

Element - Element dari Geometri Euklid (Cuplikan Dalam Indonesia)

Euclid dari Alexandria

30 Nopember 2019

Bab 1

Dasar - Dasar dari Geometri Bidang Datar Yang Melibatkan Garis Lurus

Definisi - definisi

1. Sebuah titik adalah yang darinya tidak ada bagian lagi.
2. Dan sebuah garis adalah panjang yang tidak memiliki lebar.
3. Dan ujung - ujung dari sebuah garis adalah titik - titik.
4. Sebuah garis lurus adalah garis yang terletak dengan rata dengan titik - titik padanya.
5. Dan sebuah bidang adalah yang memiliki panjang dan lebar saja.
6. Dan ujung - ujung sebuah bidang adalah garis - garis.
7. Dan bidang datar adalah bidang yang terletak dengan rata dengan garis - garis lurus padanya.
8. Dan sudut bidang datar adalah kemiringan garis - garis tersebut satu dengan lain, ketika dua garis dalam sebuah bidang datar bertemu satu dengan yang lain, dan tidak terletak pada garis lurus.
9. Dan ketika garis - garis yang mengapit sudut tersebut adalah garis lurus maka sudut tersebut disebut sebagai sudut *rectilinear*.
10. Dan ketika sebuah garis lurus berdiri diatas garis lurus lain dan membentuk sudut - sudut yang bersebelahan yang sama besar satu dengan

yang lain, masing - masing sudut yang sama besar tersebut adalah sudut siku - siku, dan garis lurus yang pertama dikatakan tegak lurus terhadap garis lurus kedua di mana dia berdiri.

11. Sebuah sudut tumpul adalah sudut yang lebih besar dari sudut siku - siku.
12. Sebuah sudut lancip adalah sudut yang lebih kecil dari sudut siku - siku.
13. Sebuah batas adalah ujung - ujung dari sesuatu.
14. Sebuah bangun adalah yang berada didalam batas atau batas - batas.
15. Sebuah lingkaran adalah bentuk bidang datar yang dikandung dalam sebuah garis [yang disebut keliling], (sedemikian rupa) sehingga semua garis - garis lurus menyebar kearah keliling dari satu titik di dalam bidang tersebut sehingga garis - garis lurus tersebut sama panjang.
16. Dan titik tersebut dinamakan pusat lingkaran.
17. Dan diameter dari lingkaran adalah sembarang garis lurus yang melalui pusat lingkaran tadi dan berhenti di masing - masing arah pada keliling lingkaran. Dan garis lurus seperti itu juga membagi lingkaran menjadi dua bagian sama besar.
18. Dan setengah lingkaran adalah bidang yang dikandung dari diameter dan keliling yang dipotong diameter. Dan pusat setengah lingkaran sama dengan pusat dari lingkaran.
19. Bangun - bangun rectilinear adalah bangun - bangun yang berada di dalam garis - garis lurus: bangun segitiga adalah bangun yang berada di dalam tiga buah garis lurus, bangun segiempat adalah bangun yang berada di dalam empat garis lurus dan segibanyak adalah bidang yang berada di dalam lebih dari empat garis lurus.
20. Dan pada bangun segitiga: sebuah segitiga sama sisi adalah yang memiliki tiga sisi sama besar, segitiga sama kaki adalah yang memiliki dua sisi sama besar, dan segitiga sembarang adalah yang tidak memiliki sisi yang sama besar.

21. Dan selanjutnya pada bangun segitiga: segitiga siku - siku adalah yang memiliki satu sudut siku - siku, segitiga tumpul adalah yang memiliki satu sudut tumpul dan segitiga lancip adalah yang memiliki tiga sudut lancip.
22. Dan pada bangun segiempat: Bujur sangkar adalah yang segiempat yang sudut - sudut nya siku - siku dan sisi - sisinya sama panjang, persegi panjang adalah yang sudut - sudut nya siku dan tetapi tidak semua sisinya sama panjang, belah ketupat adalah yang memiliki sisi - sisi sama panjang tetapi sudut - sudutnya tidak siku - siku, jajargenjang adalah yang sudut - sudut dan sisi - sisi yang berhadapan sama besar tetapi tidak siku - siku dan tidak semua sisi sama panjang, dan persegiempat lainnya yang tidak dalam kategori tersebut disebut dengan trapezium.
23. Garis - garis paralel adalah garis - garis lurus yang jika berada dalam bidang yang sama dan diperpanjang hingga tak terhingga ke masing - masing arah tidak bertemu satu dengan yang lain.

Postulat - postulat

1. Anggap sudah didalilkan melalui dua titik sembarang dapat dibuat garis lurus.
2. Dan dapat memperpanjang sebuah ruas garis dengan panjang tertentu tanpa terputus.
3. Dan dengan sembarang pusat dan jari - jari dapat dibuat sebuah lingkaran.
4. Dan bahwa semua sudut siku - siku sama besar.
5. Dan jika suatu garis lurus memotong dua buah garis lurus yang lain dan membentuk sudut - sudut dalam pada sisi yang sama yang jumlah besar sudutnya lebih kecil dari dua sudut siku - siku, maka dua garis lurus yang di sisi lainnya, jika diperpanjang sampai tak terhingga, akan bertemu di sisi tersebut, dan dua garis lurus yang berada di sisi sudut dalam yang lebih kecil dari dua sudut siku siku tidak akan pernah bertemu jika diperpanjang di sisi tersebut.

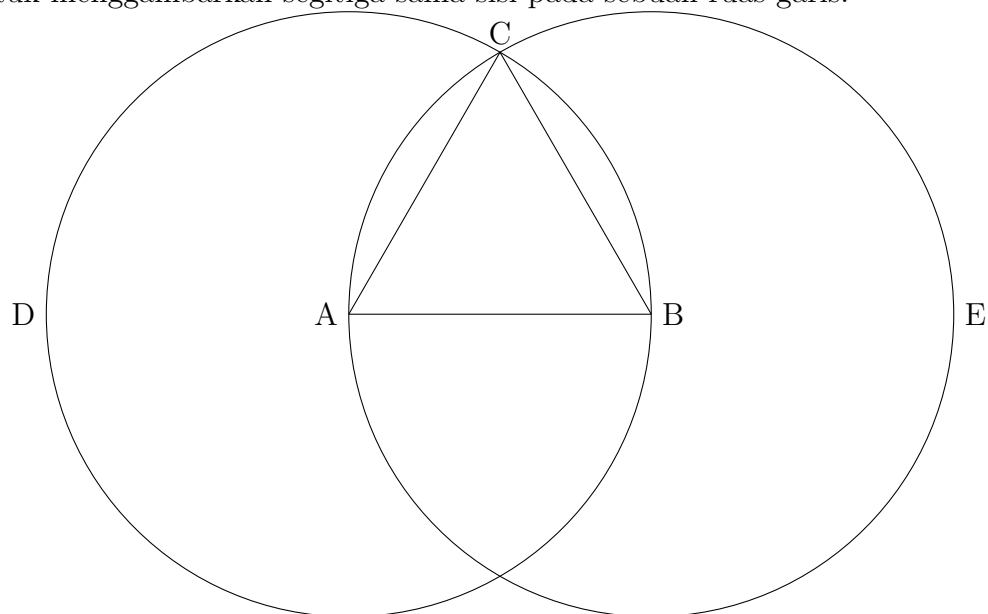
Gagasan - Gagasan Umum

1. Hal - hal yang nilai nya sama dengan satu hal lain diluar keduanya adalah sama satu dengan yang lain.

2. Dan jika hal - hal yang sama masing - masing ditambahkan ke hal yang lain yang sama, maka hasil nya sama satu dengan yang lain.
3. Dan jika hal - hal yang sama masing - masing dikurangi dengan hal yang lain yang sama, maka hasil nya sama satu dengan yang lain.
4. Dan hal - hal yang berhimpit satu dengan yang lain adalah sama.
5. Dan keseluruhan lebih besar dari bagian nya.

1.1

Untuk menggambarkan segitiga sama sisi pada sebuah ruas garis.



Misalkan AB adalah ruas garis.

Dibutuhkan untuk menggambarkan segitiga sama sisi pada ruas garis AB .

Misalkan BCD adalah lingkaran dengan pusat A dan jari jari AB sudah digambarkan [Post. 3], dan lagi misalkan lingkaran ACE dengan pusat B dan jari- jari BA sudah digambarkan [Post. 3]. Dan misalkan garis lurus CA dan CB dipertemukan dari titik C , dimana lingkaran - lingkaran tersebut saling memotong, masing - masing ke titik A dan B [Post. 1].

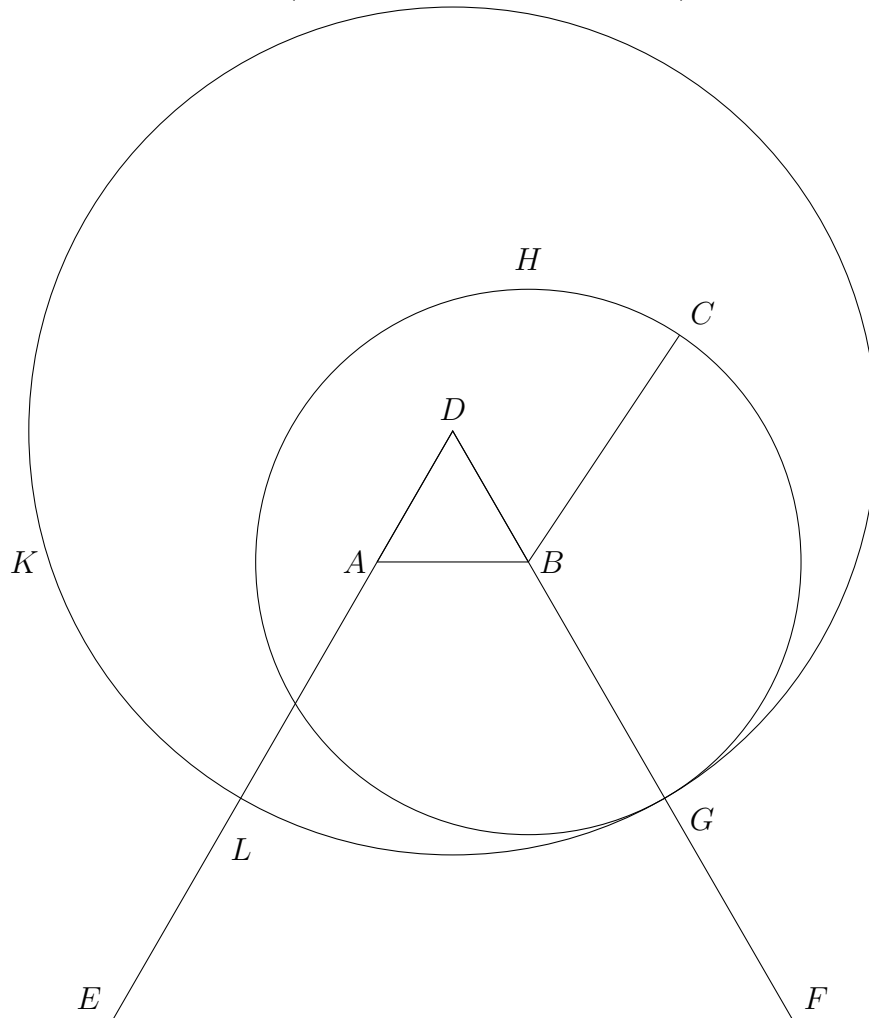
Dan karena A adalah pusat dari lingkaran CDB , maka AC sama dengan AB [Def. 1.15]. Dan karena titik B adalah pusat dari lingkaran CAE , maka BC sama dengan BA [Def. 1.15]. Tetapi CA juga sudah dibuktikan sama dengan AB . Dengan demikian CA dan CB adalah sama dengan AB . Tetapi hal - hal yang nilainya sama dengan satu hal lain di luar keduanya

adalah sama satu dengan yang lain [GU. 1]. Dengan demikian, CA juga sama dengan CB . Dengan demikian ketika garis lurus CA , AB dan BC sama satu dengan yang lain.

Dengan demikian, segitiga ABC adalah sama sisi, dan dibangun dari satu ruas garis AB . Yang adalah hal yang kita butuhkan.

1.2

Untuk menempatkan sebuah ruas garis yang sama dengan ruas garis tertentu pada satu titik tertentu (sebagai salah satu ujungnya).



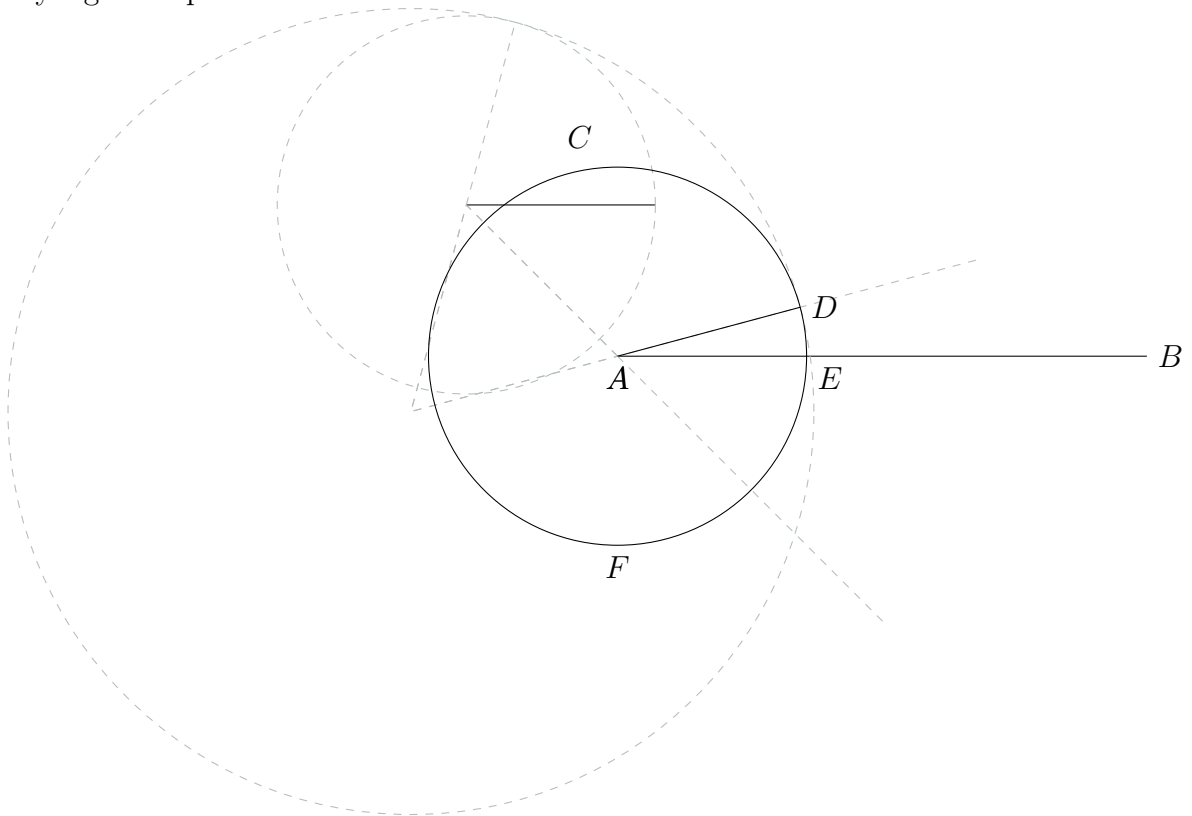
Misalkan A adalah suatu titik tertentu, dan BC adalah suatu ruas garis tertentu. Dibutuhkan untuk menempatkan garis lurus di A yang sama dengan garis lurus BC .

Dengan demikian, karena titik B adalah pusat dari lingkaran CGH , BC sama dengan BG [Def. 1.15]. Dan lagi karena titik D adalah pusat dari lingkaran GKL , DL sama dengan DG [Def. 1.15]. Dan di dalam ini, DA sama dengan DB . Dengan demikian sisa dari AL sama dengan sisa BG [G.U. 3]. Tetapi BC juga sudah dibuktikan sama dengan BG . Tetapi hal-hal yang nilainya sama dengan satu hal lain di luar keduanya adalah sama satu dengan yang lain [G.U. 1]. Dengan demikian AL juga sama dengan BC .

Ilustrasi lain

1.3

Pada dua buah ruas garis yang tidak sama panjang, cara untuk memotong dari ruas garis yang lebih besar ruas garis yang sama panjang dengan ruas garis yang lebih pendek.



Misalkan AB dan C adalah dua buah garis tak sama panjang yang dimaksud, dimana AB adalah garis yang lebih panjang. Jadi dibutuhkan untuk memotong dari ruas garis AB sebuah ruas garis yang sama panjang dengan C .

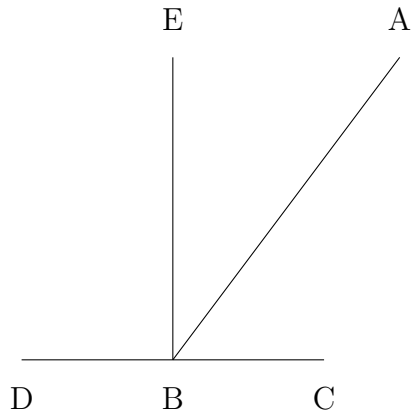
Misalkan ruas garis AD ,sama panjang dengan ruas garis C , sudah ditempatkan pada titik A sebagai salah satu ujungnya [Prop. 1.2]. Dan misalkan lingkaran DEF sudah digambarkan dengan titik A dan jari - jari AD [Post. 3].

Dan karena titik A adalah pusat dari lingkaran DEF , AE dengan demikian sama dengan AD [Def.1.14]. Tetapi C juga sama panjang dengan AD . Dengan demikian AE dan C adalah sama dengan AD . Sehingga AE juga sama dengan C [G.U.1].

Dengan demikian , untuk dua buah ruas garis yang tidak sama panjang AB dan C , ruas garis AE yang sama panjang dengan C telah dipotong dari AB . Hal yang mana yang perlu kita lakukan.

1.13

Jika sebuah garis lurus berdiri pada sebuah garis lain membentuk sudut - sudut, maka sudut - sudut yang dibentuk adalah dua buah sudut siku siku, atau sudut sudut yang jumlahnya sama dengan dua buah sudut siku - siku.

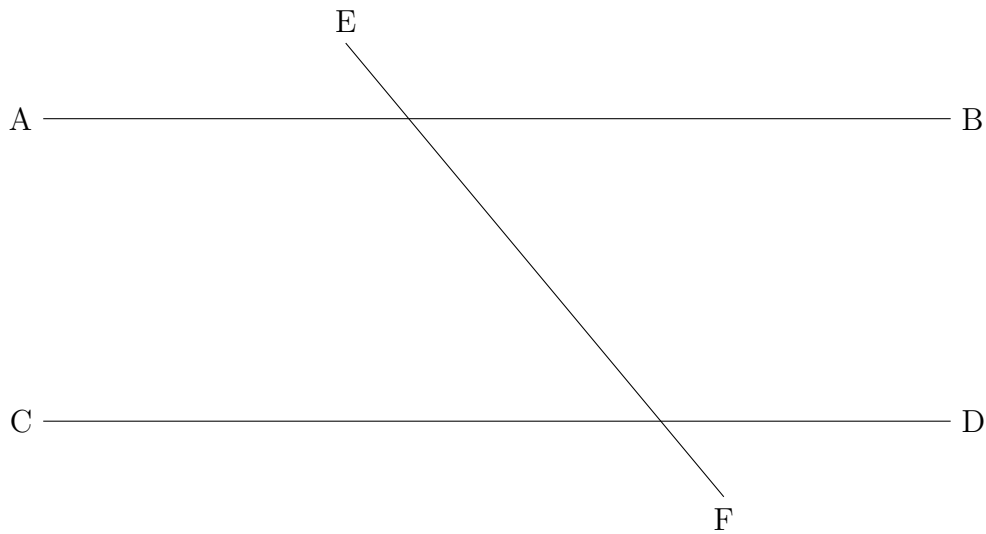


Sebab misalkan garis lurus AB berdiri pada garis lurus CD membentuk sudut - sudut CBA dan ABD . Saya katakan bahwa sudut - sudut CBA dan ABD adalah masing - masing sudut siku - siku atau besar keduanya adalah sejumlah dua buah sudut siku - siku.

Pada kenyataannya, jika CBA sama dengan ABD maka keduanya adalah dua buah sudut siku - siku [Def 1.10]. Jika tidak, asumsikan BE

1.29

Sebuah ruas garis yang jatuh memotong ruas - ruas garis yang sejajar akan membuat sudut - sudut yang berselang seling sama besar, sudut luar sama dengan sudut dalam yang bertentangan, dan jumlah dari sudut - sudut pada sisi yang sama sama dengan besar 2 buah sudut siku - siku.

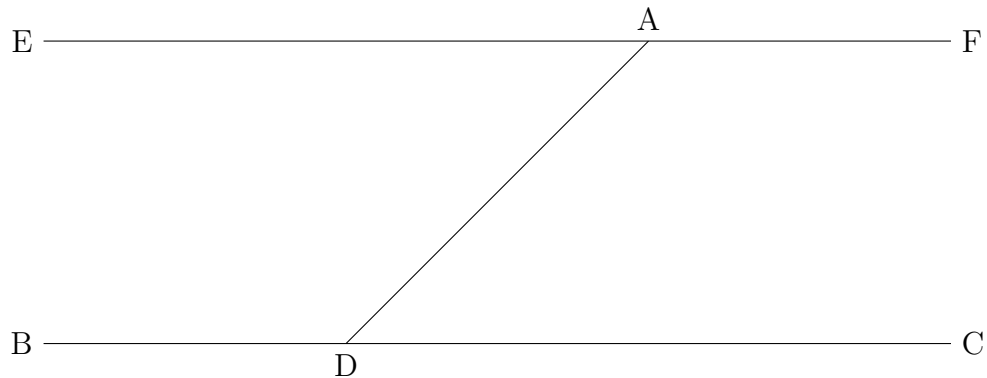


Misalkan ruas garis EF jatuh memotong ruas - ruas garis AB dan CD . Saya katakan bahwa EF membuat sudut - sudut yang berselang seling AGH dan GHD sama besar, sudut luar EGB sama besar dengan sudut dalam yang bertentangan GHD , dan jumlah dari sudut - sudut dalam yang berada pada sisi yang sama BGH dan GHD , sama dengan dua buah sudut siku - siku.

Karena jika AGH tidak sama besar dengan GHD maka salah satunya pasti lebih besar. Misalkan AGH adalah yang lebih besar. Misalkan BGH ditambahkan kepada keduanya. Maka jumlah dari AGH dan BGH akan lebih besar dari jumlah dari BGH dan GHD . Tetapi besar dari AGH dan BGD harus sama dengan dua buah sudut siku - siku [1.13]. Jadi jumlah BGH dan GHD juga lebih kecil dari dua buah sudut siku - siku.

1.31

Untuk menggambarkan sebuah ruas garis yang sejajar terhadap sebuah ruas garis tertentu yang melalui sebuah titik tertentu.



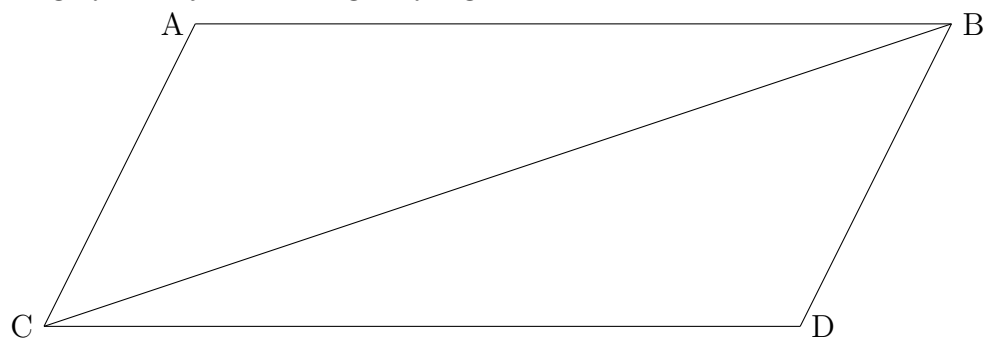
Misalkan A adalah sebuah titik tertentu, dan BC adalah sebuah garis tertentu. Jadi yang dimaksudkan adalah menggambarkan satu garis yang sejajar dengan garis BC dan melalui titik A .

Misalkan titik D adalah sembarang titik yang berada di BC , and AD terhubung. Dan misalkan (sudut) DAE , yang sama besar dengan sudut ADC , telah dibuat pada ruas garis SA dengan titik A berada diujungnya [1.23]. Dan misalkan garis lurus AF adalah perpanjangan EA .

Dan karena ruas garis AD , jatuh didalam kedua ruas garis BC dan EF , membuat sudut - sudut yang berseberangan EAD dan ADC sama besar, EAF dengan demikian sejajar dengan BC [1.27]

1.34

Pada bidang - bidang jajaran genjang, sisi - sisi dan sudut - sudut yang saling bertentangan besarnya sama satu dengan yang lain , dan sebuah diagonal membaginya menjadi dua bagian yang sama besar.

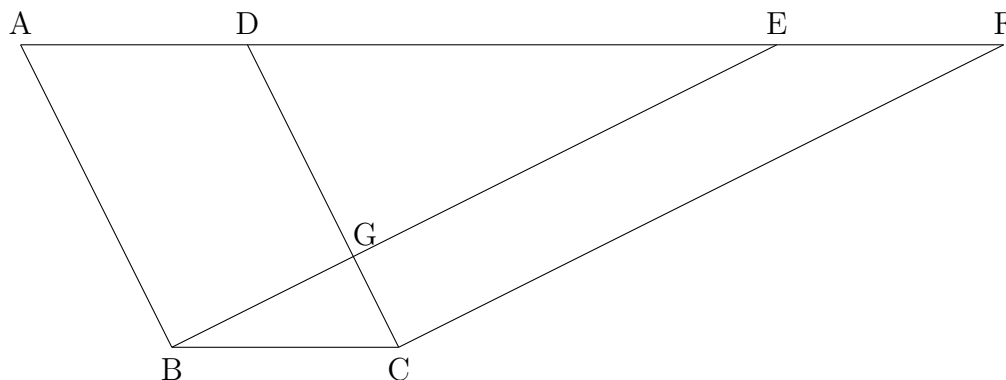


Misalkan $ABCD$ ada sebuah jajaran genjang, dan BC adalah diagonalnya. Saya katakan bahwa untuk jajaran genjang $ABCD$, sisi sisi yang bertentangan dan sudut - sudut yang bertentangan sama besar satu dengan yang lain, dan diagonal BC membaginya menjadi dua bagian yang sama besar.

Karena AB sejajar dengan CD , dan ruas garis BC jatuh memotong keduanya, sudut - sudut yang berhadapan ABC dan BCD sama besar satu dengan yang lain [1.29]. Dan karena AC sejajar dengan BD , dan BC memotong keduanya, sudut - sudut yang berseberangan ACB dan CBD sama besar satu dengan yang lain [1.29]. Dengan demikian ABC dan BCD adalah dua buah segitiga yang memiliki kedua sudut masing - masing ABC dan BCA sama besar dengan kedua sudut BCD dan CDB , dan satu sisi sama besar, yaitu BC , yang di sini milik bersama kedua segitiga. Dengan demikian sisi sisi lainnya akan sama besar satu dengan yang lain, dan satu sudut lainnya akan sama satu dengan yang lain [1.26]. Dengan demikian, sisi AB sama besar dengan CD , dan sisi AC dengan BD . Lebih lanjut, sudut BAC sama besar dengan CDB . Dan karena ABC sama besar dengan BCD , dan CBD dengan ACB , keseluruhan sudut segitiga ABD dengan demikian sama dengan keseluruhan sudut segitiga ACD

1.35

Jajaran - jajaran genjang yang memiliki alas yang sama dan berada diantara dua garis - garis sejajar yang sama, sama (besarnya) satu dengan yang lain.



Misalkan $ABCD$ dan $EBCF$ adalah bidang - bidang jajaran genjang yang memiliki alas yang sama yaitu BC , dan berada diantara dua buah garis sejajar AF dan BC . Saya katakan bahwa $ABCD$ sama dengan bidang jajaran genjang $EBCF$.

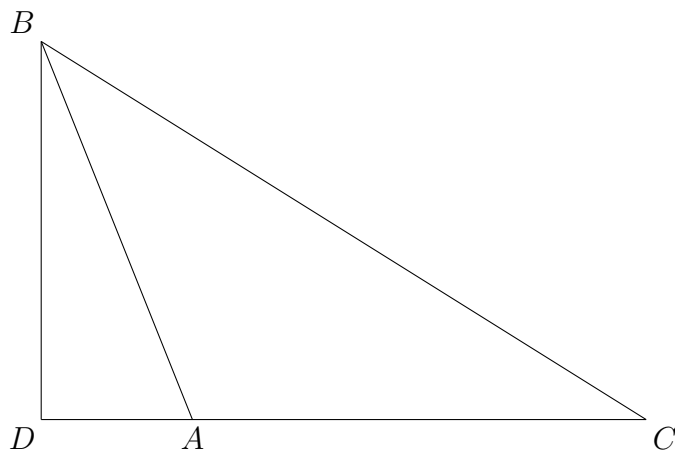
Karena $ABCD$ adalah sebuah jajaran genjang, AD sama besar dengan BC [1.34]. Dengan dengan alasan - alasan yang sama, EF juga sama dengan BC . Dengan demikian AD juga sama dengan EF . Dan DE adalah

Bab 2

Dasar - Dasar Aljabar Geometri

2.12

Pada segitiga tumpul, besar bujur sangkar dari sisi yang menghadap sudut tumpul adalah lebih besar dari jumlah besar bujur sangkar - bujur sangkar sisi - sisi yang mengapit sudut tumpul sebanyak dua kali besar persegi panjang yang dibentuk dari satu sisi yang mengapit sudut tumpul yang padanya garis lurus jatuh secara tegak lurus, dan garis lurus yang memotong sisi luar (segitiga tersebut) secara tegak lurus kearah sudut tumpul.



Misalkan ABC adalah segitiga tumpul, dengan sudut BAC adalah sudut tumpul. Misalkan BD ditarik dari titik B tegak lurus terhadap CA [Prop 1.12]. Saya katakan bahwa bujur sangkar BC adalah lebih besar dari jumlah bujur sangkar BA dan bujur sangkar AC , sebanyak dua kali persegi panjang yang dibentuk CA dan AD .

Karena garis lurus CD sudah dipotong pada sebarang titik, A , bujur sangkar para DC dengan demikian sama dengan jumlah dari jumlah bujur

sangkar CA dan AD , dan dua kali persegi panjang yang dibentuk CA dan AD [Prop.2.4]. Misalkan bujur sangkar DB ditambahkan kepada keduanya

Bibliografi

- [1] Richard Fitzpatrick. *EUCLIDS ELEMENTS OF GEOMETRY , The Greek text of J.L Heiberg(1883 - 1885)*. Revised and corrected - 2008
- [2] M Jafar Effendi. *Geometri Euclid*. Makalah mata kuliah Geometri Fakultas Pasca Sarjana Program Studi Pendidikan Matematika 2012.
- [3] <https://mathcs.clarku.edu/~djoyce/java/elements/elements.html>