

# ETF spread considering with $\beta$

tk42

April 2021

## 1 Intro

連動指数型 ETF において、指数値の変動に応じて Fair な先物価格や INAV(ETF 理論価格) のスプレッドが各基準（指数基準、先物基準、NAV 基準）でいくらになるのかを議論する

## 2 ETF spread vs Index

指数値を  $I$ , ETF の INAV を  $P(I)$  とする。ここで  $P(I)$  は  $I$  の関数であることに注意する。指数値  $I$  は、朝の指数基準値  $I_0$  と指数変化分  $\Delta I$  を用いて

$$I = I_0 + \Delta I \quad (1)$$

とできる。同様に、INAV 値  $P(I)$  は  $I_0$  近傍で  $I$  について展開すると

$$P(I) = P(I_0) + \left. \frac{\partial P}{\partial I} \right|_{I=I_0} \Delta I \quad (2)$$

とできる。ここで  $\left. \frac{\partial P}{\partial I} \right|_{I=I_0}$  は朝時点の ETF の NAV と指数基準値の比、すなわち  $\beta$  である。

さて、指数基準の ETF スプレッド  $P(I) - I$  を計算すると

$$P(I) - I = P(I_0) + \left. \frac{\partial P}{\partial I} \right|_{I=I_0} \Delta I - (I_0 + \Delta I) \quad (3)$$

$$= (P(I_0) - I_0) + \left( \left. \frac{\partial P}{\partial I} \right|_{I=I_0} - 1 \right) \Delta I \quad (4)$$

$$= (\text{朝の NAV}) - (\text{指数基準値}) + (\beta - 1) \times (\text{指数変化分}) \quad (5)$$

## 3 ETF spread vs Futures

現時点の先物理論価格を  $F$  とすると、先物基準の ETF スプレッド  $P(I) - F$  は

$$P(I) - F = (P(I) - I) - (F - I) \quad (6)$$

$$= (\text{指数基準の ETF スプレッド}) - ((\text{現時点の先物理論価格}) - (\text{現時点の指数値})) \quad (7)$$

## 4 ETF spread vs NAV

NAV 基準の ETF スプレッド  $P(I) - P(I_0)$  を計算すると

$$P(I) - P(I_0) = P(I_0) + \left. \frac{\partial P}{\partial I} \right|_{I=I_0} \Delta I - P(I_0) \quad (8)$$

$$= \left. \frac{\partial P}{\partial I} \right|_{I=I_0} \Delta I \quad (9)$$

$$= \beta \times (\text{指数変化分}) \quad (10)$$