Geometrijska interpolacija štirih točk s parabolično krivuljo

Tjaša Bajc

mentorica
izr. prof. dr. Marjetka Knez

13. november 2017

Opis problema

Vprašanje je, ali obstaja parabolična krivulja, ki poteka skozi dane štiri točke v ravnini. Če obstaja, nas zanima, koliko je takih krivulj. Problema se bomo lotili na dva načina.

- **Geometrijski pristop**
  Obravnavamo lik, katerega oglišča so dane točke.
- **Interpolacija**
  Pomagali si bomo z razvojem po Lagrangeevih baznih polinomih.

Geometrijska interpolacija

Opazujemo štirikotnik, ki ga tvorijo dane štiri točke. Od lastnosti tega štirikotnika je odvisno, ali točke lahko interpoliramo s parabolično krivuljo.

Izrek

Naj bo $Q = \{Q_0, Q_1, Q_2, Q_3\}$ *nabor štirih točk, od katerih nobene tri niso kolinearne.*

Geometrijska interpolacija

Opazujemo štirikotnik, ki ga tvorijo dane štiri točke. Od lastnosti tega štirikotnika je odvisno, ali točke lahko interpoliramo s parabolično krivuljo.

Izrek

Naj bo $Q = \{Q_0, Q_1, Q_2, Q_3\}$ *nabor štirih točk, od katerih nobene tri niso kolinearne.*

i) *Če so točke iz* Q *oglišča konkavnega štirikotnika, danih točk ne moremo interpolirati s parabolično krivuljo.*

Geometrijska interpolacija

Opazujemo štirikotnik, ki ga tvorijo dane štiri točke. Od lastnosti tega štirikotnika je odvisno, ali točke lahko interpoliramo s parabolično krivuljo.

Izrek

Naj bo $Q = \{Q_0, Q_1, Q_2, Q_3\}$ *nabor štirih točk, od katerih nobene tri niso kolinearne.*

i) *Če so točke iz* Q *oglišča konkavnega štirikotnika, danih točk ne moremo interpolirati s parabolično krivuljo.*

ii) *Če so točke iz* Q *oglišča paralelograma, danih točk ne moremo interpolirati s parabolično krivuljo.*

Opazujemo štirikotnik, ki ga tvorijo dane štiri točke. Od lastnosti tega štirikotnika je odvisno, ali točke lahko interpoliramo s parabolično krivuljo.

Izrek

Naj bo $Q = \{Q_0, Q_1, Q_2, Q_3\}$ *nabor štirih točk, od katerih nobene tri niso kolinearne.*

i) *Če so točke iz Q oglišča konkavnega štirikotnika, danih točk ne moremo interpolirati s parabolično krivuljo.*
ii) *Če so točke iz Q oglišča paralelograma, danih točk ne moremo interpolirati s parabolično krivuljo.*
iii) *Če so točke iz Q oglišča trapeza, ki ni paralelogram, lahko dane točke interpoliramo z natanko eno parabolično krivuljo.*

Geometrijska interpolacija

Opazujemo štirikotnik, ki ga tvorijo dane štiri točke. Od lastnosti tega štirikotnika je odvisno, ali točke lahko interpoliramo s parabolično krivuljo.

Izrek

Naj bo $Q = \{Q_0, Q_1, Q_2, Q_3\}$ *nabor štirih točk, od katerih nobene tri niso kolinearne.*

i) *Če so točke iz* Q *oglišča konkavnega štirikotnika, danih točk ne moremo interpolirati s parabolično krivuljo.*

ii) *Če so točke iz* Q *oglišča paralelograma, danih točk ne moremo interpolirati s parabolično krivuljo.*

iii) *Če so točke iz* Q *oglišča trapeza, ki ni paralelogram, lahko dane točke interpoliramo z natanko eno parabolično krivuljo.*

iv) *Če so točke iz* Q *oglišča konveksnega štirikotnika, ki ni trapez, lahko dane točke interpoliramo z natanko dvema paraboličnima krivuljama.*

Lagrangeevi bazni polinomi

Lagrangeevi bazni polinomi tvorijo bazo za prostor polinomov določene stopnje.

Lagrangeevi bazni polinomi

Lagrangeevi bazni polinomi tvorijo bazo za prostor polinomov določene stopnje.
Oglejmo si polinome $\ell_{0,2}(t), \ell_{1,2}(t)$ in $\ell_{2,2}(t)$, ki so baza za prostor polinomov druge stopnje.

Definicija

$$\ell_{0,2}(t) = \frac{(t-t_1)(t-t_2)}{(t_0-t_1)(t_0-t_2)}$$

$$\ell_{1,2}(t) = \frac{(t-t_0)(t-t_2)}{(t_1-t_0)(t_1-t_2)}$$

$$\ell_{2,2}(t) = \frac{(t-t_0)(t-t_1)}{(t_2-t_0)(t_2-t_1)}$$