Уравнения с одной переменной

Уравение и его корни

На прошлом уроке мы познакомились с понятием равенства. Вспомним, что равенство, это два числа или выражения, соединённых между собой знаком "=".

Как уже говорилось, равенства могут быть верными и не верными. Если равенство верное при любых занчениях, которые мы подставляем вместо переменных, то такое равенство называется **тождеством**.

Сегодня поговорим о равенствах, которые верны не при всех значениях переменных, а лишь при каких-то определенных. Процесс поиска таких значений называется **решением уравнения**, а найденные значения — **корнями уравнения**.

Решить уравнение — значит найти <u>все</u> его корни или доказать, что корней нет.

Два уравнения называют **равносильными**, если они имеют одинаковые корни или если оба уравнения не имеют корней.

При решении уравнений используются следующие свойства:

- Если в уравнении перенести слагаемое из одной части в другую, изменеив его знак, то получится уравнение, равносильное данному.

  Пример:

  $$3x + 8 = 10$$
  $$3x = 10 - 8$$

- Если обе части уравнения разделить или множить на одно и то же отличное от нуля число, то получится уравнение, равносильное данному.

  Пример:

  $$10x + 15 = 5x \quad | : 5$$
  $$2x + 3 = 1x$$

Линейное уравнение с одной переменной

Уравнение вида $\boldsymbol{ax = b}$, где x — переменная, а a и b — некоторые числа, называется линейным уравнением с одной переменной.

1. Если $a \neq 0$, тогда можем разделить обе части уравнения на a и поулчим $x = \dfrac{b}{a}$.

   Пример:

   $$\begin{aligned} 3x &= 5 \quad | : 3 \\ x &= \frac{5}{3} \end{aligned}$$

   Ответ: $x = \dfrac{5}{3}$

2. Если $a = 0$, а $b \neq 0$, то уравнение не будет иметь корней. Очевидно, что какое бы мы значение вместо x не подставили, умножив его на 0 можно получить только 0.

   Пример:

   $$0 \cdot x = 4$$

   Ответ: нет решений.

3. Если $a = 0$ и $b = 0$, то уравнение будет иметь бесконечное количество решений. Не сложно заметить, что какое бы число мы не подставляли вместо x, умножив его на 0 мы всегда будем поулчать 0.

   Пример:

$$0 \cdot x = 0$$

   Ответ: любое число.

Практика

Задание №1 Решить уравнение:

а) $5x = 20$

б) $3x = -150$

в) $-2x = -36$

г) $1,2 = 0,5x$

д) $42x = 13$

е) $\frac{1}{5}x = 17$

ж) $\frac{3}{4}x = 15$

з) $-\frac{3}{7}x = 27$

и) $5x = -\frac{15}{7}$

к) $5x = 0$

Задание №2 Решить уравнение:

а) $4x + 140 = 0$

б) $54 - 3x = 0$

в) $-1,8x - 9 = 0$

г) $3,5x + 2,8 = 0$

д) $-\frac{1}{17}x - \frac{3}{34} = 0$

е) $-x + 3\frac{5}{7} = 3\frac{1}{3}$

ж) $1,7 - 0,5k = 3 + 4,5k$

з) $1\frac{1}{3}x + 5 = \frac{1}{3}x + 3$

и) $x = x$

к) $y - \frac{3}{5}y$

л) $3x = 6x$

Задание №3 Решить уравнение:

а) $(x + 3) - (x - 2) = 12$

б) $\frac{2}{7}x = \frac{1}{2}$

в) $3k - 2 - (k + 3) = 4$

г) $21x = 19 - (3 + 13x)$

д) $0,6 + (0,5y - 1) = y + 0,5$

е) $(13x - 15) - (9 + 6x) = -3x$

ж) $5(2y - 4) = 2(5y - 10)$

Задание №4 Решить уравнение:

а) $0,3y + 0,2(y + 10) - (0,1y - 10) = 2$

б) $1,2x - (x + 3,8) = (\frac{1}{5}x + 1,5) - \frac{14}{20}$

в) $(\frac{1}{2}x + 1,3) - (3,6 - 4,5x) = (5,4 - 0,3x) + (10\frac{2}{3}x + \frac{3}{8})$

г) $\frac{x-3}{8} + 3 = \frac{3x + 127}{20} - \frac{x + 9}{12}$

д) $3\frac{1}{2} - \left(3x + \frac{2}{5}\right) = x - \frac{37 - x}{5}$

Задание №5 При каком значении переменной значение выражения $13x - 51$ равно 1?

Задание №6 При каком значении переменной x выражения $2x + 8$ и $-2x - 14$ равны?

Задание №7 При каком значении переменной x выражение $-x + 14$ больше выражения $3x - 8$ на 2?