

**Занятие №6**

- 1** Докажите, что центр окружности, вписанной в угол, расположен на его биссектрисе.
- 2** Точка  $D$  лежит на стороне  $BC$  треугольника  $ABC$ . В треугольник  $ABD$  и  $ACD$  вписаны окружности с центрами  $O_1$  и  $O_2$ . Докажите, что отрезок  $O_1O_2$  виден из точки  $D$  под прямым углом.
- 3** К окружности, вписанной в равносторонний треугольник со стороной, равной 8, проведена касательная, пересекающая две его стороны. Найдите периметр отсеченного треугольника.
- 4** Прямая, параллельная хорде  $AB$ , касается окружности в точке  $C$ . Докажите, что треугольник  $ABC$  равнобедренный.
- 5** Две прямые, пересекающиеся в точке  $C$ , касаются окружности в точках  $A$  и  $B$ . Известно, что  $\angle ACB = 120^\circ$ . Докажите, что сумма отрезков  $AC$  и  $BC$  равна отрезку  $OC$ .
- 6** Пусть  $r$  – радиус окружности, вписанной в прямоугольный треугольник с катетами  $a$  и  $b$  и гипотенузой  $c$ . Докажите, что  $r = \frac{1}{2}(a + b - c)$ .
- 7** В треугольник  $ABC$  вписана окружность, касающаяся стороны  $AB$  в точке  $M$ . Пусть  $AM = x$ ,  $BC = a$ , полупериметр треугольника равен  $p$ . Докажите, что  $x = p - a$ .
- 8** В треугольник со сторонами 6, 10 и 12 вписана окружность. К окружности проведена касательная так, что она пересекает две большие стороны. Найдите периметр отсечённого треугольника.
- 9** Найти значение выражения:

$$\left( \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 1} - \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} + 1} + 4\sqrt{x} \right) \cdot \left( \sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right), \quad \text{при } x = 7, 2$$