计算机视觉

- 数学基础
  - 几何
    - 齐次坐标
      - 三维向量表示二维平面点
      - x3≠0正常点，x3=0无穷远点
      - 相同点齐次坐标成比例
    - 线性几何变换
      - 旋转变换：R正交、det(R)=1，自由度1
      - 欧氏变换：R正交、det(R)=1，增加tx, ty，自由度3
      - 相似变换：sR，R正交、det(R)=1，tx, ty，自由度4
      - 仿射变换：A非奇异，tx, ty，自由度6
      - 射影变换：H非奇异，自由度8
    - 射影几何
      - 引入无穷远点，每个无穷远点和一个「方向」对应，射影平面上直线闭合于其对应的无穷远点，所有无穷远点构成无穷远直线
      - 正常点坐标互换：二维坐标增加第3维为1即齐次坐标，齐次坐标化为x3=1后去掉第3维即二维坐标
      - 无穷远点坐标互换：二维坐标增加第3维为0即该方向上无穷远点的齐次坐标，齐次坐标去掉第3维的向量即对应无穷远点的方向
      - 直线坐标叉乘得交点齐次坐标
      - 两点齐次坐标叉乘得共线坐标
      - 射影平面上点线地位对等：对偶定理
  - 最小二乘问题
    - 齐次线性最小二乘问题（带等式约束）
      - 引出：单应矩阵估计，求解Hx=cx'，但不限制h33=1
      - h*=argmin ||Ah||_2^2，限制||h||_2^2=1
      - 求解：拉格朗日乘子法，找驻点、代入目标函数，发现目标函数的最小值就是A^TA最小的特征值、解h*为对应的单位特征向量
    - 方程组右边不是0
    - 非齐次线性最小二乘问题
      - 引出：单应矩阵估计，求解Hx=cx'，限制h33=1
      - h*=argmin ||Ah-b||_2^2
      - 求解：无约束凸优化问题直接向量求导找驻点，得h*=(A^TA)^-1 A^Tb，可证明A^TA可逆
    - 变成非线性函数，不能利用凸优化
    - 非线性最小二乘问题
      - 两阶段方法：分别计算方向和步长
        - 计算方向
          - 最速下降法
            - 梯度的负方向
            - 下降的初始阶段较快；接近收敛时较慢
          - 牛顿法
            - 要求海森矩阵正定
            - 使得一阶导数为0的向量方向
            - 接近收敛时较好
        - 计算步长
          - 线性搜索
            - alpha不能太大也不能太小，计算alpha使得目标函数下降幅度来动态调整其值
      - 目标函数具有平方和的形式
      - 一阶段方法：同时计算方向和步长
        - 阻尼法（求解无约束优化问题）
          - 构造辅助函数：选择c、B和是否启用阻尼
          - 计算更新向量：凸函数通过向量求导找辅助函数驻点
          - 调整阻尼系数：更新向量够好则减小阻尼，不够好则增大阻尼
          - 判定迭代收敛：更新向量足够小；达到最大迭代次数；对最小二乘问题还可以判断目标函数足够接近0
        - 取c=J^T(x)f(x), B=J^T(x)J(x)，阻尼系数=1
        - 高斯牛顿法
        - 启用阻尼项
        - 列文伯格-马夸尔特法
- 特征点检测与匹配
  - 1～5：全景拼接流程
  - ❶ 特征点检测
    - 哈里斯角点
      - 原理
        - 某点窗口（可能高斯窗口）移动小量计算像素值差异
        - 得到椭圆方程，矩阵M正定，特征值决定椭圆形状
        - 有了M，可由经验公式计算角点程度进行判定
      - 步骤
        - 计算图像偏导数矩阵f_x, f_y（涉及附录数字图像微分）
        - 计算f_x^2, f_y^2, f_xf_y
        - 用高斯窗口卷积（固定常数窗口则窗口内求和）
        - 得到矩阵M
        - 计算角点程度图（for each point）
        - 非极大值抑制
      - 性质
        - 旋转不变性
        - 没有尺度不变性
        - 只对整体光照有不变性
    - SIFT特征点
      - 原理
        - 尺度归一化高斯-拉普拉斯算子（scale-normalized LoG），形状类似漏斗，可检测斑点
        - 参数sigma决定斑点尺度，用不同sigma的算子构建尺度空间
        - 空间中一点的响应值-sigma函数为单峰曲线，故在3x3范围内最大则为候选特征点
      - 性质
        - 旋转不变性
        - 尺度协变性
        - 对光照变化鲁棒
  - ❷ 创建特征点描述子
    - 距离计算
      - 平方差之和
      - 绝对差之和
      - 规范化互相关
    - 块描述子
      - 窗口拉成列向量
      - 正则化向量
    - BRIEF描述子
  - ❸ 特征点匹配
    - 距离近于阈值
    - 双向确认：彼此最近
    - 不模糊：比次近的近得多
  - ❹ 单应矩阵计算
    - 线性最小二乘求解模型
      - 齐次带约束：拉格朗日乘子法
      - 非齐次无约束：求导找驻点
    - RANSAC选取最佳模型
      - 随机选点
      - 拟合出一个模型
      - 计算符合模型的点集
      - 若点集不够大，重复以上步骤；若点集够大，计算拟合误差，更新最佳模型
  - ❺ 坐标变换
    - 图像插值技术：为什么要逆向变换；双线性插值算法做三次线性插值
- 相机标定
  - 相机成像模型
    - 世界坐标系
    - 欧氏变换[R t]
    - 相机坐标系
    - 归一化，f=1
    - 归一化、相似 1/z [f f 1]
    - 成像平面坐标系
      - 归一化成像平面坐标系
    - 计算像素、考虑扭曲
    - 左乘内参矩阵K
    - 像素坐标系
  - 镜头畸变模型
    - 径向畸变k1, k2, k3
      - 枕型畸变
      - 桶型畸变
    - 切向畸变rho1, rho2
    - 畸变无法通过矩阵变换表示，引入畸变算子D
      - 考虑畸变的成像模型：u=K D x_n（畸变在归一化成像平面上）
  - 相机标定方法
    - 张正友标定法
      - 标定板：黑白棋盘格，行列奇偶性不同，在角落建系，交叉点为世界坐标系下的点，其z=0
      - 拍摄多张不同位姿下的图像，得到n个点及其在m张图像中的像，要解9个内参、6m个外参
      - 数学模型：将交叉点用成像模型+畸变模型计算像素坐标，与实际像素坐标之差求二范数，用非线性最小二乘法求解
    - 三维空间旋转的轴角表达
      - 目的：旋转矩阵，9个优化变量+额外约束->轴角表达，各维不耦合的三维向量d=theta n（n单位向量，共3个自由度roll pitch yaw）
      - 轴角->R：罗德里格斯公式
      - R->轴角：依据罗德里格斯公式，两边求迹确定theta，两边乘n确定n（R特征值1的单位特征向量）
    - 相机成像模型参数初始估计
      - 镜头畸变参数k1 k2 rho1 rho2 k3
        - 无先验，初始化为0
      - 主点坐标cx cy
        - cx, cx分别为图像像素宽、高的一半
      - 内参fx fy
        - 消失点
        - 解非齐次线性最小二乘方程组
      - 外参
    - 镜头畸变去除
      - 逆向变换：无畸变像素->归一化成像平面->畸变后成像平面->有畸变像素
      - ud=KDK^-1 u
    - 鸟瞰视图
      - 逆向变换：鸟瞰视图->世界坐标系->去畸变像素坐标系->原始像素坐标系
      - 鸟瞰->世界：简单的相似变换，计算矩阵的缩放&两个坐标系的平移
      - 世界->去畸变图像：因为不考虑畸变，根据特征点检测那章的基本假设，理想针孔模型成像下，物理平面和去畸变图像之间满足射影变换关系，用齐次或非齐次线性最小二乘法求解
      - 去畸变图像->原始图像：即镜头畸变去除过程，ud=KDK^-1 u
      - x_D=KD(K^-1 P(W->U)P(B->W)x_B)