

# Assignment 3

Weida Wang 2151300

1.

(Math) Nonlinear least-squares. Suppose that  $\mathbf{f}(\mathbf{x}) = (f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}), \dots, f_m(\mathbf{x})) : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ ,  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ ,  $\mathbf{f} \in \mathbb{R}^m$  and some  $f_i(\mathbf{x}) : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  is a (are) non-linear function(s). Then, the problem,

$$\mathbf{x}^* = \arg \min_{\mathbf{x}} \frac{1}{2} \|\mathbf{f}(\mathbf{x})\|_2^2 = \arg \min_{\mathbf{x}} \frac{1}{2} (\mathbf{f}(\mathbf{x}))^T \mathbf{f}(\mathbf{x})$$

is a nonlinear least-squares problem. In our lecture, we mentioned that Levenberg-Marquardt algorithm is a typical method to solve this problem. In L-M algorithm, for each updating step, at the current  $\mathbf{x}$ , a local approximation model is constructed as,

$$\begin{aligned} L(\mathbf{h}) &= \frac{1}{2} (\mathbf{f}(\mathbf{x} + \mathbf{h}))^T \mathbf{f}(\mathbf{x} + \mathbf{h}) + \frac{1}{2} \mu \mathbf{h}^T \mathbf{h} \\ &= \frac{1}{2} (\mathbf{f}(\mathbf{x}))^T \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{h}^T (\mathbf{J}(\mathbf{x}))^T \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \frac{1}{2} \mathbf{h}^T (\mathbf{J}(\mathbf{x}))^T \mathbf{J}(\mathbf{x}) \mathbf{h} + \frac{1}{2} \mu \mathbf{h}^T \mathbf{h} \end{aligned}$$

where  $\mathbf{J}(\mathbf{x})$  is  $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ 's Jacobian matrix, and  $\mu > 0$  is the damped coefficient. Please prove that  $L(\mathbf{h})$  is a strictly convex function. (Hint: If a function  $L(\mathbf{h})$  is differentiable up to at least second order,  $L$  is strictly convex if its Hessian matrix is positive definite.)

$$\text{Since } L(\mathbf{h}) = \frac{1}{2} (\mathbf{f}(\mathbf{x}))^T \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \frac{1}{2} \mathbf{h}^T (\mathbf{J}(\mathbf{x}))^T \mathbf{J}(\mathbf{x}) \mathbf{h} + \frac{1}{2} \mu \mathbf{h}^T \mathbf{h},$$

We can get that

$$\nabla L(\mathbf{h}) = (\mathbf{J}(\mathbf{x}))^T \mathbf{J}(\mathbf{x}) \mathbf{h} + \mu \mathbf{h}$$

$$\nabla^2 L(\mathbf{h}) = (\mathbf{J}(\mathbf{x}))^T \mathbf{J}(\mathbf{x}) + \mu \mathbf{I}$$

$$\begin{aligned} \text{Since } \mathbf{x}^T \nabla^2 L(\mathbf{h}) \mathbf{x} &= (\mathbf{x}^T ((\mathbf{J}(\mathbf{x}))^T \mathbf{J}(\mathbf{x}) + \mu \mathbf{I})) ((\mathbf{J}(\mathbf{x}) + \sqrt{\mu} \mathbf{I}) \mathbf{x}) \\ &= \|(\mathbf{J}(\mathbf{x}) + \sqrt{\mu} \mathbf{I}) \mathbf{x}\|_2^2 \geq 0 \end{aligned}$$

$$\text{i.e. } \nabla^2 L(\mathbf{h}) \succeq 0,$$

$L(\mathbf{h})$  is a strictly convex function.

# 实验报告

姓名：王蔚达

学号：2151300

## 一、实验名称

三维模型扫描与数据处理

## 二、实验目的

1. 了解三维模型数据的表示形式和存储格式；
2. 掌握手持式三维曲面扫描系统 Creaform Go Scan 3D 硬件和软件的使用方式；
3. 掌握常用几何编辑软件（比如 GeoMagic Studio）的操作方式，能够对原始三维扫描数据进行简单编辑。

## 三、实验设备

1. **硬件**：Creaform Go Scan 3D 三维扫描仪；
2. **软件**：Creaform Go Scan 3D 配套扫描软件；
3. **软件**：Blender几何数据处理软件

## 四、实验内容

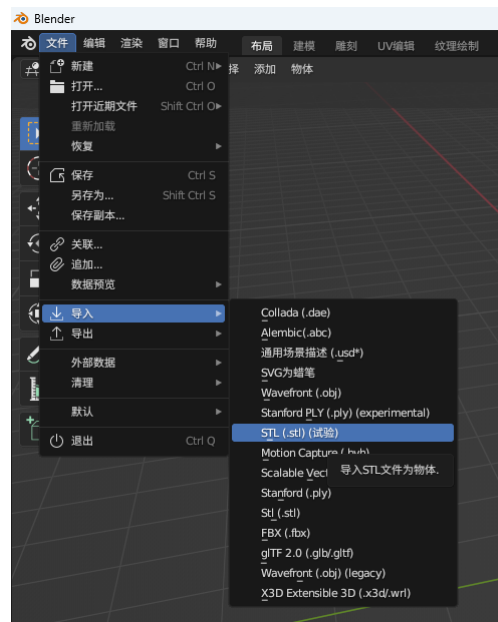
### 1. 三维扫描仪数据采集流程

1. 运行Creaform Go Scan 3D，点击“新会话”→“扫描”，开始扫描
2. 按下三维扫描仪手柄处按钮，开始扫描
3. 扫描过程中，若前方红灯亮起，表明距离过近，若后方红灯亮起，表明距离过远，正常情况下，应当保持只有中间一个绿灯亮起
4. 若前后两个红灯均亮起，则表明追踪失败，此时可以微调位置，试图重新追踪；若失败，则只能新建会话，重新扫描
5. 扫描结束后，再次点击软件中的“扫描”按钮，选择文件格式(此处保存为obj格式)，保存文件。

### 2. 三维模型的后处理

在本项目中，使用Blender软件对三维重建进行后处理

1. 将STL模型导入Blender，文件→导入→STL文件

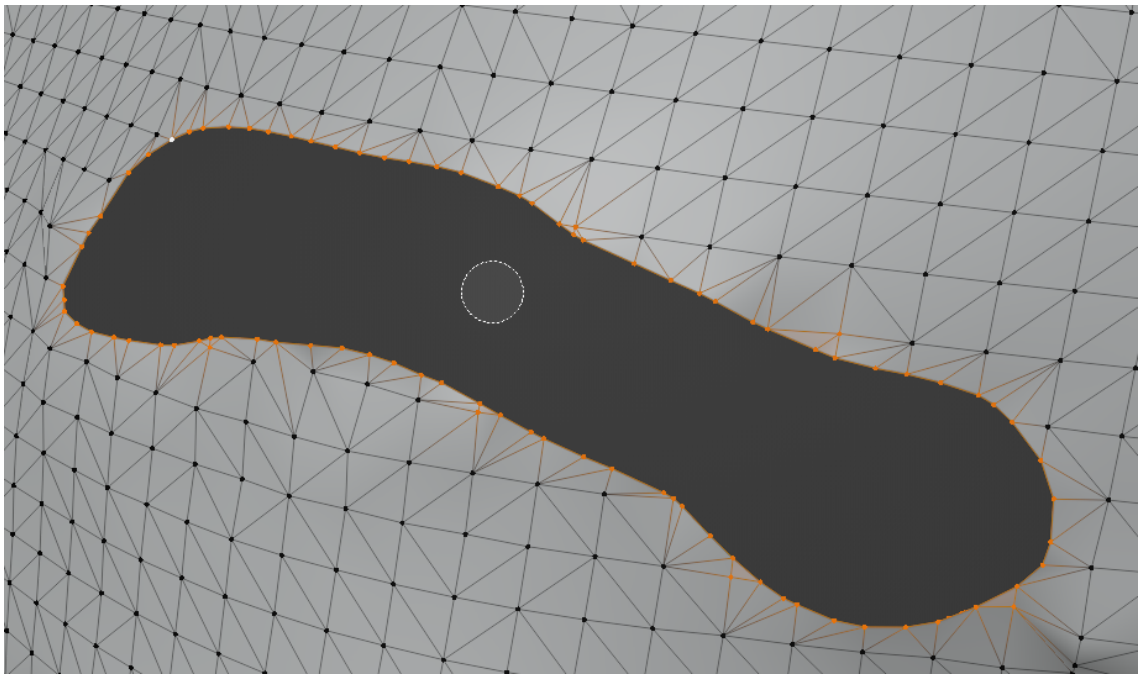


2. 使用shift+滚轮平移模型、滚轮调整角度到合适的位置

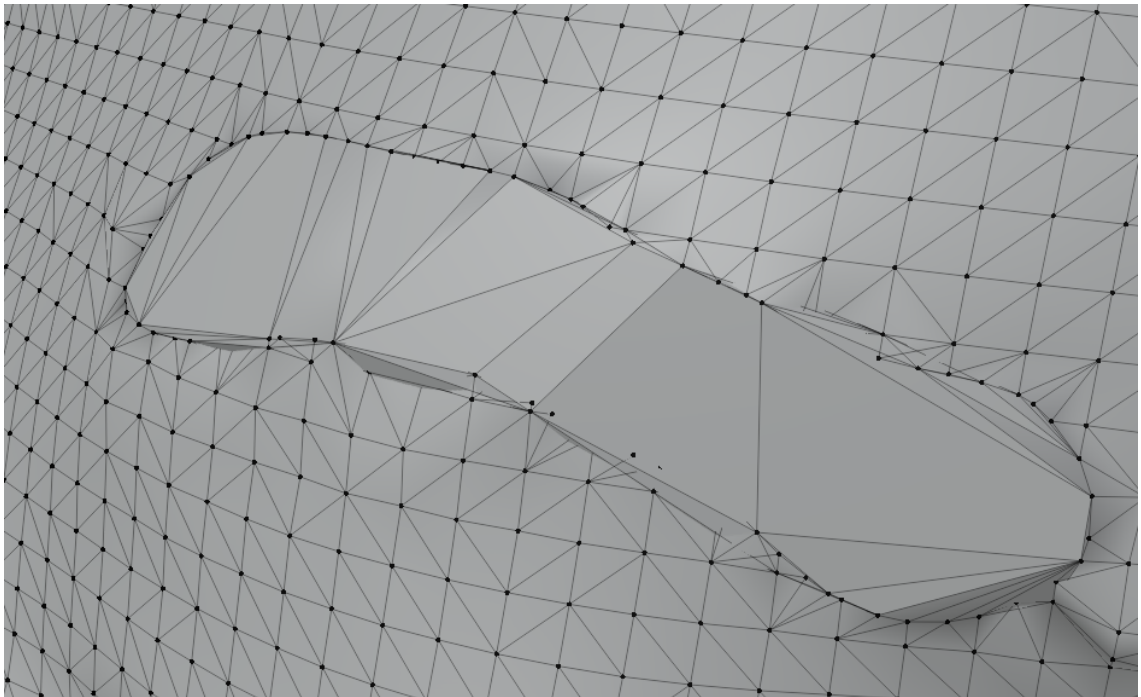


3. 使用Tab快捷键进入模型“编辑模式”

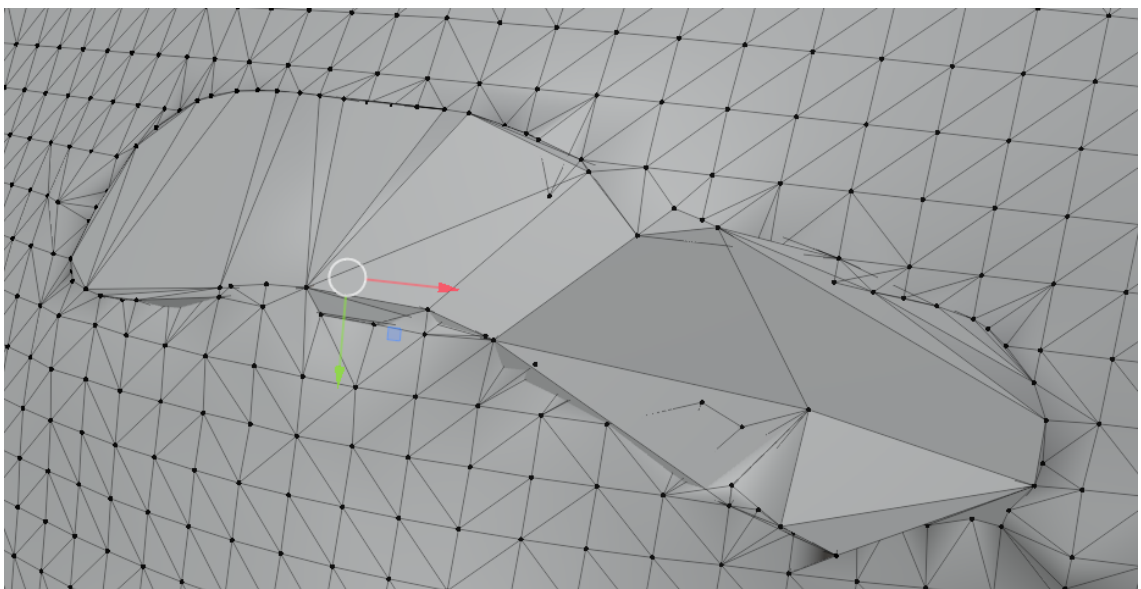
4. 选择“刷选”，圈选空洞周围



5. 网格→凸壳，得到棱角分明的空洞填充效果

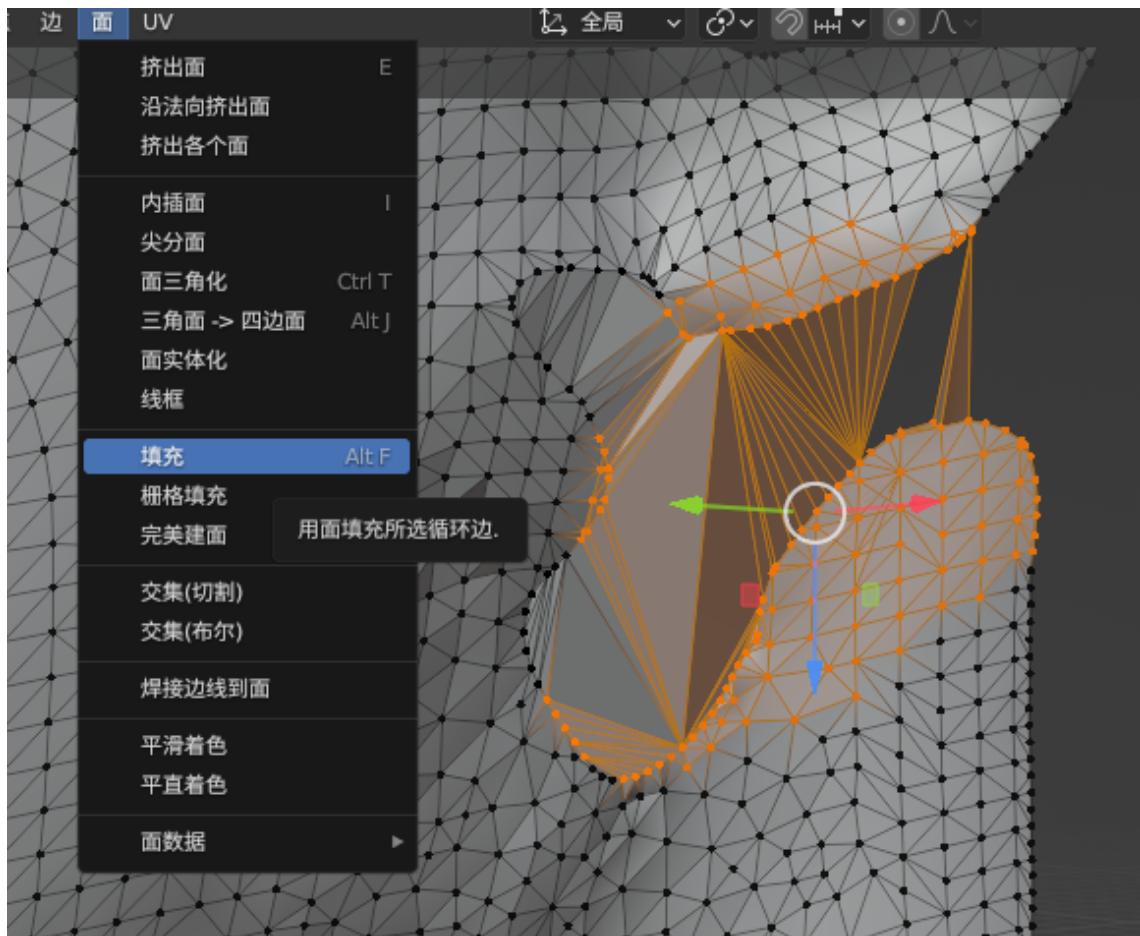


6. 将“刷选”调整为“调整”，将空洞凸壳填补后点比较集中的地方手动调整分散

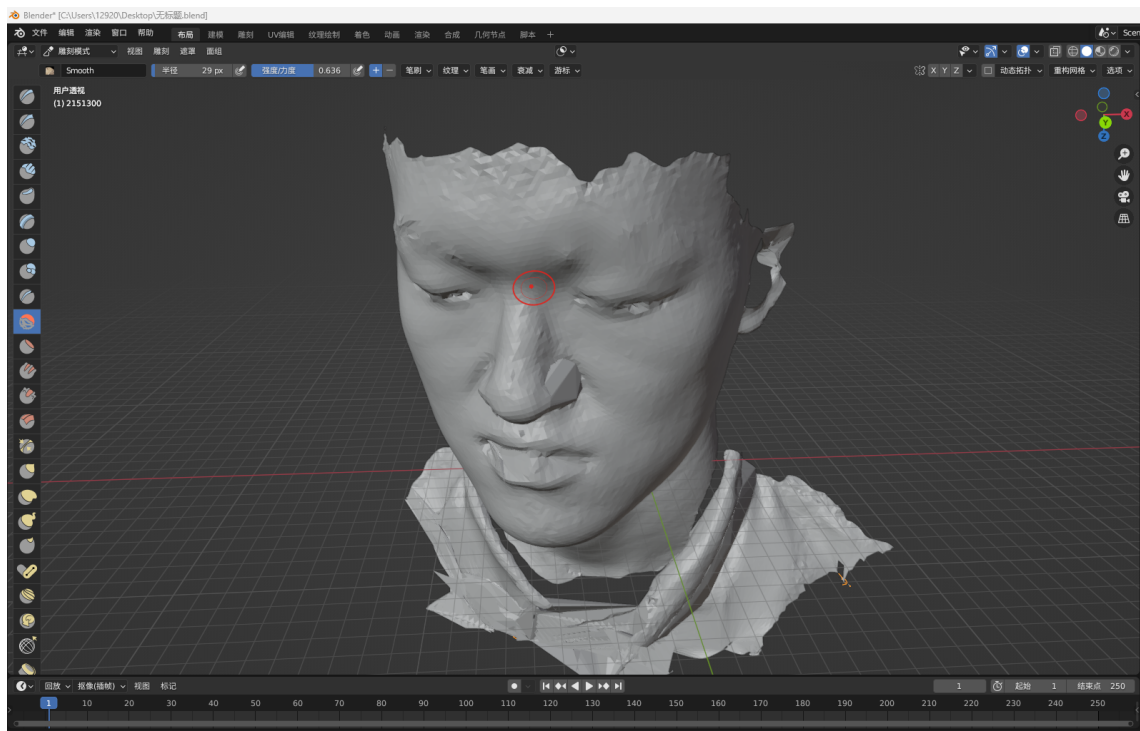




7. 面→平滑着色，使得棱角更为光滑
8. 重复上述步骤，补全除鼻孔之外的空洞（主要指眉毛、衣服、下巴处）
9. 补全鼻孔时，选择“面”→“填充”即可



10. 切换到“雕刻模式”，在左侧栏中选择“光滑”，在不平整的地方单击鼠标，使其更为光滑



11. 最终效果如下：



12. 文件→导出，选择导出的文件格式(此处选择obj)，保存处理后的人脸模型