

Questions

1.

$$\text{顺序查找平均比较次数} = \frac{(1+2+\dots+1000,000) \times 1000,000}{2 \times 1000,000} \approx 500,000$$

$$\text{折半查找平均比较次数} = \log_2 1000,000 \approx 20$$

$$\text{所以折半查找比顺序查找平均快 } \frac{500,000}{20} \approx 25,000 \text{ 倍}$$

2.

初始状态：船、男孩A、B和士兵都在一侧。

对于每一个士兵：男孩A、B一起驾船到对岸，A下船，B将船开回，一个士兵开船到对岸下船，A开船回来，恢复初始状态。该过程需横渡4次。

总计：4N次

3.

a. 前序法：abdecf

b. 中序法：dbeacf

c. 后序法：debfca

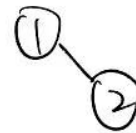
4.

a.

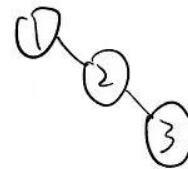
(1) 插入 1



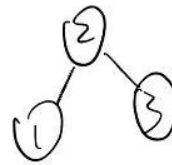
(2) 插入 2



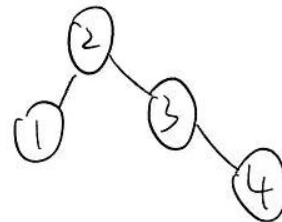
(3) 插入 3



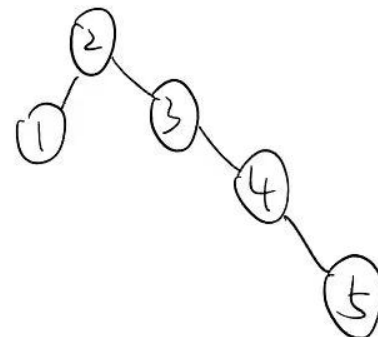
(4) 左旋



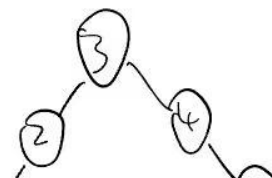
(5) 插入 4



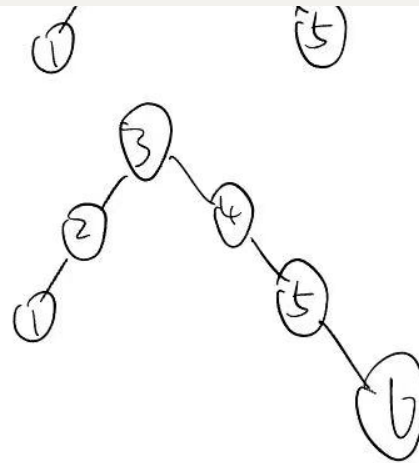
(6) 插入 5



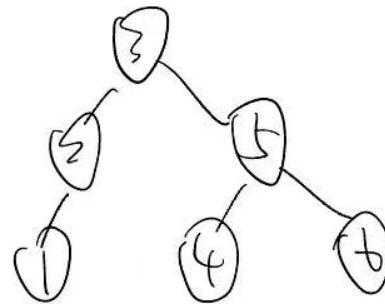
(7) 左旋



(8) 插入 6



(9) 右旋



b.

(1) 插入 6



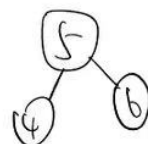
(2) 插入 5



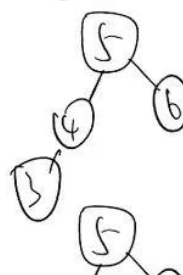
(3) 插入 4



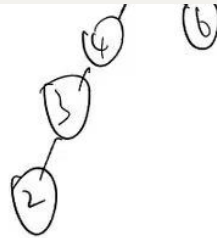
(4) 右旋



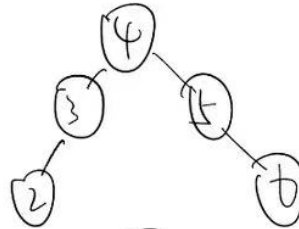
(5) 插入 3



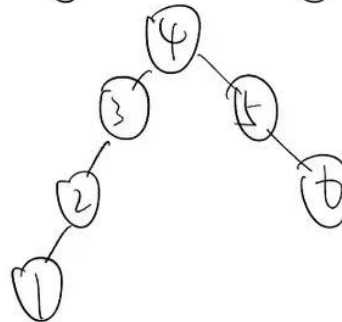
(b) 插入 2



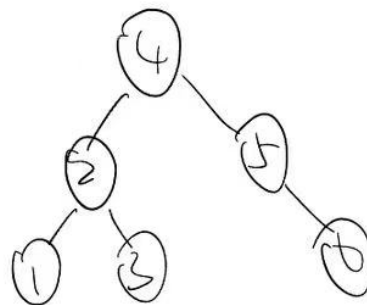
(7) 右旋



(8) 插入 1



(9) 右旋

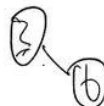


C.

(1) 插入 3



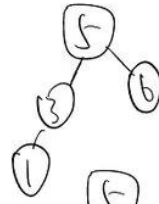
(2) 插入 6



(3) 插入 5

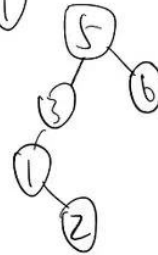


(4) 右旋+左旋 (3) (6)

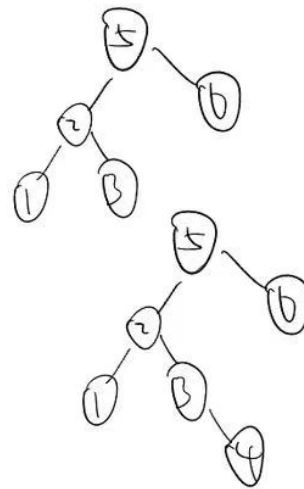


(5) 插入 1

(6) 插入 2

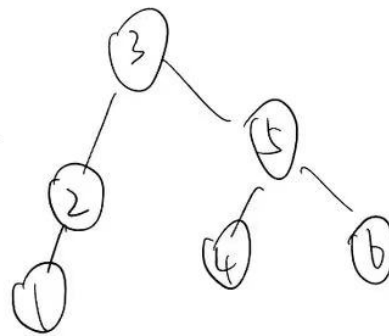


(7) 左旋+右旋



(8) 插入 4

(9) 左旋+右旋



5.

设丈夫为 A_1, A_2, \dots, A_n , 妻子为 B_1, B_2, \dots, B_n 。

通用算法：

1. 取同一对夫妻 A_n 和 B_n 过河
2. 妻子 B_n 回去

3. 妻子 B_n 和另一对夫妻中的妻子 B_{n+1} 过河
4. 妻子 B_{n+1} 回去
5. 以上4步完成后，同一对夫妻 A_n 和 B_n 过河，其他人和船位置不变。重复1-4，直到所有夫妻都过河。

a.

1. A_1 和 B_1 过河；
2. A_1 留在对岸， B_1 驾船回去；
3. B_1 和 B_2 过河；
4. B_2 驾船回去；
5. A_2 和 B_2 过河。

船需要横渡5次。

b.

1. A_1 和 B_1 过河；
2. A_1 留在对岸， B_1 驾船回去；
3. B_1 和 B_2 过河；
4. B_2 驾船回去；
5. A_2 和 B_2 过河；
6. A_2 留在对岸， B_2 驾船回去；
7. B_2 和 B_3 过河；
8. B_3 驾船回去；
9. A_3 和 B_3 过河；

船需要横渡9次。

c.

根据以上算法对任意正整数 n 都成立，问题有解。

船需要横渡 $4(n-1)+1$ 次。

Programming

运行结果

```
● guolianglu@GuoLiangdeMacBook-Air Algorithm % cd "/Users/guolianglu/Assignment2/"test
correct:200
error:0
用时:51.324ms
○ guolianglu@GuoLiangdeMacBook-Air Assignment2 %
```

函数代码

Algorithm - test.cpp

```
1  bool searchMatrix(vector<vector<int>> &matrix, int target)
2  {
3      // TODO
4      int row = matrix.size();
5      int col = matrix[0].size();
6
7      int i = 0, j = col - 1;
8      while (i < row && j >= 0)
9      {
10         if (matrix[i][j] == target)
11             return true;
12         else if (matrix[i][j] > target)
13             j--;
14         else
15             i++;
16     }
17     return false;
18 }
```

算法思路

根据矩阵性质，假设查看矩阵中心那个元素，与目标值比较。如果目标值更大，则可以排除该元素上方半列、左边半行的值，以及它们围成的四分之一矩阵中的所有元素。同理，如果目标值更小，则可以排除该元素下方半列、右边半行的值，以及它们围成的四分之一矩阵中的所有元素。

排除思路：

- 因为矩阵不一定是方阵，无法在主对角线上采用类似二分查找的算法：找到离目标值最近并分别比它更大/更小的两个元素，排除两者左上角、右下角两个子矩阵。
- 如果采用递归算法，但每次只排除四分之一子矩阵，在另外三个子矩阵递归查找，则可以容易估计出此法空间开销太大：每次递归都需要存子矩阵的坐标（用左上角、右下角两个点的坐标，即两个整数对构成），而且每次阐述3个子递归，在矩阵尺寸大时消耗内存很大，过多的递归调用消耗时间也很多。此外，此法实现比较复杂。

采用思路：

- 利用上述“可以排除该元素上方半列、左边半行的值”这一性质，通过首次查看最右上角（最左下角同理）元素，每次循环排除一整列或一整行，具体描述如下：
 - a. 当目标值大于查看元素，要查看的元素下移一行；
 - b. 当目标值小于查看元素，要查看的元素左移一列；
 - c. 重复以上步骤，直到找到元素（返回true），或超出矩阵范围（返回false）。

时间复杂度： $O(m + n)$ ，其中m和n分别为矩阵的行数、列数

空间复杂度： $O(1)$ 。