Assignments Lecture 1

Vũ Lê Mai

March 2020

1 P1.3

- $x_{new} = (1-\alpha)x_{old} + \alpha x_{update}$ nên x_{new} sẽ chịu tác động bởi lượng $(1-\alpha)^m x_{old}$. Tức là khi m càng lớn thì x càng xa x_{new} và tác động của nó tới x_{new} cũng nhỏ dần theo cấp số mũ (vì $0 < \alpha < 1 => 1-\alpha < 1 => \lim_{m\to+\infty}(1-\alpha)^m = 0$).

2 P1.4

- Cartesian product spaces $\mathbb{R}^n$: Cartesian product có các phép toán cộng $\{u_1, u_2, ..., u_n\}+ \{v_1, v_2, ..., v_n\} = \{u_1 + v_1, u_2 + v_2, ..., u_n + v_n\}$ và phép nhân với một số thực $a.\{u_1, u_2, ...\} = \{au_1, au_2, ...\}$, có zero vector là {0, 0,...} nên thỏa mãn các tính chất của vector space.

- $\mathbb{R}^{m\times n}$: Ma trận có phép toán cộng 2 ma trận $(a_{ij}) + (b_{ij}) = (a_{ij} + b_{ij})$và nhân một số thực với một ma trận k.(a_{ij}) = (k.a_{ij}) và có zero vector là ma trận không nên thỏa mãn các tính chất của vector space. Và các tensors cũng có tính chất tương tự nên chúng cũng là vector space.

- $C[a, b]$ the set of all continuous functions on the closed interval $[a, b]$: Vì các hàm là liên tục tại mọi điểm trên $[a, b]$ nên với $f(x)$, $g(x)$ thuộc $C[a, b]$ ta có phép cộng $(f + g)(x) = f(x) + g(x)$ và phép nhân với một số thực $(af)(x) = af(x)$ và zero vector $f(x) = 0$ nên thỏa mãn các tính chất của vector space.

- Space of all polynomials of one variable x whose degree is at most n, $P_n(\mathbb{R}) := \{\sum_{i=0}^n a_i x^i\}$: ta có phép cộng $\{\sum_{i=0}^n a_i x^i\} + \{\sum_{i=0}^n b_i x^i\} = \{\sum_{i=0}^n (a_i+b_i)x^i\}$ phép nhân với một số thực c$\{\sum_{i=0}^n a_i x^i\} = \{\sum_{i=0}^n ca_i x^i\}$ và zero vector là 0 nên thỏa mãn các tính chất của vector space.

3 P1.5

- The spaces of positive real axis: không có zero vector - một tính chất của vector spaces.

- Unit vectors: không có zero vector - một tính chất của vector spaces.
- Latitude and longitude: nhân với scalar lớn thì nó không có ý nghĩa nên không thỏa mãn các tính chất về multiplication
- Monomials $\{x^k\}$: không có zero vector - một tính chất của vector spaces.

4 P1.6

- Với v và u là 2 vector trong không gian, thì $w = v + tu$ cũng là một vector (thỏa mãn w, v, u cùng thuộc tập V). Lấy 2 mặt phẳng phân biệt bất kì lần lượt chứa v và u. Hạ vector hình chiếu q của u xuống mặt phẳng chứa v.
  - Nếu q song song hoặc trùng với v thì đường thẳng đi qua v có hướng là q hay đường thẳng đi qua v có hướng là u.
  - Nếu q không song song với v thì chúng cắt nhau tại 1 điểm A. Đi qua A tồn tại 1 đường thẳng song song với u. Đó chính là đường thẳng đi qua v và có hướng là u.

5 P1.8

- Gọi A, B, C, D là 4 điểm bất kì thuộc space S => Ta được mặt phẳng ABC và điểm D. Giả sử đường thẳng AD không thuộc mặt phẳng ABC thì không gian S chứa A, B, C, D không flat. Vậy AD phải thuộc mặt phẳng ABC thì S là flat. Suy ra 2 đường thẳng bất kì thuộc S thì S là flat.

6 P1.12

- $\mathbb{R}^d$: $\{e_1, e_2, ...e_n\}$ trong đó vector e_i có phần tử ở vị trí i bằng 1, còn lại bằng 0.
- $\mathbb{R}^{m\times n}$: $\begin{Bmatrix} e_{11} & e_{12} & ... & e_{1n} \\ e_{21} & e_{22} & ... & e_{2n} \\ ... & ... & ... & ... \\ e_{m1} & e_{m2} & ... & e_{mn} \end{Bmatrix}$ trong đó matrix e_{ij} có phần tử ở vị trí ij bằng 1, còn lại bằng 0.
- $P_n(\mathbb{R})$: $\{1, x, x_2, x_3, ...x_n\}$

7 P1.13

- Linear trong linear combination theo em hiểu là tính tương quan. Ví dụ như lắp ráp một tòa nhà lego, các mảnh lego như thế nào thì tòa nhà sẽ như thế đấy. Tuy nhiên thì để xây 1 tòa nhà lego thì có thể cần rất nhiều mảnh lego. Riêng mỗi mảnh lego đã có thể có tập hợp các tính chất khác nhau như màu sắc, kích thước, hình dáng. Những mảnh lego càng lớn hoặc dùng càng nhiều (trọng số lớn) thì sẽ ảnh hưởng nhiều tới tòa nhà nhất và ngược lại.

8 P1.14

- $\forall v = (v_1, v_2, v_3) \in \mathbb{R}^3 => v = a.e_1 + b.e_2 + c.e_3 => \begin{cases} v_1 = \frac{a}{\sqrt{2}} - \frac{b}{\sqrt{2}} \\ v_2 = \frac{a}{\sqrt{2}} + \frac{b}{\sqrt{2}} \\ v_3 = c \end{cases}$

- Do đó $\begin{cases} a = \frac{v_1+v_2}{\sqrt{2}} \\ b = \frac{v_2-v_1}{\sqrt{2}} \\ c = v_3 \end{cases}$

- Vậy $[v]^B = \begin{pmatrix} \frac{v_1+v_2}{\sqrt{2}} \\ \frac{v_2-v_1}{\sqrt{2}} \\ v_3 \end{pmatrix}$

9 E1.1

- Đúng vì $v = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} + 3 \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \\ 6 \end{bmatrix} + 2 \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 4 \end{bmatrix}$