

数学建模竞赛新手教程

向为

(国防科技大学, 湖南 长沙 410073)

1 数模竞赛是什么

路漫漫其修远兮，吾将上下而求索

数学建模竞赛，就是在每年叶子黄的时候(长沙的树叶好像一年到头都是绿的)开始的一项数学应用题比赛。大家都做过数学应用题吧，不知道现在的教育改革了没有，如果没有大变化，大家都应该做过，比如说[树上有十只鸟，开枪打死一只，还剩几只]，这样的问题就是一道数学应用题(应该是小学生的吧)，正确答案应该是 9 只，是吧？这样的题照样是数学建模题，不过答案就不重要了，重要的是过程。

真正的数学建模高手应该这样回答这道题。

“树上有十只鸟，开枪打死一只，还剩几只？”

“是无声手枪或别的无声的枪吗？”

“不是。”

“枪声有多大？”

“80—100 分贝。”

“那就是说会震的耳朵疼？”

“是。”

“在这个城市里打鸟犯不犯法？”

“不犯。”

“您确定那只鸟真的被打死啦？”

“确定。”“OK，树上的鸟里有没有聋子？”

“没有。”

“有没有关在笼子里的？”

“没有。”

“边上还有没有其他的树，树上还有没有其他鸟？”

“没有。”

“有没有残疾的或饿的飞不动的鸟？”

“没有。”

“算不算怀孕肚子里的小鸟？”

“不算。”

“打鸟的人眼有没有花？保证是十只？”

“没有花，就十只。”

“有没有傻的不怕死的？”

“都怕死。”

“会不会一枪打死两只？”

“不会。”

“所有的鸟都可以自由活动吗？”

“完全可以。”

“如果您的回答没有骗人，打死的鸟要是挂在树上没掉下来，那么就剩一只，如果掉下来，就一只不剩。”

不是开玩笑，这就是数学建模。从不同的角度思考一个问题，想尽所有的可能，正所谓的智者千虑，绝无一失，这，才是数学建模的高手。然后，数学建模高手的搭档----论文写作高手(暂称为写手吧)，会把以上的思想用最好的方式表达出来。

一般的写手会直接把以上的文字放到论文里就成了。但是专职的数学建模论文的写手不会这样做，她们会先分析这些思想，归整好条理；然后，她们会试着用图画来深入浅出的表达这些思想，或者再使用一些表格；这些都是在 Word 中进行，当然，如果有不喜欢 Microsoft 的朋友或是国粹主义者喜欢用 WPS 什么的当然也可以。她们都是这一行的专家，相信 Word 什么的使用技巧，都够她们写一篇论文的了。她们不一定会打字，但是输入公式的速度确是一流的。她们一定会用一种画图软件，不管是 Visio 还是 SmartDraw，她们都会用来明确而清晰的表达自己的思想。

好了，有了思想，也有了表达思想的人，还少一样东西----实现。屈原老哥就有那么多的怀疑与问题，作为数学建模竞赛的评委当然也不是好骗的，不会那么容易的相信高手们的话。所以要一个编程高手实现之(暂称为程序员吧)。就上面所说的问题，程序员会编一个仿真的程序，实现以上所有的情况。这个程序是这样子的，他对以上所提的每一个选项提供了选择接口，比如说，我们可以选择枪的声音的分贝数，可以从 80 到 100 分贝调节，或者干脆从 0 到 200db 均可，调节方式是无级变速方式，当然，电脑太慢，在遍历的时候可能要指定步长，嘿嘿，所以，最好买个好电脑，CPU 一定不要用赛扬的，要用奔腾的，另外，为了程序员的安全，还要用液晶的显示器，要有 UPS 不间断电源，要有健康的座椅.....哈哈，扯远了。仿真程序会尽一切可能按实际所限制的条件遍历所有的情况，看一看还剩下几只 bird。

当然，这也不是实践。真的做的绝的，会跑去烈士陵园做实验，当然得拿一把枪，可以拿塑料子弹枪。烈士陵园离我们学校(路过就读于东点军校)很近，就在南门嘛。那儿有一个地方养了很多鸽子。虽然不能保证刚好 10 只鸽子，也不能保证刚好都在树上，但也可以将就着做实验，然后根距实验条件做一些修正。哈哈，这样就完美了....把实践结果与仿真结果、理论结果做比较，再修改理论、仿真程序、论文，再做实验、做仿真，再比较，再修改，递归到时间的完结。

2 分工与合作

有些同学觉得，参加数学建模竞赛的目的就是为了提高一下自己的数学水平，或是别的水平，我不以为然。既然参加数学建模竞赛，其目的就应该是，而且是强烈的目的，去拿一等奖。

我们应该如何分工？传统的标准答案是----数学，编程，写作。但是对于每一个参加过数学建模竞赛的同学来说，感悟各不相同，所以答案也各不相同。下面就是我的一家之言，有经验的朋友也可以一起讨论一下。

分工不用那么明确。但有个前提是大家关系很好。不然的话，很容易产生矛盾。提醒一点，在搞竞赛的那几天，睡不好觉，心情急躁，很容易与搭档们发生冲突。分工太明确了，会让人产生依赖思想，不愿去动脑子。假如写手只是实现一个打字员的功能，把数模高手的思想表达出来，那是不够的，写手要有自己的思想，能够检查对方的错误，能够提出自己的思想。

按我的想法，理想的分工是这样的。数学建模竞赛小组中的每一个人，都能胜任其它人的工作，就算小组只剩下她（他）一个人，也照样能够搞定数学建模竞赛。在竞赛中的分工，只是为

了提高工作的效率，做出更好的结果，并不是由于能力不适合做别的工作。

我一直都这么认为，只有能够独当一面的人，才能更好的与他人合作。其实想想也应该是这样的，在以后的学习、工作、研究中，数学能力、编程能力、论文写作能力，哪一项是可以缺少的呢？

当然，现实并非如此。我们很难找到三个这样的人凑到一起。所以，凑合着用吧，我给一点儿建议。三个人中，一定要有一个脑子比较活，善于思考问题，这个人，嗯，勉强归于数学方面吧；一定要有一个会编程序，能够实现一些算法。这就够了，另外需要有一个论文写的比较好，不过写不好也没关系，也可以学嘛，多看一看别人的优秀论文，多用几次 Word，Visio 就成了。(强烈推荐一篇论文《Word 在论文写作中的技巧》，这篇文章我这儿有，不过怎么让大家看到呢？待我想想，网上应该能搜到吧)。

说到看论文啊，我真是觉得，优秀的论文就像《九阴真经》一样，看了之后会让你功力大增的。大家一定要多看，特别是想在数学建模竞赛中取得好成绩的朋友。看过论文之后，明白的不仅仅是论文要怎么写，也在同时学到了作者的思考方式。我建议，有决心的朋友不如背几篇优秀论文。

常常有人问，搞数学建模竞赛是不是需要我学习很多知识啊？比如《图论》、《概率论》、《神经网络》、《组合数学》、《小波分析》、《泛函》、《最优化》.....

我的回答是，一门都不用，甚至连高等数学都可以不学，有我么多时间去学这么多课程，还不如把时间拿来去看懂别人的论文呢。很多优秀的论文，其高明之处并不是用了多少数学知识，而是思维比较全面、帖合实际、能解决问题或是有所创新。有时候，在论文中可能碰见一些没有学过的知识，怎么办？现学现用呗，在优秀论文中用过的数学知识就是最有可能在数学建模竞赛中用到的，你当然有必要去翻一翻啦。

有些同学觉得，参加数学建模竞赛的目的就是为了提高一下自己的数学水平，或是别的水平，我不以为然。既然参加数学建模竞赛，其目的就应该是，而且是强烈的目的，去拿一等奖。这样，会取得好成绩的。

分工就说到这儿，下面讲合作。合作真的很难，哈哈，我也没心得。上次合作做数模，我差点儿被气爆了，可能是我耐性不够吧。我只能说一句话----以大局为重。我想，如果合作者中有一个是小 mm，肯定就不一样了吧，希望大家合作愉快！

3 选拔的历程

百二秦关终属楚 三千越甲定吞吴

请允许我引用一下我的搭档王瑛的文章：数模之路

我是数学迷，我的两位合作者是编程高手、实践天才。芙蓉国里，国防科大，我们走到一起。三年了，我们努力向前，精诚合作。三年了，我们做了一些事，闯出一条路。作为数学建模小组的一员，我又怎能不感慨万千呢？

数学建模真的很难。起初，我们以为只要数学水平够高就行了。然而，2000 年的全国赛题给我们上了一课。虽然没参加比赛，但是我们做得实在很差。从入门的角度来看，这是因为我们缺少处理实际问题的手段。比如说，在图上求两点间最短距离应使用 Floyd 算法，由于我们经验不足，明明知道该怎么办，就是没法在计算机上实现。后来，我们注重解决实际问题的基本功，对多种软件、算法作了深入的研究。尽管如此，一旦碰到问题，我们还是觉得不顺手，特别是很

难抓住关键点。为什么，为什么我们精疲力尽却得不出好结果？这是没有站在巨人肩上的缘故！一个偶然的机会，我们认识到这点，开始了对图书馆、Internet 的大搜索。渐渐地，我们的信息获取能力大大提高，也明白了文献作为知识的载体的继承性。而我们的任务，就是在前人的基础上更上一层楼，推陈出新。

我们付出了汗水，自然会有收获。2001 年 5 月，小组顺利的通过了学校的选拔赛。这是我们第一次成功。可是，前景仍不容乐观。国防科大人才济济，在九月份全国比赛之前，小组随时有被淘汰的可能。于是，我们更加努力，挤出所有课余时间搞数模。五月以后考试比较多，我们复习到深夜，可有时还得搞数学建模，直至天明。时间短，任务重，虽然有指导老师的殷切期望，但是想要交一份完美的论文太难了。小组甚至出现了仅有一页纸的论文。事物皆有两面。在这样的艰难困苦当中，我们的意志得到了锻炼，团体意识大大加强。同时，“唯陈言之务去”的道理也更加为我们所接受。因为数学建模就是创造性的智力活动，空话、套话是没有立足之地的。

暑假到了，全年级下连队实习。然而，我们心里始终想着八月底的模拟竞赛。那可是决定参赛人选的一仗。结果，在入选的小组中，我们是中间。这根本不符合小组的个性，因为我们就应该出类拔萃。私下里，我们却都明白其中的原因。我们太重视那道题目了，以致形成了两种截然不同的思路，又各执己见。由于问题的重要性，分歧与矛盾不断的激化，最终做出了两份报告。兵力分散，实在是很深刻的教训！

此后，大家的士气比较低落。一天晚上，指导老师交代竞赛事宜。回来的路上，我的两个伙伴表示了他们的忧虑：“也就是这样了，不过我好没把握。怎么办啊？”我也不知道怎么办，可我不能这么说啊。差不多硬着头皮，我预言着：“如果发挥不好的话，只能拿到全国二等奖。反正也是最后一次了。”最后那句不假思索的话起了奇迹般的作用，它激发了我们背水一战的思想。他们两个都点头。

9 月 24 日，全国比赛开始。我们统一思想，迅速选题、入手。“血管的三维重建”，问题很有特色，我们面临着艰难的抉择。因为尽管算法的精确解答十分重要，但是对算法的正确性加以数学证明也是很有吸引力的。深思熟虑之后，我们决定要创新，不要因循守旧，毅然投入了算法基础的证明。感谢我的伙伴和我自己，还有所有关心我们的人！一天半之后，一系列精美的证明完成了。我们奠定了算法的数学基础。然后是编程实现，以及痛苦的调试。说它苦，是因为我们已经很累了。但是，一想到人们的期望，一想到付出的努力，一想到机会的难得，我们只有鼓足勇气、坚持到底。

三天过去了，很快。那是一段难忘的时光，可是还有更精彩的生活。我们拿了全国一等奖，取得了参加国际比赛的资格。为了军队的荣誉，我们继续向前。国际比赛的题目本身并不难，难在论文必须用英文写。也正是因为这点，中国大学生几乎没有什么好成绩。（国防科大拿过特等奖）基于前人的经验，我们积极准备英文写作，加强英文资料的检索。更重要的是，我们考虑到“一张图胜过千言万语”，而中国人的英语水平毕竟有限，所以图文并茂应该是最佳的信息表达方式。不巧的是，2002 年的国际数学建模竞赛正好在春节期间进行。过年也不能休息了，但是我们心无挂碍，一心取胜。当时很投入，我们一点也不觉得苦，只是赶火车回家的时候，却都在公共汽车上睡着了。累也累过，苦也苦过，国际比赛确实是我们一生都珍贵的回忆。END

呵呵，我只能以我们学校为例，说一下数模竞赛的选拔历程了。看过以上文章，相信大家对于数模竞赛的选拔应该有所了解。第一轮选拔是在每年的 5 月 1 日开始的，为期一周，任何人都可以参加，甚至不用报名，在网上下载了题目做掉上交即可。接着是对选拔出来的同学进行培训，

再进行两次选拔, 选拔方式主要以做数学建模竞赛的题目为主。最终选定的人会在 9 月底参加全国大学生数学建模竞赛。在全国竞赛中取得较好成绩的而又原意参加美国数学建模竞赛的同学, 会在寒假参加美国数学建模竞赛(可惜不能去美国, 只是网上发题)。

其实选拔上的上不一定就比没选拔上的人强多少。关键是个机会, 看自己把握了。跟我一届的一组, 在第一次选择赛中没有被选上, 但他们仍然坚持参加后来的培训, 最终取得了老师们的信任, 参加了 2001 年的全国大学生数学建模竞赛, 并取得全国一等奖。

对于王瑛的文章, 我有很多不同意的地方。也请大家不要太当真, 对的地方接受, 不对的地方就舍弃。首先, 文中提到[数学建模真的很难], 我就不同意。之所以第一次参加比赛没有什么结果, 是因为我们没有重视, 一点儿准备都没有, 事前对数学建模是什么都不太了解, 就开始去做全国竞赛题, 当然做不出什么。其实数学建模竞赛不过是数学应用题罢了。另外, 这篇文章是发表在解放军报上的。大家也应该明白, 发表的文章总与实际有些出入, 哈哈。

今天偷偷懒, 用了别人的文章。下一章我会详细写一下我们当时参加全国数学建模竞赛的全过程。

4 实战

2001 年 9 月末, 我们终于迎来了全国大学生数学建模竞赛。那时候西山居有一个游戏刚刚出炉, 里面有一首歌叫做爱的废墟

蓝蓝的天空是谁的身体
让云掠夺而去留下感情的证据
当感情在你的心里慢慢的扭曲
我的爱对你是不是委屈加上了恐惧
伤心的流星 凄凉的逃避
留下星星收拾这不负责任的结局
是谁把天空撕裂出星星的伤口
抹杀了我的自由还有浪漫的温柔
如果说天外的雨 是星星为我落下的泪滴
我不知道在你心里 是否还有受伤的痕迹
如果说心中的雨 是来自一处残破的屋宇
我不知道呵护的记忆 是否会成为埋藏爱的废墟

不知道为什么, 我比较喜欢忧伤的感觉, 就象这首歌给人的感觉一样, 那样容易让人产生力量:)

在竞赛开始的前一天, 我和两位搭档就开始往招待所里面搬运必要的作战武器了。

列个清单吧:

- 数学手册一套(5 册)每一册都有一个拳头那么厚
- 高等数学教科书(国防科大), 概率论(复旦大学), 数值分析(东点军校), Matlab 的一些参考书, C 语言教程(谭浩强的那本), 等等等等
- 三台自己的电脑, 都是赛扬 533、566 之类的配置, 且均有网卡、UPS 不间断电源及网线(当时用的是同轴电缆), 一个 Modem。软件有 Matlab, VisualC++, Microsoft Word, Windows 2000 操作系统(当时还没有学会 Visio, 其它软件好像就没有什么了)
- 从学院的机关里借了一台 HP 的 Lasier Jet6.0 打印机

●

这么多东西当然不是人力所能承受的，还好学校给了辆不大不小的车。

一却准备就绪，我们就入住了学校南门外的招待所里(以前条件一般，具说现在已经改建的上档次了哈哈，一般人住不上)。老师告诉我们第二天早上 8:00 从网上 Down 题目，但不知道是谁传来了一个消息，说晚上题目就有可能从网上上着。于是整个晚上我们都没有睡安稳，时不时上一下网，看一看能不能下载赛题了。太是最终还是在第二天早上 8:00 才搞到题目:/)

数学建模竞赛一般有三道题目，其中有两道是本科组的，两道是专科组的。专科组与本科组有一道题是相同的。题目分别是：血管的三维重建,公交车调度问题。

这两道题得选一道做。选哪一道呢？仔细研究了一下，我们发现，公交车调度是一个最优化的问题，而血管的三维重建偏重于算法。与是我们三人毫不犹豫的选择了血管的三维重建。附带说一句，原因是什么呢？因为我们曾在一年前也做过一个最优化的问题，那一次是钢管运输问题，做的奇差，于是大家心有余悸，尽量不选这类题目。

题目：<http://csiam.edu.cn/mcm/mcm01/AB01.htm>

血管的三维重建，遇见的第一个困难就是----怎么把这些 bmp 的图像给读进来，存为二进制的矩阵？一开始，我们去图书馆找到了《bmp 文件格式》的书，准备利用 C 程序把 bmp 给读出来。刚准备着手去做的时候，我们却意外的发现 Matlab 中有现成的函数 imread 可以使！真是天助我也，马上把所有 100 张 bmp 图片给读了进来，把每一个切片图的 bmp 文件转化为一个 512×512 的 0,1 矩阵。并利用 save 函数，打开 ASCII 开关，把每一个矩阵存都存为了 txt 的文档。这样，C 程序就可以直接使用了。

在上面的过程中，我们发觉题中给的 bmp 的命名不太好，它是从 0,1,2到 99 的，我们把这些名字改为了 01,02,03,04,....99，把所有的文件名都改成了两位的，方便操作。

接下来就是如何得出结果了。首先我们在图书馆里查了很久，看有没有论文解决相类似的问题。不但要查中文的，还要查英文的。顺便说一句，英语真的很重要，在网上，英文更是当之无愧的霸主，想利用网络查找资料，英语不好则寸步难行。我们发现了医学上的 CT 成像技术有可以借鉴的地方。这些资料不一定有用，但能够很好的开拓我们的思路，花时间在上面是值得的。

然后，我们想啊想啊，不停的想来想去，并且用 ACDSEE 把这 100 张 bmp 的图像放幻灯片版的正放倒放，还用橡皮什么的模拟成血管，弯来弯去。最后，凭直觉猜测---能够被切片包含的半径最大的圆的半径等于原始球（形成包络的球）的半径。

于是我们开始了分头的工作，一方面一个人去证明这个结论。另一方面，开始编程实现这个想法。

在编写程序的过程中，我们还延升出了两个假设：可以被切片包含的圆的半径一定小于等于原始球的半径；不能被包含于切片的圆的半径一定大于原始球的半径。呵呵，利用这两个假设，就很容易的用二分法搞定了这个程序。不过程序运行起来可不轻松。我们把程序分到三个机子上工作，每一个机子上算一部分图，这也算是并行式算法了吧(并行算法可是东点军校的招牌菜)。就是这么算，也用了一个晚上的时间。在其间，我们还修改了一点算法，重新算了一遍。的确，算法是要不断改进的，请看这句:[因为所给数据精度有限，所以包含于切片中的以原始球的半径为半径的圆可能不止一个]，这就是在算法实现过程中发现的。一开始，是很难想到这些细节的。

还提一个细节，用 Windows console 程序，或是用 Dos 程序(turbo c)编写这个程序很难。因为我们最小就要用到 512×512 的矩阵，在算法编写的过程中，为了方便，还会用到更大的矩阵。但是 Dos 是不支持这么大的矩阵数组的，所以建议大家都编写 32 位的 Windows 程序。

我们提了这些假设，要完全科学的证明可真不容易。有时候，他认为理所当然的事情，我认为应该证明出来；我认为逻辑混乱的证明，他确认为完全正确。呵呵，于是，我们争论一会儿，证明一会儿，再交流一会儿，再争论。一次，我争论的冒火，心就好像要爆炸了，心想，这竞赛我不做了！我回学校！我为什么要和你们合作？我为什么要迁就你们？我不干了！我强忍着，没有说话，走到窗前，仰头看了看外面的蓝天，突然间想起了那首歌--[蓝蓝的天空，是谁的身体...]，我慢慢的哼起来，一刹那，一切都清静了。我默默的坐到电脑旁，继续编起了程序...

第一天晚上睡了4个小时，那个晚上睡了2个小时。算完之后，就只有一天了。第三天晚上，没有睡觉，因为要赶论文。

由于我们不怎么会用 Word，图表的编号、排版都是纯手工的，太苦了，唯有身在其中方能体会呀。经过了大量体力劳动，论文完工了，来不及仔细检查，就打出来上交了。刚交完，我们就发现了图的编号命名出了点儿错误，唉，大家谨记我们的教训！

顺便说一点儿做数学建模题的小经验。

1.随时记下自己的假设。有时候在自己很合理的假设下开始了下一步的工作，我们就应该顺手把这个假设给记下来，否则到了最后会搞忘记的。而且这也会让我们的解答更加严谨。

2.随时记录自己的想法，并且不留余地的完全的表达出自己的思想。在比赛后，老师讲评优秀论文时，有很多同学常常抱怨，这个想法我也想到了的啊，就是没有表达出来，或是没有表达清楚。但常常就是这一点别人没有表达清楚的东西，促出了一篇优秀论文。

3.要有自己的特色。这么多数学建模竞赛论文，凭什么让老师们投自己一票？当然得有自己的特色了。通俗点儿，就是要有自己的闪光点。

5 结束

及荣华之未落兮，相下女之可治

新手教程写到今天，也差不多了，后面的，就不应该只是新手教程了，应该是提高教程，我能力不够，写不出来了。还希望有高手能够把教程续继下去。这一系列教程文字拙劣、思想简单，还请大家容忍。我建议大家再看一看 dcyu 写的[数学建模中的十种算法](在编程交流版块)，好好练习练习。再多做几道数学建模竞赛的题目，再与优秀论文比照比照。

常有人问：我觉得自己什么都不会，我不会用 matlab，我不会用 c++，或是我的程序编的不精通，我的数学知识就那么一点儿，我没写过几篇论文。我怀疑自己什么都干不成.....

其实，谁又知道自己一定能拿奖呢？谁能保证什么都会，什么都精通？谁又能保证以完美的状态去参加竞赛呢？

不要太苛求自己，不要对自己没有信心。即使面对的是无法超越的崖，也要勇敢的跳过去。不试，你怎么知道呢？

没有必要去学那么多的东西，数学建模竞赛，竞赛而已。

参考文献

[1] 王瑛. 数模之路[J]. 数模, 2004, 1:1-2.

[2] 董乘宇. 数学建模竞赛中应当掌握的十类算法[J]. 数模, 2004, 1:12-14