假设幂律分布的概率密度函数是

$$f(x) = x^{-\beta}$$ （β>1）

其下界为 a，则累计概率函数是

$$F(x) = \int_a^x t^{-\beta}\,dt$$，

令

$$F(\infty) = \int_a^\infty t^{-\beta}\,dt = \frac{a^{1-\beta}}{-1+\beta} = 1$$，

得

$$a = (-1+\beta)^{\frac{1}{1-\beta}}$$

所以

$$F(x) = \int_{(-1+\beta)^{\frac{1}{1-\beta}}}^x t^{-\beta}\,dt = \frac{-x^{1-\beta} + \left((-1+\beta)^{\frac{1}{1-\beta}}\right)^{1-\beta}}{-1+\beta}$$

令

$$y = F(x) = \frac{-x^{1-\beta} + \left((-1+\beta)^{\frac{1}{1-\beta}}\right)^{1-\beta}}{-1+\beta}$$

求得

$$x = \left(\left(-y - \frac{\left((-1+\beta)^{\frac{1}{1-\beta}}\right)^{1-\beta}}{1-\beta}\right)(-1+\beta)\right)^{\frac{1}{1-\beta}}$$

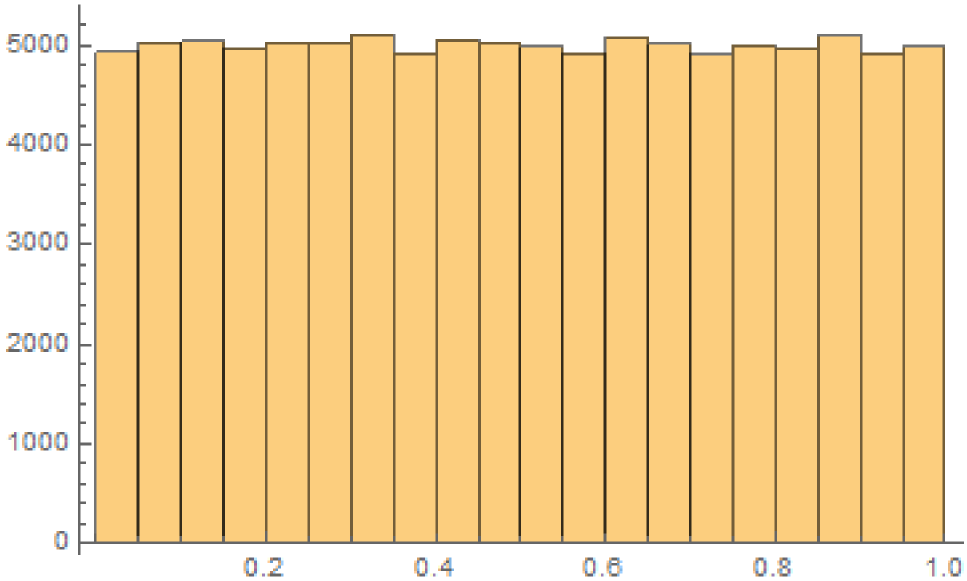
验证：

取β = 2，则

$$x=\left(\left(-y-\frac{\left((-1+\beta)^{\frac{1}{1-\beta}}\right)^{1-\beta}}{1-\beta}\right)(-1+\beta)\right)^{\frac{1}{1-\beta}}=\frac{1}{1-y}$$

，

生成 100000 个[0,1)均匀分布的随机数 y，直方图如：



分别取 $x=\frac{1}{1-y}$，得到 x 的直方图：