

TD1

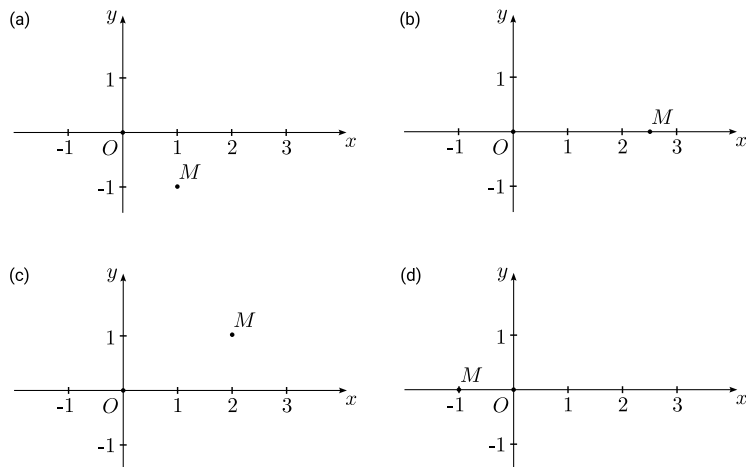
Raisonner simplement, convertir

Exercice 1

- On considère la marche d'une kinésine le long d'un microtubule, qui se fait à vitesse moyenne de $\langle v \rangle = 1.8 \text{ nm s}^{-1}$. Au bout de quelle durée cette kinésine aura-t-elle traversé de bout en bout un microtubule de longueur $L = 40 \text{ nm}$?
- Une cellule migre à une vitesse constante de $v_0 = 5 \mu\text{m min}^{-1}$. En supposant le mouvement rectiligne, donner la distance parcourue par la cellule au bout de 2 h.

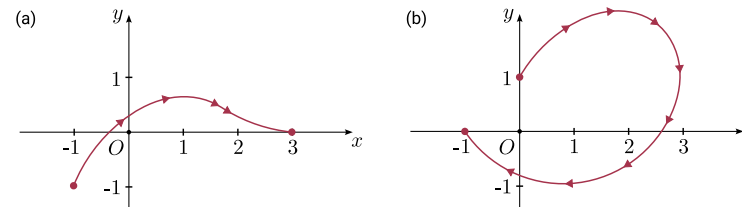
Décrire un mouvement

Exercice 2



- Exprimer les coordonnées cartésiennes des points ci-dessus puis écrire le vecteur position \overrightarrow{OM} associé. Tracer les vecteurs unitaires de la base cartésienne, attachés au point M. La base cartésienne est-elle une base fixe ou mobile ?
- Mêmes questions avec les coordonnées et la base polaires.

- Calculer le vecteur déplacement associé aux trajectoires suivantes. En considérant que les trajets ont été faits sur une durée $\Delta t = 5 \text{ s}$, en déduire le vecteur vitesse moyenne associé.



Exercice 3

- Donner les dérivées des fonctions suivantes :

$$f(x) = x^2 + 1, \quad g(t) = A \cos(\omega t), \quad h(y) = y^2 \exp(-ay)$$

- Donner une primitive des fonctions suivantes :

$$f(x) = 3x + 2, \quad g(t) = t + \cos(t), \quad h(y) = (2 - ay)ye^{-ay}$$

- On donne les vecteurs positions suivants. Calculer les vecteurs vitesse et accélération associés.

$$\overrightarrow{OM}(t) = v_0 t \vec{e}_x + \left(y_0 + \frac{1}{2} a_0 t^2 \right) \vec{e}_y, \quad \overrightarrow{OM}(t) = A \cos(\omega t) \vec{e}_x + A \sin(\omega t) \vec{e}_y$$

- On donne le vecteur accélération suivant : $\vec{a} = -g \vec{e}_z$. En supposant les conditions initiales $\overrightarrow{OM}(t = 0) = h \vec{e}_z$ et $\vec{v}(t = 0) = v_0 \vec{e}_y$, calculer les vecteurs vitesse et position associés. Pour quelle valeur de t a-t-on $z = 0$?

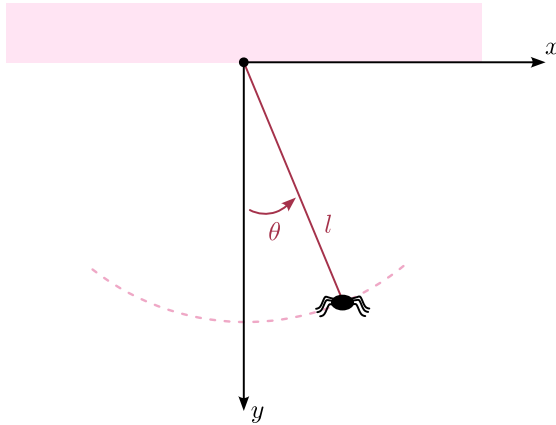
Exercice 4

- On donne les équations horaires décrivant le mouvement d'un grain de sable en sédimentation dans l'eau :

$$x(t) = v_0 t - x_0, \quad y(t) = -a_0 t^2, \quad x_0, v_0, a_0 > 0$$

Déterminer l'équation de la trajectoire $y(x)$. En déduire la profondeur y du grain de sable lorsqu'il atteint la position $x = 0$.

Exercice 5



On considère une araignée de masse m se balançant, suspendue au bout d'un fil de longueur l . Les équations horaires du mouvement de l'araignée sont :

$$x(t) = x_0 \cos(\omega t), \quad y(t) = y_0 + \frac{l}{2} (\cos(2\omega t) - 1)$$

1. Écrire le vecteur position de l'araignée à tout instant t .
2. En déduire le vecteur vitesse instantané associé.
3. Pour quelles positions la vitesse de l'araignée s'annule-t-elle ?
4. Calculer l'accélération de l'araignée au bout du pendule à chaque instant t .
5. Bonus : Reprendre les questions suivantes en utilisant un repère polaire et les équations horaires :

$$r(t) = l, \quad \theta(t) = \theta_0 \cos(\omega t)$$

TD2

Poser un problème de dynamique

Exercice 1

On dépose un échantillon de sang de masse volumique ρ_s et de viscosité η_s dans un tube à essai et on observe la sédimentation rectiligne d'un globule rouge vers le fond du tube, ce premier était assimilé à une sphère de rayon R et de masse volumique ρ . On note \vec{g} l'accélération de la pesanteur.

1. Définir un repère adapté à l'étude de ce mouvement et faire un schéma du système.
2. Quelles sont les forces s'appliquant sur le globule rouge ? Quelles sont leur expression littérale ? Les tracer sur le schéma.

Exercice 2

On considère un noyau cellulaire plongé dans le cytoplasme, piégé par une pince optique modélisée par un ressort de raideur k .

1. Définir un repère adapté à l'étude de ce mouvement et faire un schéma du système.
2. Quelles sont les forces s'appliquant sur le noyau ? En introduisant les grandeurs nécessaires donner leur expression littérale ? Les tracer sur le schéma.

Déterminer une trajectoire

Exercice 3

électrophorèse avec juste un champ élec. Puis dire qu'en fait on a des frottements et calculer la vitesse à la fin comparer.

question de séparation en fonction de la charge.

Caractériser une force

Exercice 1 On suppose que le champ électromagnétique régnant dans une partie de l'espace vide de charges et de courants est donné par :

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = f(z)e^{-\alpha t}\hat{e}_x \quad \text{et} \quad \vec{B}(\vec{r}, t) = g(z)e^{-\alpha t}\hat{e}_y$$

1. Les équations de Maxwell-Gauss et Maxwell-flux sont-elles vérifiées ?
2. Montrer que l'équation de Maxwell-Faraday impose une expression de $g(z)$ en fonction de $f'(z)$.
3. Montrer que l'équation de Maxwell-Ampère impose une expression de $f(z)$ en fonction de $g'(z)$.
4. En déduire une équation différentielle sur f dont on vérifiera l'homogénéité.
5. Déterminer $f(z)$ en supposant f paire et $\vec{E}(0, 0) = E_0\hat{e}_x$
6. Donner l'expression du champ électromagnétique.

Résoudre des problèmes

Exercice 3 Les matériaux supraconducteurs voient leur conductivité électrique devenir infinie en-dessous d'une certaine température. Dans ce cas, on constate que les lignes du champ magnétique ne peuvent plus entrer dans le matériau mais doivent le contourner : c'est l'effet Meissner. Pour expliquer ce phénomène, les frères London ont ajouté aux équations de Maxwell la relation entre le vecteur densité volumique de courant \vec{j} et le champ magnétique à l'intérieur de la plaque :

$$\vec{\text{rot}}(\vec{j}) = -\frac{1}{\mu_0\lambda^2}\vec{B}$$

où λ est une constante positive, caractéristique du matériau.

1. En se plaçant dans l'ARQSM, déterminer l'équation différentielle satisfaite en tout point intérieur du matériau par le champ magnétique. On donne par ailleurs la formule d'analyse vectorielle $\vec{\text{rot}}(\vec{\text{rot}}(\vec{V})) = \vec{\text{grad}}(\text{div}(\vec{V})) - \Delta\vec{V}$.

On considère une plaque supraconductrice d'épaisseur $2d$ dans la direction \hat{e}_z et d'extension infinie dans les deux autres directions. L'origine de l'axe z est prise au milieu de l'épaisseur de la plaque de sorte que les faces inférieure et supérieure aient pour équation respectivement $z = -d$ et $z = +d$. La plaque est plongée dans un champ magnétique statique et uniforme : $\vec{B}_0 = B_0\hat{e}_x$. On cherche le champ magnétique à l'intérieur de la plaque sous la forme $\vec{B} = B(z)\hat{e}_x$

2. Faire un schéma simple du système.
3. Déterminer le champ magnétique à l'intérieur de la plaque en supposant que $\vec{B}(-d) = \vec{B}(d) = \vec{B}_0$.
4. En déduire le vecteur densité volumique de courant \vec{j} à l'intérieur de la plaque.

Un modèle microscopique donne :

$$\lambda^2 = \frac{m_e}{\mu_0 n_s e^2}$$

avec : $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H m}^{-1}$ la perméabilité magnétique du vide, $m_e = 9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}$ la masse d'un électron, $e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$ la charge élémentaire, n_s la densité volumique d'électrons supraconducteurs,

5. Vérifier que λ est bien homogène à une longueur.
6. Calculer λ en prenant $n_s = 1.0 \times 10^{29} \text{ m}^{-3}$.
7. Tracer les graphes des composantes non nulles de \vec{B} et \vec{j} en fonction de z . Donner un sens concret à λ .
8. Pour $d \gg \lambda$, à quelle distance de la surface de la plaque la densité de courant est-elle réduite à un centième de sa valeur à la surface?

TD3

Calculer des travaux et une puissance

Utiliser le théorème de l'énergie cinétique

Calculer une force à partir d'une énergie potentielle

Utiliser le principe de conservation de l'énergie mécanique

On étudie la propagation d'une OEM dans le vide.

1. Rappeler l'équation aux dérivées partielles à laquelle satisfont les champs \vec{E} et \vec{B} .
2. On suppose que le champ électrique est de la forme :

$$\vec{E} = E_0 \cos(\omega t - kz) \hat{e}_x, \quad k, \omega > 0$$

- (a) A quelle équation doit satisfaire k pour que ce champ soit solution de l'équation précédemment citée ?
 - (b) Quels sont la direction, le sens et la vitesse de propagation de cette onde ?
 - (c) Quelle est la structure de cette onde ?
 - (d) Calculer le champ magnétique \vec{B} associé à \vec{E} ainsi que le vecteur de Poynting de l'onde ?
3. La puissance moyenne rayonnée par cette onde à travers une surface $S = 4 \text{ mm}^2$ orthogonale à sa direction de propagation est $P = 10 \text{ W}$. Calculer les amplitudes E_0 et B_0 des champs électriques et magnétiques. On donne $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H m}^{-1}$.

Onde électromagnétique plane progressive 2

On étudie une onde électromagnétique dont le champ électrique est :

$$\vec{E} = \underline{E}_x \hat{e}_x + \underline{E}_y \hat{e}_y \quad \text{avec} \quad \underline{E}_x = E_0 \exp \left(i \left(\omega t - \frac{K}{3} (2x + 2y + z) \right) \right)$$

L'onde se propage dans le vide et sa longueur d'onde est $\lambda = 6 \times 10^{-7} \text{ m}$.

1. Calculer la fréquence de l'onde.
2. Dans quel domaine du spectre électromagnétique se situe cette onde ?
3. Exprimer le vecteur d'onde en fonction de K .
4. Calculer la valeur numérique de la constante K .
5. Établir l'équation cartésienne d'un plan d'onde.
6. Exprimer \underline{E}_y en fonction de \underline{E}_x en utilisant l'équation de Maxwell-Gauss dans la représentation complexe.
7. Calculer le champ magnétique \vec{B} associé à cette onde.
8. Calculer la densité moyenne d'énergie électromagnétique associée à cette onde.
9. Calculer le vecteur de Poynting de cette onde et sa moyenne temporelle.

Communication avec la Terre (E3A MP 2015)

On se propose d'étudier la propagation des ondes électromagnétiques entre la sonde Rosetta et la Terre, dans le vide.

1. Rappeler les équations de Maxwell en présence de charges et de courants. Comment se simplifient-elles dans le vide ?
2. Etablir l'équation de propagation dans le vide vérifiée par le champ électrique \vec{E} . Donnez celle vérifiée par le champ magnétique \vec{B} .
3. En déduire la célérité des ondes électromagnétiques dans le vide en fonction de μ_0 et ϵ_0 .

On considère une onde électromagnétique pour laquelle le champ électrique en coordonnées cartésiennes s'écrit :

$$\vec{E}(z, t) = E_x \cos \left(\omega \left(t - \frac{z}{c} \right) \right) \hat{e}_x + E_y \cos \left(\omega \left(t - \frac{z}{c} \right) \right) \hat{e}_y + E_z \cos \left(\omega \left(t - \frac{z}{c} \right) \right) \hat{e}_z$$

où E_x , E_y et E_z sont des constantes.

4. Dans quelle direction se propage cette onde ? Est-ce une OPPH ? Exprimer son vecteur d'onde k .

5. Simplifier l'expression donnée du champ électrique à l'aide de l'équation de Maxwell-Gauss.

Le champ magnétique associé s'écrit :

$$\vec{B}(z, t) = B_x \cos\left(\omega\left(t - \frac{z}{c}\right)\right) \hat{e}_x + B_y \cos\left(\omega\left(t - \frac{z}{c}\right)\right) \hat{e}_y + B_z \cos\left(\omega\left(t - \frac{z}{c}\right)\right) \hat{e}_z$$

où B_x , B_y et B_z sont des constantes.

6. Déterminer B_x , B_y et B_z en fonction de E_x , E_y et c .
7. Cette onde est-elle transversale ou longitudinale par rapport à la direction de propagation ?

Ondes sphériques

On considère un émetteur isotrope d'ondes électromagnétiques que l'on assimile à une source ponctuelle : il peut s'agir d'un émetteur de radio, d'un satellite, d'une étoile qui rayonne, etc. L'onde émise est sphérique, de la forme en coordonnées sphériques :

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = E_0(r) \cos(\omega t - kr) \hat{e}_\theta \quad \text{avec} \quad k = \frac{\omega}{c}.$$

Le milieu de propagation est assimilé au vide.

1. Par analogie avec une onde plane, identifier le vecteur d'onde \vec{k} de l'onde sphérique.
2. On admet qu'une telle onde vérifie localement la même relation de structure qu'une onde plane. En déduire l'expression du champ magnétique associé.
3. Exprimer le vecteur de Poynting et sa moyenne temporelle.
4. Exprimer la puissance moyenne \mathcal{P} rayonnée à travers une sphère de rayon r . Justifier par un argument physique que cette puissance est indépendante de r . En déduire que $E_0(r) = A/r$ avec A une constante à déterminer.

Mesures de concentration en CO₂ dans l'atmosphère (DS 2023)

Le développement de modèles climatiques et l'actualisation de leurs prédictions nécessitent des mesures précises de la fraction molaire en CO₂ présent dans l'atmosphère. Celle-ci est usuellement exprimée en parties par millions (ppm) : une fraction molaire de 413 ppm indique par exemple qu'un million de molécules d'air contient en moyenne 413 molécules de CO₂.

Pour ce faire, un échantillon d'air est prélevé, de préférence en relative altitude et loin de toute perturbation humaine, puis refroidi pour condenser toute la vapeur d'eau, avant d'être analysé. Le principe est celui de la spectrophotométrie : un faisceau laser de longueur d'onde 4.26 μm, à laquelle le spectre d'absorption du CO₂ présente un maximum, traverse un échantillon de longueur connue. Comparer les intensités lumineuses avant et après traversée de l'échantillon permet d'en déduire la concentration en CO₂, en nombre de molécules par m³ d'air. Les capteurs de CO₂ popularisés comme indicateurs de la qualité de l'air lors de la crise du Covid-19 fonctionnent sur le même principe mais avec des exigences de précision bien moindre.

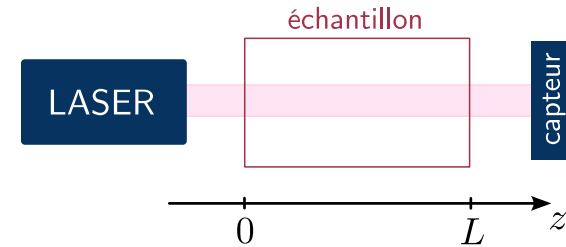


Figure 1: Principe de fonctionnement de la mesure

1. On modélise le faisceau laser par un cylindre de section S au sein duquel se propage dans la direction $+\hat{e}_z$ une onde plane progressive harmonique polarisée rectilignement selon \hat{e}_x .
 - (a) Écrire le champ électrique $\vec{E}(\vec{r}, t)$ associé à cette onde. On notera E_0 son amplitude, ω sa pulsation et k la norme de son vecteur d'onde.
 - (b) En déduire le champ magnétique $\vec{B}(\vec{r}, t)$ associé.
 - (c) En déduire le vecteur de Poynting $\vec{\Pi}(\vec{r}, t)$ associé ainsi que sa moyenne temporelle $\langle \vec{\Pi}(\vec{r}, t) \rangle$ et son intensité $I = \|\langle \vec{\Pi}(\vec{r}, t) \rangle\|$.
2. Dans l'échantillon, l'onde interagit avec la matière. On suppose alors que cette première conserve la même structure mais que la quantité d'énergie qu'elle transporte dépend maintenant de son avancée dans l'échantillon :

$$\langle \vec{\Pi}(\vec{r}, t) \rangle = I(z) \hat{e}_z$$

avec $I(z)$ l'intensité du faisceau en z .

Chaque molécule de CO_2 se trouvant dans le faisceau absorbe en moyenne une puissance p proportionnelle à l'intensité : $p = \sigma I$, où σ est une constante tabulée dépendant uniquement de la longueur d'onde. On se propose de raisonner sur une tranche infinitésimale du faisceau située entre z et $z + dz$ pour déterminer la loi d'évolution de l'intensité $I(z)$ au cours de la traversée de l'échantillon.

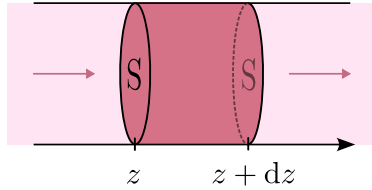


Figure 2: Tranche infinitésimale du faisceau située entre z et $z + dz$

- Quelle est la dimension de σ ?
- Exprimer la puissance moyenne $\mathcal{P}(z)$ transmise par l'onde à travers la surface S à l'abscisse z en fonction de $I(z)$ et S . De même, exprimer la puissance moyenne $\mathcal{P}(z + dz)$ transmise par l'onde à travers la surface S à l'abscisse $z + dz$.
- On note n la densité volumique de CO_2 , c'est-à-dire le nombre de molécules de CO_2 par unité de volume dans l'échantillon. Déterminer la puissance moyenne totale absorbée $dP_{\text{abs}}(z)$ par les molécules de CO_2 dans cette tranche en fonction de n , σ , S , dz et $I(z)$.
- En le justifiant par un argument de conservation de l'énergie, déterminer une relation entre $\mathcal{P}(z)$, $\mathcal{P}(z + dz)$ et $dP_{\text{abs}}(z)$.
- En déduire que l'intensité du faisceau vérifie l'équation différentielle :

$$\frac{dI}{dz} + \sigma n I = 0$$

- On appelle absorbance de l'échantillon le rapport :

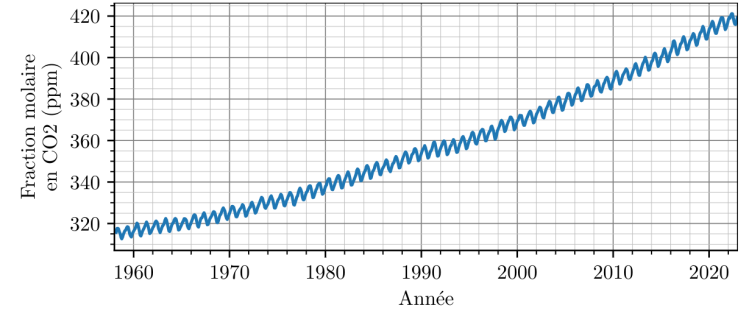


Figure 3: Fraction molaire en CO_2 mesurée à l'observatoire de Mauna Loa. Les mesures représentées sont des moyennes mensuelles.

$$A = \ln \frac{I(z=0)}{I(z=L)}$$

Montrer qu'une mesure de l'absorbance permet de remonter à n .

- La Figure 3 représente l'évolution temporelle de la fraction molaire en CO_2 mesurée à l'observatoire situé au sommet du volcan de Mauna Loa, à Hawaï. Proposer une interprétation aux tendances observées.

Orientation de la queue des comètes

La réflexion d'une onde électromagnétique sous incidence normale sur un métal parfaitement conducteur induit une pression de radiation P dont la valeur moyenne $\langle P \rangle$ est reliée à la densité moyenne d'énergie de l'onde $\langle u_{\text{em}} \rangle$ par :

$$\langle P \rangle = 2 \langle u_{\text{em}} \rangle$$

On se propose d'abord de retrouver ce résultat simple en faisant appel à la théorie corpusculaire.

- A l'onde incidente, OPPH de fréquence ν , se propageant dans la direction et le sens de l'axe (Ox) , on associe un faisceau de photons se propageant à la vitesse de la lumière c , parallèlement à l'axe (Ox) . On rappelle qu'un photon de fréquence ν possède une énergie $h\nu$ et une quantité de mouvement de norme $p = h\nu/c$.

- (a) Quelle densité particulaire n de photons peut-on attribuer à l'onde incidente ? Exprimer n en fonction de $\langle u_{\text{em}} \rangle$, h et ν .
 - (b) Si l'on considère une surface S orthogonale à ce flux de photons, quel nombre dN de photons intercepte-t-elle pendant une durée dt ?
 - (c) En supposant que les collisions sont parfaitement élastiques sur cette paroi métallique, quelle est la force exercée par l'onde incidente sur la surface ? En déduire une expression de la pression de radiation associée.
2. Évaluer la force subie par une petite particule réfléchissante, assimilée à une sphère de rayon a , placée dans un tel faisceau lumineux.
 3. Cette particule, de masse volumique μ , est située à une distance r du centre du Soleil.
 - (a) Connaissant la puissance moyenne totale rayonnée par le soleil $\langle \mathcal{P}_S \rangle$, donner la valeur moyenne du vecteur de Poynting puis celle de la densité d'énergie électromagnétique à une distance r de celui-ci. *On rappelle que l'énergie est une grandeur conservative*
 - (b) Calculer le rayon limite a_0 pour lequel la force de radiation équilibre l'attraction gravitationnelle due au Soleil.
 4. Cette étude permet-elle d'expliquer pourquoi le nuage gazeux, appelé queue, qui accompagne une comète est derrière la comète quand celle-ci s'approche du Soleil et devant lorsqu'elle s'en éloigne ?

$$3 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3} \quad \left| \quad 6.67 \times 10^{-11} \text{ kg}^{-1} \text{ m}^3 \text{ s}^{-2} \quad \left| \quad 2 \times 10^{30} \text{ kg} \quad \left| \quad \langle \mathcal{P}_S \rangle \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. 4 \times 10^{26} \text{ W} \right. \right. \right.$$