Assignment 3

Weida Wang 2151300

1.

(**Math**) Nonlinear least-squares. Suppose that $\mathbf{f}(\mathbf{x}) = (f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}), \ldots, f_m(\mathbf{x})) : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$, $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n, \mathbf{f} \in \mathbb{R}^m$ and some $f_i(\mathbf{x}) : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ is a (are) non-linear function(s). Then, the problem,

$$\mathbf{x}^* = \arg\min_{\mathbf{x}} \frac{1}{2}\|\mathbf{f}(\mathbf{x})\|_2^2 = \arg\min_{\mathbf{x}} \frac{1}{2}(\mathbf{f}(\mathbf{x}))^T \mathbf{f}(\mathbf{x})$$

is a nonlinear least-squares problem. In our lecture, we mentioned that Levenberg-Marquardt algorithm is a typical method to solve this problem. In L-M algorithm, for each updating step, at the current **x**, a local approximation model is constructed as,

$$\begin{aligned} L(\mathbf{h}) &= \frac{1}{2}(\mathbf{f}(\mathbf{x}+\mathbf{h}))^T \mathbf{f}(\mathbf{x}+\mathbf{h}) + \frac{1}{2}\mu \mathbf{h}^T\mathbf{h} \\ &= \frac{1}{2}(\mathbf{f}(\mathbf{x}))^T \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{h}^T(\mathbf{J}(\mathbf{x}))^T \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \frac{1}{2}\mathbf{h}^T(\mathbf{J}(\mathbf{x}))^T \mathbf{J}(\mathbf{x})\mathbf{h} + \frac{1}{2}\mu\mathbf{h}^T\mathbf{h} \end{aligned}$$

where $\mathbf{J}(\mathbf{x})$ is $\mathbf{f}(\mathbf{x})$'s Jacobian matrix, and $\mu > 0$ is the damped coefficient. Please prove that $L(\mathbf{h})$ is a strictly convex function. (Hint: If a function $L(\mathbf{h})$ is differentiable up to at least second order, L is strictly convex if its Hessian matrix is positive definite.)

Since $L(h) = \frac{1}{2}(f(x))^T f(x) + \frac{1}{2}h^T (J(x))^T J(x) h + \frac{1}{2}\mu h^T h$,
we can get that

$$\nabla L(h) = (J(x))^T J(x) h + \mu h$$
$$\nabla^2 L(h) = (J(x))^T J(x) + \mu I$$

Let $A = J^T(x) J(x)$, then we can get $\forall x \neq 0$,

$$x^T A x = (J(x)x)^T (J(x)x) \geq 0,$$

therefore $A \succeq 0$

Defined A's eigen-values as $\{\lambda_i \geq 0, i = 1, 2, \ldots, n\}$
and we can get $\nabla^2 L(x)$'s eigen-values is $\{\lambda_i + \mu, i = 1, 2, \ldots, n\}$ for $\lambda_i + \mu$, we get $\lambda_i \geq 0$, $\mu > 0$, and $\lambda_i + \mu > 0$.

Thus, $\nabla^2 L(x) \succ 0$, $L(x)$ is strictly convex.

实验报告

姓名：王蔚达

学号：2151300

一、实验名称

三维模型扫描与数据处理

二、 实验目的

1. 了解三维模型数据的表示形式和存储格式；
2. 掌握手持式三维曲面扫描系统 Creaform Go Scan 3D 硬件和软件的使用方式；
3. 掌握常用几何编辑软件（比如 GeoMagic Studio）的操作方式，能够对原始三维扫描数据进行简单编辑。

三、 实验设备

1. **硬件**： Creaform Go Scan 3D 三维扫描仪；
2. **软件**： Creaform Go Scan 3D 配套扫描软件；
3. **软件**： Blender几何数据处理软件

四、 实验内容

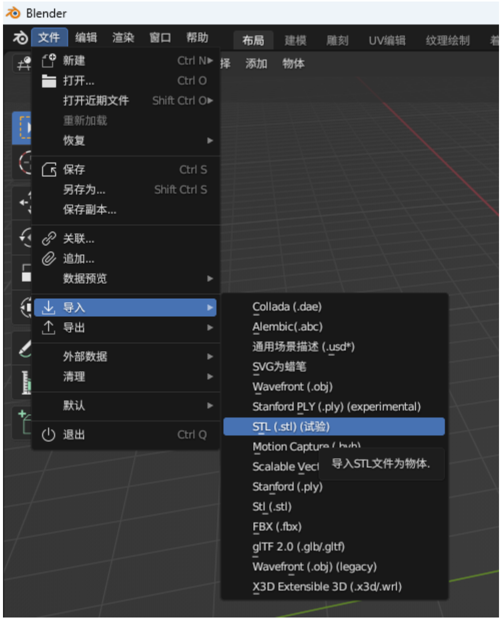
1. 三维扫描仪数据采集流程

1. 运行Creaform Go Scan 3D，点击“新会话”→“扫描”，开始扫描
2. 按下三维扫描仪手柄处按钮，开始扫描
3. 扫描过程中，若前方红灯亮起，表明距离过近，若后方红灯亮起，表明距离过远，正常情况下，应当保持只有中间一个绿灯亮起
4. 若前后两个红灯均亮起，则表明追踪失败，此时可以微调位置，试图重新追踪；若失败，则只能新建会话，重新扫描
5. 扫描结束后，再次点击软件中的“扫描”按钮，选择文件格式(此处保存为obj格式)，保存文件。

2. 三维模型的后处理

在本项目中，使用Blender软件对三维重建进行后处理

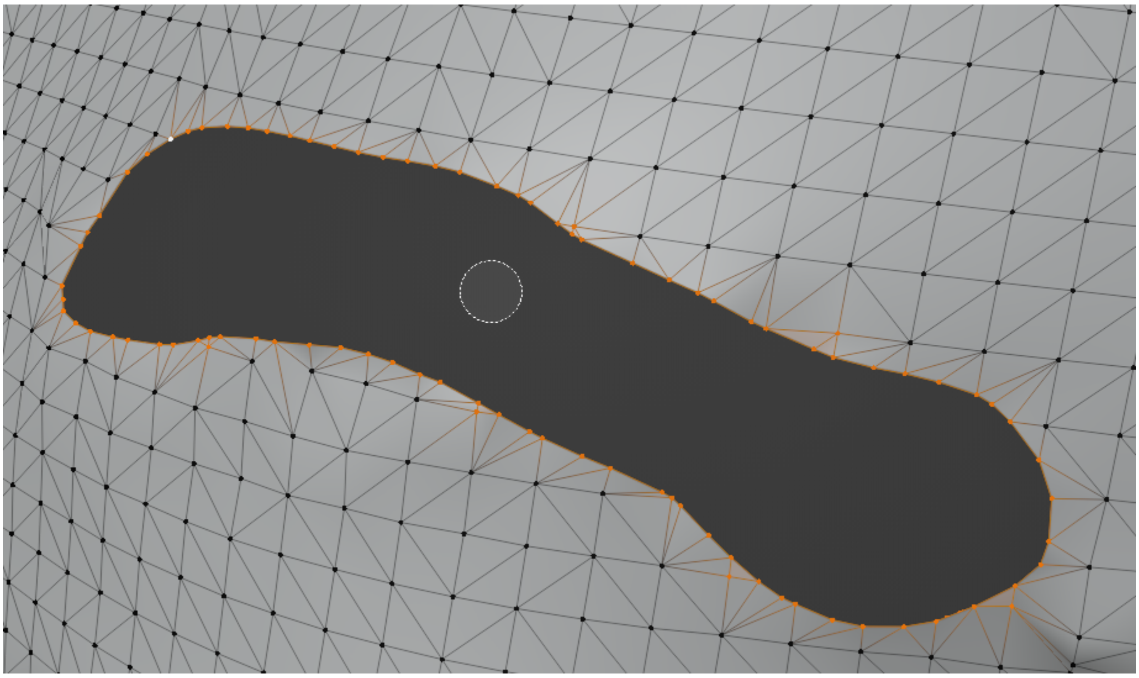
1. 将STL模型导入Blender，文件→导入→STL文件



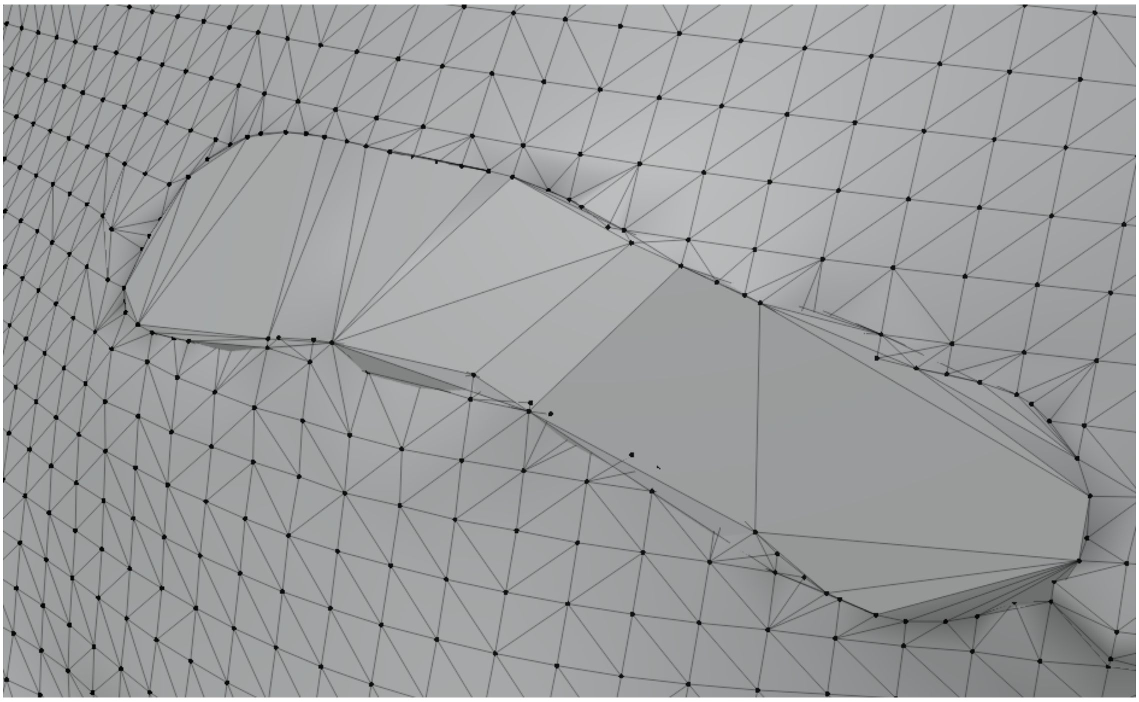
2. 使用shift+滚轮平移模型、滚轮调整角度到合适的位置

3. 使用Tab快捷键进入模型“编辑模式”

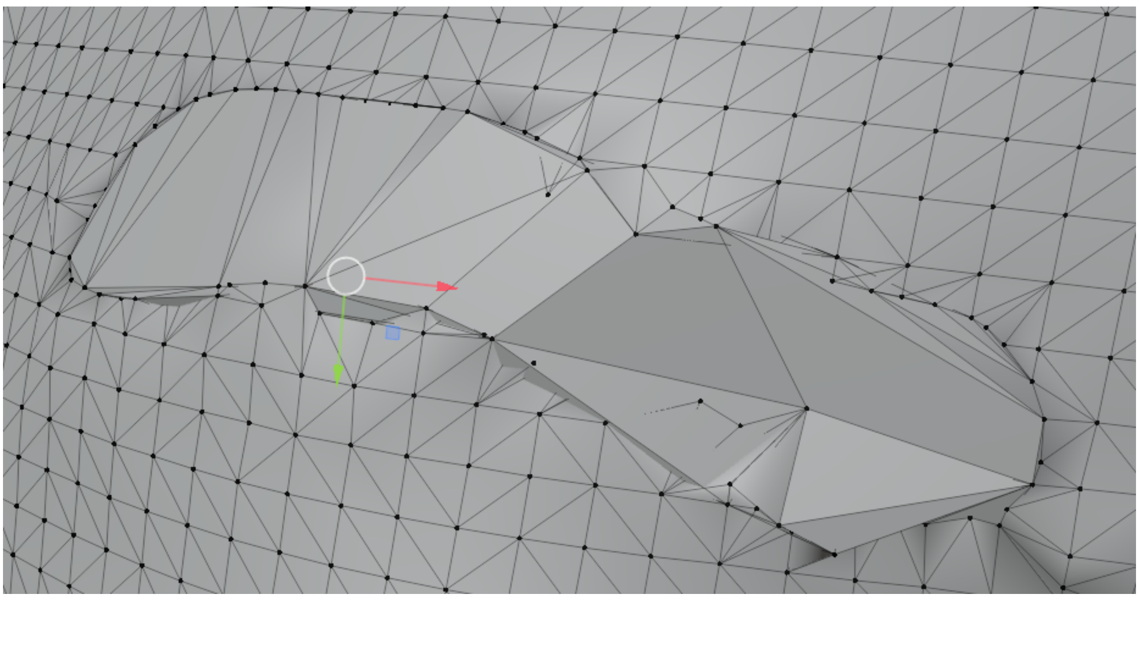
4. 选择“刷选”，圈选空洞周围



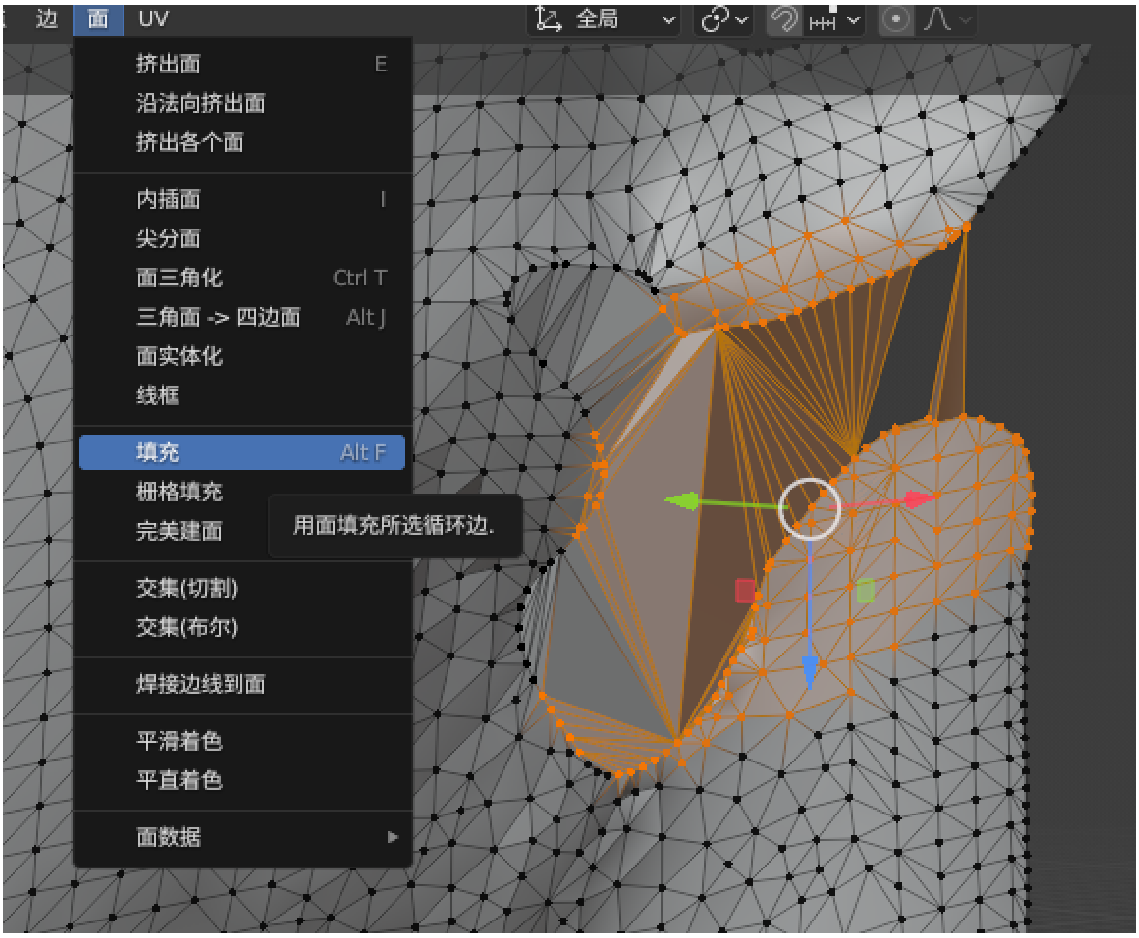
5. 网格→凸壳，得到棱角分明的空洞填充效果



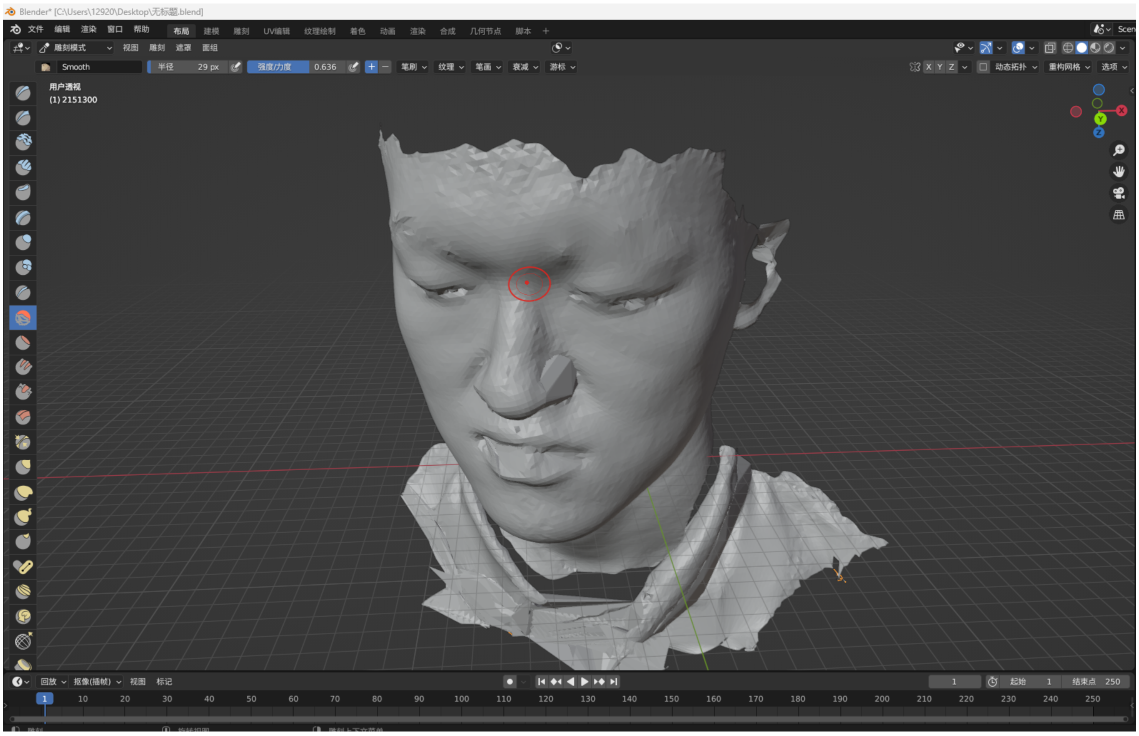
6. 将“刷选”调整为“调整”，将空洞凸壳填补后点比较集中的地方手动调整分散



7. 面→平滑着色，使得棱角更为光滑
8. 重复上述步骤，补全除鼻孔之外的空洞（主要指眉毛、衣服、下巴处）
9. 补全鼻孔时，选择“面”→“填充”即可



10. 切换到“雕刻模式”，在左侧栏中选择“光滑”，在不平整的地方单击鼠标，使其更为光滑



11. 最终效果如下：

12. 文件→导出，选择导出的文件格式(此处选择obj)，保存处理后的人脸模型