

Catálogo de espaços básicos

Tiago J. Fonseca

25 de julho de 2023

Notação	Nome	Definição
$*$	ponto	conjunto unitário
I	intervalo unitário	$[0, 1] \subset \mathbb{R}$
\mathbb{R}^n	espaço euclidiano real de dimensão n	\mathbb{R}^n
\mathbb{C}^n	espaço euclidiano complexo de dimensão n	\mathbb{C}^n
D^n	n -célula	$\{z \in \mathbb{R}^n : \ x\ \leq 1\}$
S^n	n -esfera	$\{x \in \mathbb{R}^{n+1} : \ x\ = 1\}$
T^n	n -toro	$S^1 \times \dots \times S^1$ (n vezes)
\mathbb{RP}^n	espaço projetivo real de dimensão n	$(\mathbb{R}^{n+1} \setminus 0)/\mathbb{R}^\times$
\mathbb{CP}^n	espaço projetivo complexo de dimensão n	$(\mathbb{C}^{n+1} \setminus 0)/\mathbb{C}^\times$

- Nas definições de espaço projetivo, o quociente é pela ação de grupos dada pelas transformações de homotetia.
- $*$ é um objeto terminal na categoria Top e existe uma bijeção natural entre X e $\text{Top}(*, X)$.
- Relações básicas:
 - $\mathbb{R}^0 \cong \mathbb{C}^0 \cong D^0 \cong *$
 - $\mathbb{C}^n \cong \mathbb{R}^{2n}$
 - $D^n \cong I \times \dots \times I$ (n vezes)
 - $S^n \cong D^n / \partial D^n$
 - $S^{n-1} = \partial D^n$
 - $\mathbb{R}^n \cong S^n \setminus x$, para qualquer $x \in S^n$
 - $S^1 \cong \{z \in \mathbb{C} : |z| = 1\}$
 - $D^1 \cong \{z \in \mathbb{C} : |z| \leq 1\}$
 - $\mathbb{RP}^n \cong S^n / \sim$, onde $x \sim -x$ para todo $x \in S^n$
 - $\mathbb{RP}^1 \cong S^1$
 - $\mathbb{CP}^n \cong S^{2n+1} / S^1$ (quociente de ação de grupos)
 - $\mathbb{CP}^1 \cong S^2$