手法および図形と図形の類似度を求め、複数の候補が

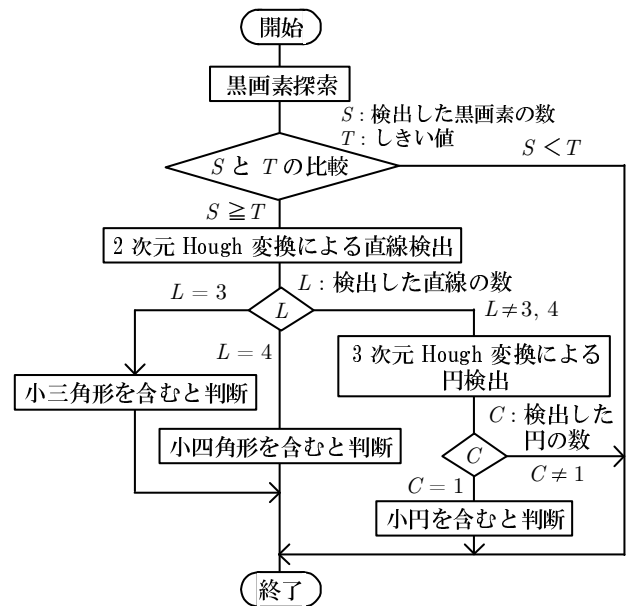


図 3 小図形検出処理の流れ図

ら選択する手法について述べる。

3.1 変換規則類推

本研究では大図形の消失、増加、変化に小図形は関係しないことと、小図形の消失、増加、変化に大図形は関係しないことから、大図形の変換規則と小図形の変換規則をそれぞれ独立に類推する。類推した結果を変換規則行列に格納する。変換規則は大図形消失、小図形消失、大三角形増加、大四角形増加、大円増加、小三角形増加、小四角形増加、小円増加、大三角形に変化、大四角形に変化、大円に変化、小三角形に変化、小四角形に変化、小円に変化の計 14 種類であるため、変換規則行列の各要素を 1 行目の 1 列目から 7 列目まで順に大図形消失、小図形消失、大三角形増加、大四角形増加、大円増加、小三角形増加、小四角形増加とし、2 行目の 1 列目から 7 列目まで順に小円増加、大三角形に変化、大四角形に変化、大円に変化、小三角形に変化、小四角形に変化、小円に変化とする。例えば変換規則が“大三角形増加かつ小四角形に変化”であれば、この変換規則を変換規則行列 M を用いて

$$M = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (2)$$

と表す。規則 R を適用する前の図形を変換前図形、変換前図形に R を適用したあとの図形を変換後図形とする。

始めに、変換前図形に大図形が存在するかを調べる。変換前図形に大図形が存在しないとき、次に変換後図形の大図形の種類を調べる。大図形のいずれかが存在するとき、大図形の変換規則は、その存在する図形の増加と判断する。大図形が存在しないとき、大図形の変換規則はなしとする。

変換前図形に大図形が存在するとき、次に変換後図形に大図形が存在するかどうかを調べる。ここで、変換後図形に大図形が存在しないとき、大図形の変換規則は大図形消失であると判断する。

変換前図形と変換後図形に大図形が存在するとき、次に変換前大図形と変換後大図形の種類を比較する。変換前大図形が大四角形もしくは大円であり、かつ変換後大図形が大三角形であるとき、大図形の変換規則は大三角形に変化と判断す

る。変換前大図形が大三角形もしくは大円であり、かつ変換後大図形が大四角形であるとき、大図形の変換規則は大四角形に変化と判断する。変換前大図形が大三角形もしくは大四角形であり、かつ変換後大図形が大円であるとき、大図形の変換規則は大円に変化と判断する。変換前大図形と変換後大図形の種類が等しいとき、大図形の変換規則はなしとする。続いて、大図形と同様の手順で小図形の変換規則を類推する。大図形の変換規則類推手順の流れ図を図 4 に、小図形の変換規則類推手順の流れ図を図 5 に示す。

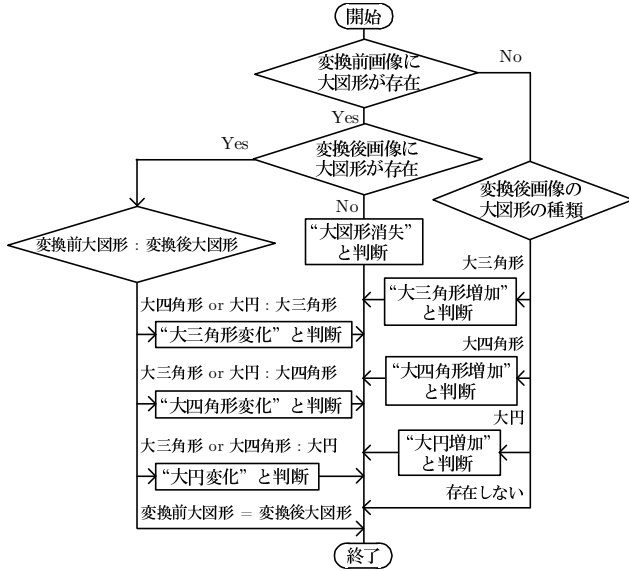


図 4 大図形変換規則導出の流れ図

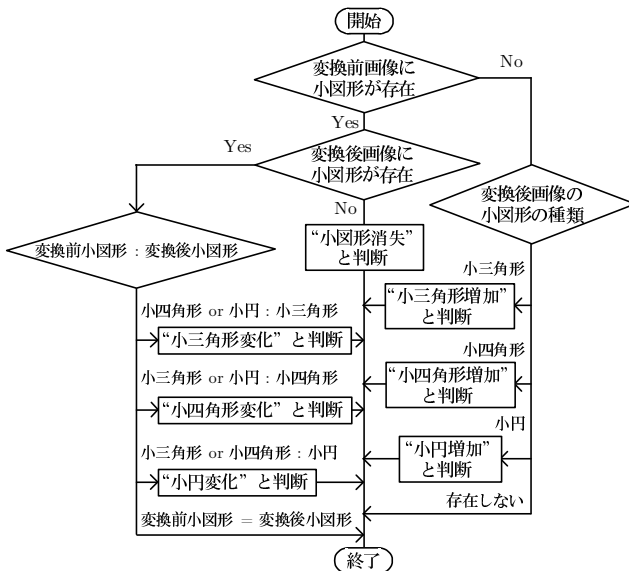


図 5 小図形変換規則導出の流れ図

3.2 変換後図形推定

変換後の図形を推定する際に、変換規則が“大(小)図形の増加”でありかつ B に大(小)図形が存在する場合や、変換規則が“大(小)図形の変化”でありかつ B に大(小)図形が存在しない場合に、B の大(小)図形は変わらないことに注意する。B' の図形配列を b' とし、あらかじめ b' の各要素の値を 0 で初期化しておく。

始めに、大図形の変換規則が消失、増加、変化、なしのどれであるか調べる。変換規則が消失のとき、変換後に大図形は存在しないと判断する。

変換規則が増加のとき、次に変換前に大図形が存在するかどうかを調べる。変換前に大図形が存在するとき、変換規則が増加であれば変換前の図形から変わらないと判断する。変換前に大図形が存在しないとき、どの図形が増加するかを調べ、その図形に対応する b' の要素の値を 1 にする。

変換規則が変化のとき、次に変換前に大図形が存在するかどうかを調べる。変換前に大図形が存在するとき、どの図形に変化するかを調べ、その変化する図形に対応する b' の要素の値を 1 にする。変換前に大図形が存在しないとき、存在しない図形は変化しないと判断する。続いて、大図形と同様の手順で変換後小図形を推定する。大図形の推定の流れ図を図 6 に、小図形の推定の流れ図を図 7 に示す。

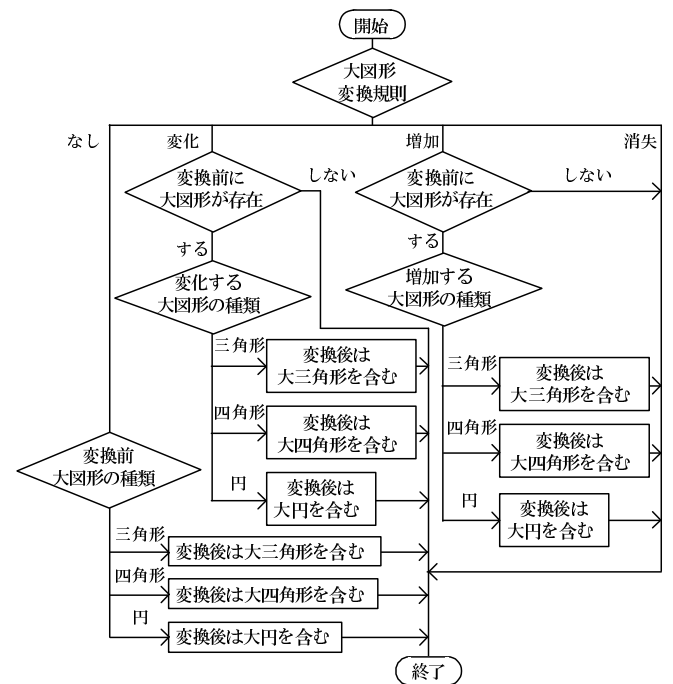


図 6 大図形推定の流れ図

3.3 複数の候補からの選択

ある図形 A と A' とが与えられたとき、A を A' に変換する規則 R を類推し、別途与えられた新たな図形 B を変形した結果と考えられる図形 B' を、複数通り与えられた候補から選択する手法について述べる。本研究では、幾何図形の構成要素の組と組との“距離”を定義し、その距離を類似度とする。具体的には、ある 2 つの図形 M, N の図形配列 m, n があったとき、M と N の距離 S を

$$S = \sum_{i=1}^j |m_i - n_i| \quad (3)$$

により求める。ここに、 j は図形配列の要素数である。複数通りの候補 C, D, ..., N と B' との距離 S_c, S_d, \dots, S_n を式 (3) よりそれぞれ求め、 S_c から S_n の中で最も小さい値となった候補画像を B' と判断し、選択する。

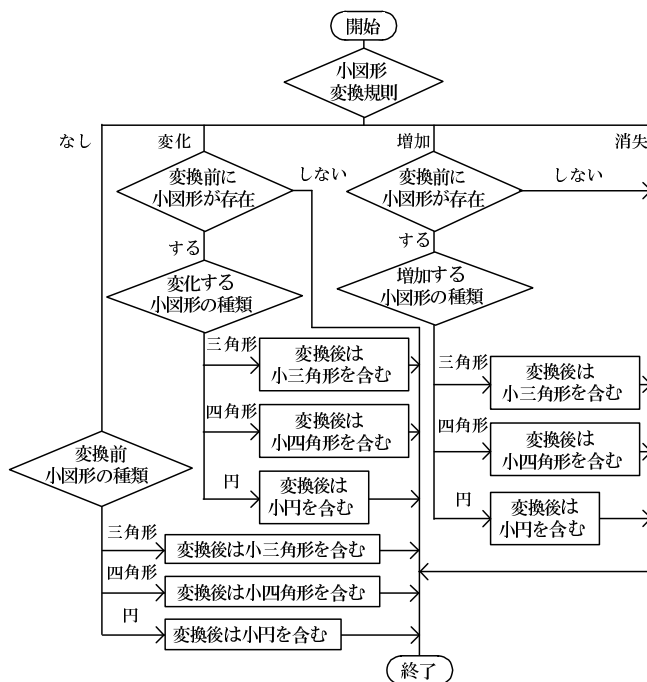


図 7 小図形推定の流れ図

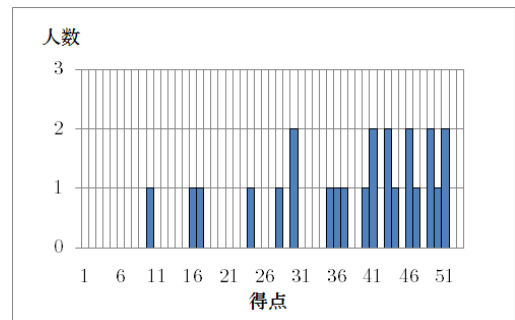


図 8 得点分布

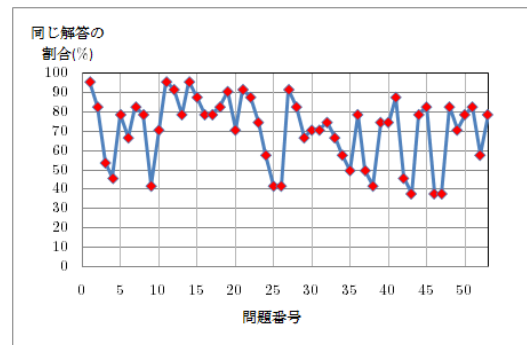


図 9 正答率

4 推論システムの性能評価実験

前節で述べた推論システムの性能評価をおこなう。性能評価はアンケートにより、人による幾何類比問題の解答を集め、それらと本システムによる解答とを比較することによりおこなう。

4.1 アンケート

アンケートには本研究で考えられる全 53 通りの変換規則に対してそれぞれ 1 問ずつ、計 53 問の幾何類比問題を記述した。被験者数は学部 3 年生、学部 4 年生、修士 1 年生、修士 2 年生合わせて 24 名とした。

4.2 アンケート結果の考察

本システムの解答を正解と仮定したときの得点分布を図 8 に、問題ごとの正答率を図 9 にそれぞれ示す。平均正答率は 71% となった。特に変換規則が 1 つである全 14 問の平均正答率は 80% となり、この種の問題に関して本推論手法の正当性を検証できたといえる。また、学部 3 年生の平均正答率は 73%、同様に学部 4 年生は 61%、修士 1 年生は 64%、修士 2 年生は 85% となり、修士 2 年生の平均正答率が有意に高かったという結果を得た。

本システムの解答と同じ解答をした被験者数より本システムの解答と異なる解答をした被験者数の方が多かった全 7 問の共通点は、大きさが同一の三角形、四角形および円が重複せずに、図形 A、A'、B に存在することである。この結果から、われわれは変換前と変換後の 2 つの図形から導き出すことができる規則に加えて、図形の並びから数列のような規則を類推していることがわかる。

5 結論

本研究では手描きの幾何図形をカメラで撮影して取り込み、おもに Hough 変換を用いて幾何図形の構成要素を抽出することにより幾何図形を検出し、幾何図形の構成要素の組

と組との“距離”を類似度とすることにより、正答すなわち B' を類推し、それと複数の候補とを比較する推論モデルである正答表象形成モデルに基づいた推論システムを構築した。また、推論システムの性能評価をアンケートによりおこなったところ、特に変換規則が 1 つの問題に関して本推論手法の正当性を検証できた。また、学部 3 年生、学部 4 年生、修士 1 年生、修士 2 年生の中では、修士 2 年生の平均正答率が有意に高かったという結果を得た。

参考文献

- [1] Duda, R. O. and Hart, P. E., “Use of the Hough transformation to detect lines and curves in pictures,” *Communications of The ACM*, vol. 15, no. 1, pp. 11–15, 1972.
- [2] Evans, T. G., “A program for the solution of geometric-analogy intelligence test questions,” In M. Minsky(Ed.), *Semantic information processing*, Cambridge, MA: MIT Press, 271–353, 1968.
- [3] Falkenhainer, B., Forbus, K., Gentner, D., “The Structure-Mapping Engine: Algorithm and Examples,” *Artificial Intelligence*, 41, 1–63, 1989.
- [4] Gentner, D., “Structure-Mapping: A Theoretical Framework for Analogy,” *Cognitive Science*, 7, 155–170, 1983.
- [5] Lovett, A., Tomai, E., Forbus, K., Usher, J., “Solving Geometric Analogy Problems Through Two-Stage Analogical Mapping,” *Cognitive Science*, 33, 1192–1231, 2009.
- [6] Sternberg, R. J., “Component process in analogical reasoning,” *Psychological Review*, 84, 353–374, 1977.
- [7] Sternberg, R. J., *Intelligence, information processing, and analogical reasoning: The componential analysis of human abilities*, Lawrence Erlbaum Associates, N. J., 1977.
- [8] Mulholland, T. M., Pellegrino, J. W., Glaser, R. T., “Components of geometric analogy solution,” *Cognitive Psychology*, 12, 252–284, 1980.