

# Geometrijska interpolacija štirih točk s parabolično krivuljo

Tjaša Bajc

mentorica  
izr. prof. dr. Marjetka Knez

13. november 2017

Vprašanje je, ali obstaja parabolična krivulja, ki poteka skozi dane štiri točke v ravnini. Če obstaja, nas zanima, koliko je takih krivulj. Problema se bomo lotili na dva načina.

- **Geometrijski pristop**

Obravnavamo lik, katerega oglišča so dane točke.

- **Interpolacija**

Pomagali si bomo z razvojem po Lagrangeevih baznih polinomih.

# Geometrijska interpolacija

Opazujemo štirikotnik, ki ga tvorijo dane štiri točke. Od lastnosti tega štirikotnika je odvisno, ali točke lahko interpoliramo s parabolično krivuljo.

## Izrek

*Naj bo  $Q = \{Q_0, Q_1, Q_2, Q_3\}$  nabor štirih točk, od katerih nobene tri niso kolinearne.*

# Geometrijska interpolacija

Opazujemo štirikotnik, ki ga tvorijo dane štiri točke. Od lastnosti tega štirikotnika je odvisno, ali točke lahko interpoliramo s parabolično krivuljo.

## Izrek

*Naj bo  $Q = \{Q_0, Q_1, Q_2, Q_3\}$  nabor štirih točk, od katerih nobene tri niso kolinearne.*

- i) Če so točke iz  $Q$  oglišča konkavnega štirikotnika, danih točk ne moremo interpolirati s parabolično krivuljo.*

# Geometrijska interpolacija

Opazujemo štirikotnik, ki ga tvorijo dane štiri točke. Od lastnosti tega štirikotnika je odvisno, ali točke lahko interpoliramo s parabolično krivuljo.

## Izrek

*Naj bo  $Q = \{Q_0, Q_1, Q_2, Q_3\}$  nabor štirih točk, od katerih nobene tri niso kolinearne.*

- i) Če so točke iz  $Q$  oglišča konkavnega štirikotnika, danih točk ne moremo interpolirati s parabolično krivuljo.*
- ii) Če so točke iz  $Q$  oglišča paralelograma, danih točk ne moremo interpolirati s parabolično krivuljo.*

# Geometrijska interpolacija

Opazujemo štirikotnik, ki ga tvorijo dane štiri točke. Od lastnosti tega štirikotnika je odvisno, ali točke lahko interpoliramo s parabolično krivuljo.

## Izrek

*Naj bo  $Q = \{Q_0, Q_1, Q_2, Q_3\}$  nabor štirih točk, od katerih nobene tri niso kolinearne.*

- i) Če so točke iz  $Q$  oglišča konkavnega štirikotnika, danih točk ne moremo interpolirati s parabolično krivuljo.*
- ii) Če so točke iz  $Q$  oglišča paralelograma, danih točk ne moremo interpolirati s parabolično krivuljo.*
- iii) Če so točke iz  $Q$  oglišča trapeza, ki ni paralelogram, lahko dane točke interpoliramo z natanko eno parabolično krivuljo.*

# Geometrijska interpolacija

Opazujemo štirikotnik, ki ga tvorijo dane štiri točke. Od lastnosti tega štirikotnika je odvisno, ali točke lahko interpoliramo s parabolično krivuljo.

## Izrek

*Naj bo  $Q = \{Q_0, Q_1, Q_2, Q_3\}$  nabor štirih točk, od katerih nobene tri niso kolinearne.*

- i) Če so točke iz  $Q$  oglišča konkavnega štirikotnika, danih točk ne moremo interpolirati s parabolično krivuljo.*
- ii) Če so točke iz  $Q$  oglišča paralelograma, danih točk ne moremo interpolirati s parabolično krivuljo.*
- iii) Če so točke iz  $Q$  oglišča trapeza, ki ni paralelogram, lahko dane točke interpoliramo z natanko eno parabolično krivuljo.*
- iv) Če so točke iz  $Q$  oglišča konveksnega štirikotnika, ki ni trapez, lahko dane točke interpoliramo z natanko dvema paraboličnima krivuljama.*

# Lagrangeevi bazni polinomi

Lagrangeevi bazni polinomi tvorijo bazo za prostor polinomov določene stopnje.



# Lagrangeevi bazni polinomi

Lagrangeevi bazni polinomi tvorijo bazo za prostor polinomov določene stopnje.

Oglejmo si polinome  $\ell_{0,2}(t)$ ,  $\ell_{1,2}(t)$  in  $\ell_{2,2}(t)$ , ki so baza za prostor polinomov druge stopnje.

## Definicija

$$\ell_{0,2}(t) = \frac{(t - t_1)(t - t_2)}{(t_0 - t_1)(t_0 - t_2)}$$

$$\ell_{1,2}(t) = \frac{(t - t_0)(t - t_2)}{(t_1 - t_0)(t_1 - t_2)}$$

$$\ell_{2,2}(t) = \frac{(t - t_0)(t - t_1)}{(t_2 - t_0)(t_2 - t_1)}$$