

# 1 Целые уравнения

## 1.1 Линейные уравнения

ЛУ вида  $a \cdot x = b$ , где  $a, b$  — целые числа:

1)  $12x = 0$

3)  $-x = 0$

5)  $-3x = 0$

2)  $5x = 1$

4)  $4x = 10$

6)  $2x = 0$

ЛУ вида  $a \cdot x = b$ , где  $a, b$  — рациональные числа:

1)  $\frac{1}{8}x = 5$

5)  $-\frac{3}{4}x = -\frac{6}{7}$

11)  $-2\frac{1}{3}x = 7$

2)  $\frac{1}{3}x = 2$

6)  $1,8x = -0,72$

12)  $1\frac{2}{3}x = 2\frac{1}{3}$

3)  $3x = \frac{1}{7}$

8)  $0,2 = 5x$

13)  $\frac{x}{3} = 4$

4)  $-\frac{1}{2}x = 0$

10)  $3,5x = 2\frac{1}{3}$

14)  $\frac{1}{8}x = 5$

Не приведенные ЛУ без скобок (простые):

1)  $x + 4 = 9$

2)  $x + 2 = -4$

3)  $x + 5 = 5$

4)  $x - 8 = 8$

5)  $3x - 5 = 0$

6)  $3x + 2 = 5x - 7$

7)  $3x - 5 = x$

8)  $15 - 7x = 0$

9)  $7 - x = 0$

10)  $5 - x = 0$

11)  $x - 3 = 2x + 1$

12)  $x - 4x - 1 = 2$

13)  $18 - 10x = 0$

14)  $7x - 4 = 0$

15)  $4x - 2 = x$

16)  $x - 2x + 3 = 7$

17)  $x + 3 = 2x - 4$

Не приведенные ЛУ без скобок (более сложные):

1)  $7x - 3 + x = 4x - 9 + 5x$

5)  $5x - 8 - 3x = 8$

2)  $x + 5 - 8x = 7 + 2x - 4$

6)  $0,4x + 14 = 1 - 0,6x$

3)  $0,5x - 3 = 0,8 - 1,4x$

7)  $2x + 5 - 7x + 2 = 3$

4)  $x + 0,2 = 0,4x + 3,2$

ЛУ со скобками:

1)  $2x + (3x + 1) = 4$

8)  $5(x - 1) - 4(x - 2) = 10$

2)  $2x - (x - 1) = 5$

9)  $4(x + 2) = 7$

3)  $(2x + 5) + (3x - 8) = 7$

10)  $5(2 - 3x) - 7 = 0$

4)  $(2x - 3) + (x + 5) = 13$

11)  $6(x - 3) + 2(x + 2) = 10$

5)  $3(x - 2) = 8$

12)  $2(x - 3) = 6$

6)  $(2x + 1) \cdot 9 = 9$

13)  $5(2x - 1) - 7 - x = 0$

7)  $3(x - 5) + 8 = 17$

14)  $(x - 2) \cdot 4 = 15$

- 15)  $2(x - 3) = 6$   
 16)  $3(x - 3) - 5 - (2x - 5) \cdot 4 = 0$   
 17)  $(2x + 5) + (3x + 8) = 7$   
 18)  $2x + (x - 3) - 23 - (2 - 3x) = 0$   
 19)  $4 + x - 8 + (2x - 5) = 0$   
 20)  $2x + (x - 3) - 23 - (2 - 3x) = 0$   
 21)  $(2x - 3) - (x + 1) = 1$   
 22)  $2(x + 1) \cdot 9 = 9$   
 23)  $0,1(1,2x - 2) - 2(0,5 + x) = 0,68$   
 24)  $5x - 8 - (3x - 8) = 0$   
 27)  $5(2 - 3x) - 3(2 - x) - 2(3x - 8) + 7(2x - 8) = 0$   
 28)  $0,6(x - 0,6) - 1 - 0,8(0,5 - x) = 0$   
 25)  $3x - 1 - (x + 5) = 0$   
 26)  $2(x - 3) + 3(3 - 2x) - 4(3x - 2) = 5(4 - 5x)$   
 27)  $-0,3(1 - 2x) + 2,1(x - 3) = 0,6(x + 4) + 0,4(2 - x)$   
 28)  $5x - (3x - (6x - 2)) = -10$   
 29)  $2(2x - 1) - 3(4 - 3x) = 2 - 4(2x + 3)$   
 30)  $0,4(3 - 2x) - 0,3(2x - 1) = 3 - 2(3x + 1)$   
 31)  $5(x + 3) - 4(3 - 2x) + 3(4 - 5x) = 2(4x - 5)$   
 32)  $-0,5(2x + 3) + 0,1(x - 3) = 0,4(1 - 2x) - 3$   
 33)  $3x - (4x - 3(2x - 2)) = -14$

ЛУ, содержащие дроби, знаменатели которых – числа:

- 1)  $\frac{2}{3} - 3x = \frac{1}{2}x - 2 + x$   
 2)  $5 - \frac{1}{3}x - \frac{1}{2} = \frac{1}{4}x$   
 3)  $\frac{2x}{7} - \frac{x}{4} = 1$   
 4)  $\frac{x}{3} + \frac{x}{2} = 6$   
 5)  $3x - 5 = \frac{x + 3}{4}$   
 6)  $\frac{2x - 3}{4} + \frac{x + 2}{2} = 6 + \frac{2x - 3}{2}$   
 7)  $\frac{2 - x}{3} = x - 3$   
 8)  $\frac{x - 3}{5} + \frac{x + 2}{4} = \frac{1}{2}$   
 9)  $1\frac{1}{5} - 0,5x - 0,4 + \frac{2}{5}x = 0$   
 10)  $\frac{1}{2}x - 3 - \left(2 - \frac{1}{3}x\right) = 0$   
 11)  $\frac{1}{3}(2x + 1) - \frac{1}{2}(2 - 3x) = x$   
 12)  $\frac{x - 3}{5} + \frac{x + 2}{4} = \frac{1}{2}$   
 13)  $3\left(2x - \frac{1}{3}\right) - 2\left(x + \frac{1}{2}\right) = 4x$   
 14)  $-2\left(3 + \frac{1}{2}x\right) + 3\left(2 - \frac{1}{3}x\right) + 2x = 0$   
 11)  $-2\left(3\frac{1}{2}x - 0,3\right) + x - 0,3\left(x - \frac{1}{10}\right) = 0$   
 15)  $\frac{3 + x}{2} - \frac{2x + 7}{3} = 2$   
 16)  $\frac{3 - x}{2} - \frac{7 - 2x}{3} = 4$   
 17)  $\frac{(2x - 1) \cdot 2}{3} - \frac{3(6 + x)}{4} = 1\frac{1}{2}$   
 18)  $\frac{5x - 1}{9} - \frac{2x - 1}{6} = 2$   
 19)  $\frac{2(2x - 1) - 1}{4} - \frac{3 - 5(3x + 1)}{6} = 3$   
 20)  $\frac{x + 1}{4} - \frac{2x - 3}{3} = 5$   
 21)  $\frac{1 - x}{4} - \frac{2(2x + 1)}{5} = 1\frac{1}{4}$   
 22)  $\frac{3(3x - 2)}{4} - \frac{2(2x + 1)}{3} = 1\frac{1}{4}$   
 23)  $\frac{2(2x - 1) - 3}{3} - \frac{3 - 2x}{2} = 5$   
 24)  $\frac{1,5 - 1,8(2x - 1)}{0,6} - \frac{0,4 - 1,5(3 + 4x)}{1,8} = 5$   
 25)  $\frac{4,2 - 0,3(5x + 1)}{3} - \frac{3,2 - 1,2(2 - 3x)}{4} = 1$   
 26)  $3,2(3x + 0,3) - 2\frac{2}{7}(0,2 - 3x) = -1$   
 27)  $0,03x + 0,07 : \left(1\frac{7}{24} + \frac{7}{30} - 2\frac{9}{40}\right) = 0$   
 28)  $\left(\frac{29}{30} + 1\frac{11}{12} - 2\frac{31}{35}\right)x + \frac{3}{42} = 0$

$$12) \quad \frac{2}{3}(0,5x-3) - 0,2\left(2\frac{1}{2} - 5x\right) - \frac{1}{3}(0,5x-3) = 0$$

$$13) \quad \frac{1}{2}(x+8) + 1\frac{1}{2} + 2\left(1\frac{1}{2} - x\right) = 0$$

$$14) \quad 2x+1 + \frac{2x-1}{6} = \frac{7x-13}{4}$$

$$15) \quad \frac{3(2x-2,5)}{5} - 2x+2,5 = \frac{2-x}{2}$$

$$16) \quad \frac{(2x-1)^2}{8} - \frac{x(2x-3)}{4} = \frac{1+0,25x}{12}$$

$$17) \quad \frac{\left(x+1\frac{1}{3}\right)^2}{4} + \frac{1,5x(1-x)}{9} = \frac{(x-4)(x+4)}{12}$$

Частные случаи ЛУ:

$$1) \quad 0 \cdot x = 3$$

$$2) \quad 0 \cdot x = -2$$

$$3) \quad 0 \cdot x = 15$$

$$4) \quad 0 \cdot x = 0$$

$$5) \quad 3x - 3x = 0$$

$$6) \quad 2x - 2x + 1 = 10$$

$$7) \quad 5x - (3x - 1) = 3 + 2x$$

$$8) \quad (3x - 2) - (3x + 5) = -7$$

$$9) \quad 7 + (5x - 3) = x - (2 - 4x)$$

$$10) \quad 12x + 4 = 3(4x - 2)$$

$$11) \quad -x + 3 + x = x - (x - 3)$$

$$12) \quad 5x - 4 + 2x = 7(x - 3)$$

$$13) \quad 6(x - 3) = 6x - 18$$

$$14) \quad 14 = 7(x + 2)$$

$$15) \quad 2(x - 6) = 6(x - 2)$$

$$16) \quad 3(x + 5) = 5(x + 3)$$

Уравнения, сводящиеся к линейным:

$$1) \quad (x+1)(x-1) - (x-2)(x+3) = 0$$

$$3) \quad 3(x+1)(x+2) = 9 + (3x-4)(x+2)$$

$$5) \quad (5+2x)(x-1) + (3x+1)(2+x) - 5x^2 = 0$$

$$7) \quad (6x-1)^2 - 4(3x+2)(3x-2) = -7$$

$$9) \quad 4y^2 - (2y+1)^2 = 12$$

$$11) \quad 2(x-2)(x^2+2x+4) - 3(x^3+2x-1) = -x^3+3$$

$$12) \quad 9x^2 - 3\left(x^2 + 2\frac{2}{3} - 1\frac{1}{3}\right) - 9(x-1)^3 = (3x+1)(8x-3)$$

$$13) \quad (x+3)^3 - (x+1)(x-2)(x+3) = 7(x+1)(x-1)$$

$$14) \quad 0,5(3x-4) - 3x = 2 + 0,4(2-x) + 1,9x$$

$$16) \quad (4-3x)(3x+2) - 2(3-x)(4+x) + 7x^2 = 3$$

$$17) \quad 9x^2 - (3x-1)^2 = 6$$

$$19) \quad (6x-1)^2(x-2) - (6x-5)^2(x+1) = 33 - 60x^2$$

$$21) \quad (2x-3)(5x-1) - 5x(2x-3) + 16x = 0$$

$$23) \quad (x+4)(x^2-4x+16) - x(x^2-9) = 18$$

$$25) \quad 4(4-3x)(2-x)(1+2x) - 3(3-4x)(2+x)(1-2x) = -43(2x+5)(x+2) - 18$$

$$27) \quad (2x-1)(1+2x+4x^2) - 4x(2x^2-3) = 23$$

$$2) \quad (2x-1)(x+2) - (x-5)(2x+1) = 0$$

$$4) \quad (x-1)(4x+5) + 1 = 4x^2$$

$$6) \quad (x^2-3)(3x+5) - 3x^3 = 5x^2 - 5x$$

$$8) \quad (3x-1)(2x+3) - (4-x)(3-6x) = 2$$

$$10) \quad (5x+6)^2(x-3) - (5x+1)^2(x-1) = 28$$

$$15) \quad 2x^2 - (2x-5)(x-1) = 9$$

$$18) \quad (13y-2)^2 - (12y-5)^2 - (5y+4)^2 = 19$$

$$20) \quad (y+5)(y^2-5y+25) - y(y^2-4) = 25$$

$$22) \quad (3-2x)(2x+3) - (4-2x)(5+2x) = 4$$

$$24) \quad (6x+1)^2(1-x) + (5-6x)^2(x+1) = 14$$

$$26) \quad (3x+2)(3x-2) - (3x-4)^2 = 28$$

Решить систему уравнений:

$$1) \quad \begin{cases} x - y - 2 = -1, \\ x + y - 5 = 0. \end{cases}$$

$$2) \quad \begin{cases} x - y = 2, \\ x + y = 6. \end{cases}$$

$$3) \quad \begin{cases} x - 2y = 0, \\ 2x - 3y - 7 = 0. \end{cases}$$

$$4) \quad \begin{cases} y - 3x = 0, \\ x - 2y = -10 \end{cases}$$

$$5) \quad \begin{cases} x - 2y = 3, \\ 5x + y = 4 \end{cases}$$

$$6) \quad \begin{cases} x - y = 2, \\ 3x - 2y = 9 \end{cases}$$

$$7) \quad \begin{cases} x + 2y - 11 = 0, \\ 4x - 5y = -8 \end{cases}$$

$$8) \quad \begin{cases} x + 4y - 2 = 0, \\ 3x + 8y = 2 \end{cases}$$

$$9) \quad \begin{cases} 2x + 4y - 90 = 0, \\ x - 3y = 10 \end{cases}$$

$$10) \quad \begin{cases} x - y - 12 = 0, \\ 2x + 4y = 0 \end{cases}$$

$$11) \quad \begin{cases} 3x - 2y = 4, \\ 2x + 10y = 14 \end{cases}$$

$$12) \quad \begin{cases} 3x - 4y = 7, \\ x + 2y + 1 = 0 \end{cases}$$

$$13) \quad \begin{cases} x - 3y + 3 = 0, \\ x + y = 1 \end{cases}$$

$$14) \quad \begin{cases} 4x + y - 2 = 0, \\ 3x + y = -3 \end{cases}$$

$$15) \quad \begin{cases} x - 3y + 3 = 0, \\ x + y = 1 \end{cases}$$

$$16) \quad \begin{cases} x + 2y - 3 = 0, \\ x + y = -1 \end{cases}$$

$$17) \quad \begin{cases} 5x + y - 15 = 0, \\ x - 2y = 14 \end{cases}$$

$$18) \quad \begin{cases} x + 2y - 4 = 0, \\ 3x + y + 3 = 0 \end{cases}$$

$$19) \quad \begin{cases} 3x + y = -5, \\ x - 3y - 5 = 0 \end{cases}$$

$$20) \quad \begin{cases} 2x + y - 1 = 0, \\ 3x + 2y + 5 = 0 \end{cases}$$

$$21) \quad \begin{cases} 5x + y - 7 = 0, \\ x - 3y - 11 = 0 \end{cases}$$

$$22) \quad \begin{cases} 7x - 2y + 3 = 9, \\ x + 4y + 7 = -5 \end{cases}$$

$$23) \quad \begin{cases} 4x + y - 2 = 0, \\ 3x + y = -3 \end{cases}$$

$$24) \quad \begin{cases} x - y - 7 = 0, \\ 3x - y + 7 = 6 \end{cases}$$

$$25) \quad \begin{cases} 2x - 3y + 7 = 0, \\ 3x + 4y = 1 \end{cases}$$

$$26) \quad \begin{cases} 3x - 3y - 5 = 0, \\ 6x + 8y = -11 \end{cases}$$

$$27) \quad \begin{cases} 2x + 3y = -4, \\ 5x - 7 = -6y \end{cases}$$

$$28) \quad \begin{cases} 3x - 2y = 11, \\ 4x - 5y = 3 \end{cases}$$

$$29) \quad \begin{cases} 5x + 6y = 13, \\ 7x + 18y + 1 = 0 \end{cases}$$

$$30) \quad \begin{cases} 7x + 6y = 1, 5, \\ 4x - 9y - 5 = 0 \end{cases}$$

$$31) \quad \begin{cases} y + 3 = 2y - 4, \\ 2x + 3 = x \end{cases}$$

Решить систему уравнений:

$$1) \begin{cases} \frac{x-3}{2} + \frac{y+4}{6} = 2, \\ \frac{1}{3}(x+2) - y = \frac{1}{3} \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} \frac{x+3}{2} - \frac{y-2}{3} = 2, \\ \frac{x-1}{4} + \frac{y+1}{3} = 4 \end{cases}$$

$$5) \begin{cases} \frac{2x}{9} + \frac{y}{4} = 0, \\ \frac{5x}{12} + \frac{y}{3} = 1 \end{cases}$$

$$7) \begin{cases} \frac{x+y}{2} - \frac{x-y}{3} = 8, \\ \frac{x+3}{3} + \frac{x-y}{4} = 11 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} \frac{5x}{2} + \frac{y}{5} + 4 = 0, \\ \frac{x}{3} + \frac{y}{6} = \frac{1}{6} \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} \frac{x+y}{9} - \frac{x-y}{3} = 2, \\ \frac{2x-y}{6} - \frac{3x+2y}{3} = -20 \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} \frac{2x-1}{5} + \frac{3y-2}{4} = 2, \\ \frac{3x+1}{5} - \frac{3y+2}{4} = 0 \end{cases}$$

$$8) \begin{cases} \frac{x+y}{2} - \frac{2y}{3} = 2\frac{1}{2}, \\ \frac{3x}{2} + 2y = 0 \end{cases}$$

Решить систему уравнений:

$$1) \begin{cases} x - y = 5, \\ -4x + 4y = 20 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 3x + 4y = 3, 5, \\ -3x - 4y = 40 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} 2x + 3y = 2x + 3y + 2, \\ x - 7y + 1 = 0 \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} 3x + 4y + 1 = (x + y - 2) + (2x + 3y + 3), \\ x + y + 2 = y + (2 + x) \end{cases}$$

$$7) \begin{cases} 3x + 5y = 5(x + 3y) - 2(x + 5y), \\ y - 3 + x = 2x + (x + y - 3) \end{cases}$$

$$8) \begin{cases} x + y = x + y, \\ x - y + 2 = 0 \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} 3y - 4 = 2 - 3y, \\ y = 1\frac{1}{3} - 3y \end{cases}$$

$$5) \begin{cases} x + 5 = 5 + 3x, \\ x - 3 = 9x + 1 \end{cases}$$

## 1.2 Квадратные уравнения

### 1.2.1 Неполные квадратные уравнения

НКУ, у которых  $b = 0$ :

$$1) \quad x^2 = 0$$

$$2) \quad 2x^2 = 0$$

$$3) \quad x^2 = 9$$

$$4) \quad x^2 = 25$$

$$5) \quad x^2 - 16 = 0$$

$$6) \quad x^2 - 100 = 0$$

$$7) \quad x^2 - 64 = 36$$

$$8) \quad x^2 + 20 = 141$$

$$9) \quad -x^2 + 13 = -12$$

$$10) \quad 2x^2 = 50$$

$$11) \quad 3x^2 = 48$$

$$12) \quad 4x^2 - 64 = 0$$

$$13) \quad 25 - 5x^2 = -100$$

$$14) \quad 25x^2 = 16$$

$$15) \quad 9x^2 = 25$$

$$16) \quad 4x^2 - 49 = 0$$

$$17) \quad 0,01x^2 = 0,04$$

НКУ, у которых  $c = 0$ :

1)  $x^2 - x = 0$

2)  $x^2 + 3x = 0$

3)  $4x - x^2 = 0$

4)  $x + 0,5x^2 = 0$

5)  $3,5x - x^2 = 0$

6)  $x^2 - 4x = 0$

7)  $x^2 - 0,5x = 0$

8)  $7x^2 = 5x$

9)  $x^2 + 6x = 0$

10)  $x^2 - 8x = 0$

11)  $15x - x^2 = 0$

12)  $5x = 2x^2$

13)  $2x + 3x^2 = 0$

14)  $2x^2 - 3x = 0$

15)  $\frac{1}{3}x^2 - 5x = 0$

16)  $\frac{3}{4}x + \frac{1}{8}x^2 = 0$

Разложенные на множители НКУ:

1)  $x(x - 1) = 0$

2)  $(x + 13)x = 0$

3)  $x(x + 2) = 0$

4)  $0,5x(2 + x) = 0$

5)  $3x(x - 0,5) = 0$

6)  $(x - 7)(7 + x) = 0$

7)  $(x - 6)(x + 6) = 0$

8)  $3(x - 5)(5 + x) = 0$

9)  $0,8(x + 1)(1 - x) = 0$

Не приведенные НКУ:

1)  $4x^2 + 6x = 7x^2 - 12x$

2)  $1,2x - 0,5x^2 = 4x^2 - 0,8x$

3)  $0,76x^2 + 14x = 0$

4)  $0,6x^2 + \sqrt{3}x = 0$

5)  $0,07x^2 - 50 = 2,1x - 50$

6)  $9x^2 - 10x = 7x^2 - 15x$

7)  $-0,5x^2 + \sqrt{5}x = 0$

Не приведенные НКУ со скобками:

1)  $(x - 1)^2 + (x + 1)^2 = 2$

2)  $(x - 7)(x + 3) + (x - 1)(x + 5) + 26 = 0$

3)  $(3x - 8)^2 - (4x - 6)^2 + (5x - 2)(x + 2) = 24$

4)  $(2x - 5)(3x - 4) - (3x + 4)(x - 2) - 10x - 28 = 0$

5)  $(x + 2)(x + 3) = 2x(x + 6) + 6$

6)  $\left(x + \frac{1}{2}\right)\left(x - \frac{1}{2}\right) = \frac{5}{16}$

7)  $(3x + 1,5)(3x - 1,5) = 54$

НКУ, содержащие дроби, знаменатели которых – числа:

$$1) \quad \frac{4x^2 - 1}{3} - \frac{3x^2 + 8}{5} = 1$$

$$3) \quad \frac{2x - 3x^2}{5} - \frac{7x^2 - x}{4} = \frac{x^2}{2}$$

$$2) \quad \frac{3x^2 - 4x}{2} = \frac{5x^2 - x}{3}$$

$$4) \quad \frac{5x^2 - 48}{8} - \frac{33 - 2x^2}{6} = 3\frac{5}{6}$$

### 1.2.2 Квадратные уравнения общего вида

КУ общего вида:

$$1) \quad x^2 + 13x + 22 = 0$$

$$22) \quad 2x^2 - 3x - 5 = 0$$

$$2) \quad x^2 + 17x + 66 = 0$$

$$23) \quad -2x^2 + 7x - 3 = 0$$

$$3) \quad x^2 + 6x + 8 = 0$$

$$24) \quad x^2 - 6x + 8 = 0$$

$$4) \quad x^2 + 8x + 2 = 0$$

$$25) \quad x^2 + 5x + 6 = 0$$

$$5) \quad x^2 - 3x + 1 = 0$$

$$26) \quad x^2 - x - 2 = 0$$

$$6) \quad x^2 - 5x - 1 = 0$$

$$27) \quad x^2 + x - 6 = 0$$

$$7) \quad x^2 + 8x + 15 = 0$$

$$28) \quad x^2 + 4x + 15 = 0$$

$$8) \quad x^2 + 5x - 6 = 0$$

$$29) \quad x^2 + 4x + 4 = 0$$

$$9) \quad x^2 - 10x + 21 = 0$$

$$30) \quad 5x^2 + 8x - 9 = 0$$

$$10) \quad x^2 - 2x + 2 = 0$$

$$31) \quad 4x^2 - 8x + 3 = 0$$

$$11) \quad 3x^2 - 4x - 4 = 0$$

$$32) \quad x^2 - 10x + 9 = 0$$

$$12) \quad 2x^2 - 8x - 20 = 0$$

$$33) \quad 3x^2 - 5x - 2 = 0$$

$$13) \quad 4x^2 + 6x + 9 = 0$$

$$34) \quad 5x^2 - 6x + 1 = 0$$

$$14) \quad 4x^2 + 12x + 9 = 0$$

$$35) \quad 4x - x^2 - 1 = 0$$

$$15) \quad 16x^2 + 21x - 22 = 0$$

$$36) \quad -2x^2 + 7x - 3 = 0$$

$$16) \quad 18x^2 - x - 1 = 0$$

$$37) \quad 3 + 2x^2 - 7x = 0$$

$$17) \quad 7x^2 - x - 1 = 0$$

$$38) \quad x^2 - 3x = 1,75$$

$$18) \quad 14x^2 + 11x - 3 = 0$$

$$39) \quad x^2 + x = 2$$

$$19) \quad \frac{x^2}{3} - 2x = 1$$

$$40) \quad x^2 - 6x + 6 = 0$$

$$20) \quad x^2 = \frac{x}{2} - 1$$

$$41) \quad 2x^2 + 7x + 2 = 0$$

$$21) \quad \frac{x^2}{2} - 3,5 = 2x$$

$$42) \quad 3x^2 - 7x + 3 = 0$$

Не приведенные КУ:

$$1) \quad (x + 8)(x - 9) = -52$$

$$5) \quad (3x - 2)(x - 3) = 20$$

$$2) \quad (x - 1)(2x + 3) = 7$$

$$6) \quad (x + 2)(4x - 5) = -3$$

$$3) \quad (x + 1)(x + 2) = (2x - 1)(2x - 10)$$

$$7) \quad (8x - 9)(3x + 2) - (2x - 3)(8x - 2) = 33x + 21$$

$$4) \quad (x - 1)(x - 2) = (3x + 1)(x - 2)$$

$$8) \quad (2x + 1)^2(5 - x) = (x - 1)^2(5 - 4x)$$

7)  $(x-5)^2 + (3-x)^2 - 4(x+5)(3-x) - 48 = (x+1)^2$

8)  $(x-1)(x-3) + (x+3)(x-5) + 2x = 4$

9)  $(x+3)(x-2) + (x+2)^2 = 3x + 10$

10)  $(8x-9)(3x+2) - (2x-3)(8x-2) = 33x + 96$

11)  $(4x-5)(3x+7) - (x-2)(4x+2) = 33x - 27$

12)  $(x-0,5)(x^2-9) = (2x-1)(x-3)^2$

13)  $(x-1)(x+2)^3 - (x^2+4x+4)(x^2+x) + 8 = 0$

14)  $(2x-1)^2(x+5) = (x+1)^2(4x+5)$

КУ, содержащие дроби, знаменатели которых – числа:

1)  $\frac{x^2}{5} - \frac{2x}{3} = \frac{x+5}{6}$

5)  $\frac{(x-1)^2}{5} - \frac{x+4}{6} = \frac{2x-2}{3}$

2)  $\frac{5(x^2-1)}{4} + \frac{2x+3}{6} = \frac{x^2+1}{12}$

6)  $\frac{x^2-1}{3} - \frac{(x-1)^2}{8} = \frac{(x+1)^2}{4} - x$

3)  $x^2 - 2 + \frac{x}{7} = \frac{2-5x}{7}$

7)  $\frac{(3x-2)^2}{4} - \frac{(3-x)^2}{3} = 1$

4)  $\frac{x-3}{4} + \frac{2x+3}{6} = \frac{x^2-11}{12}$

8)  $3x + x^2 = \left(\frac{x^2+3x}{2}\right)^2$

1)  $\frac{(x+2)(x-5)}{3} - \frac{11x+12}{10} = 2 - \frac{x-2}{3}$

2)  $\frac{x^2+2x}{5} = \frac{3-x}{2} - \frac{x^2+x}{5}$

3)  $\frac{x^2-4x+2}{10} = \frac{x+2}{2} - \frac{x^2+x+1}{5}$

4)  $\frac{(3x-4)^2}{5} + \frac{(2x-5)(x-1)}{2} = 1 + \frac{(x+2)^2}{5}$

5)  $\frac{(x+2)^2}{2} - \frac{x^2+2x}{3} = 3 + \frac{(x+1)^2}{4}$

6)  $\frac{(x-3)(x-7)}{2} - 3x = \frac{2x+1}{5} - \frac{(3x-3)^2}{2}$

КУ с иррациональными коэффициентами:

1)  $x^2 + 2(1+\sqrt{8})x + 8\sqrt{2} = 0$

7)  $3\sqrt{6}x^2 - (3-\sqrt{6})x - 1 = 0$

2)  $x^2 - 3\sqrt{2}x + 4 = 0$

8)  $6x^2 + (3\sqrt{3}+2)x + \sqrt{3} = 0$

3)  $x^2 - 3x - 5 - \sqrt{7} = 0$

9)  $3\sqrt{6}x^2 + (3+\sqrt{6})x + 1 = 0$

4)  $x^2 + 3x - \sqrt{3} - 1 = 0$

10)  $2x^2 + 3x = 2(2-\sqrt{6})^2 + 3(2-\sqrt{6})$

5)  $6x^2 - (3\sqrt{3}-2)x - \sqrt{3} = 0$

11)  $x^2 + 2(1+\sqrt{8})x + 8\sqrt{2} = 0$

6)  $6x^2 - \sqrt{5}x - 5 = 0$



### 1.3 Уравнения высших степеней

#### 1.3.1 Биквадратные уравнения

Приведенные БКУ:

1)  $x^4 + 2x^2 - 3 = 0$

2)  $x^4 - 3x^2 + 2 = 0$

3)  $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$

4)  $x^4 - 20x^2 + 64 = 0$

5)  $x^4 - 5x^2 + 6 = 0$

6)  $3x^4 - 5x^2 + 2 = 0$

7)  $x^4 - 10x^2 + 9 = 0$

8)  $x^4 - 26x^2 + 25 = 0$

9)  $x^4 + 20x^2 + 64 = 0$

10)  $4x^4 - 41x^2 + 100 = 0$

11)  $25x^4 - 25x^2 + 6 = 0$

12)  $x^4 + 2x^2 - 8 = 0$

13)  $x^4 + 9x^2 = 400$

14)  $x^4 = 12x^2 + 64$

15)  $x^4 = 21x^2 + 100$

16)  $x^4 - 2x^2 + 1 = 0$

17)  $9x^4 - 25x^2 + 16 = 0$

18)  $6x^4 - 35 = 11x^2$

19)  $-21 + 10x^4 = x^2$

20)  $6x^2 + x^4 + 9 = 0$

21)  $-9 = 25x^4 + 30x^2$

22)  $-14x^2 = 15 - x^4$

23)  $7x^4 + 3 = 9x^2$

24)  $9x^4 = -1 + 9x^2$

25)  $x^4 + 36 = 30x^2$

26)  $-6 - 5x^2 = -4x^4$

27)  $-x^2 - 4 + x^4 = 0$

28)  $3 - 2x^4 = 11x^2$

29)  $3x^4 + 21 = 4x^2$

Решить уравнение:

$$(x^2 - 10)(x^2 - 3) = 78$$

#### 1.3.2 Распадающиеся уравнения

Готовые распадающиеся уравнения:

1)  $(2x - 1)(x + 1) = 0$

2)  $(x - 1)(x - 2) = 0$

3)  $(x + 4)(x - 6) = 0$

4)  $(2x + 3)(2x + 5) = 0$

5)  $(5 - x)(3x + 2) = 0$

6)  $(2x - 3)(x^2 + 3x + 2) = 0$

7)  $(x^2 + 2x + 1)(x^2 - 5x + 7) = 0$

8)  $(x^2 - 3x + 1)(x^2 - 4x + 4) = 0$

9)  $(x^2 - 3x + 1)(x^2 - 4x + 3) = 0$

10)  $(x^2 + 1)(x^2 + 5x + 6) = 0$

11)  $(x^2 - 1)(x^2 - 2x + 7) = 0$

12)  $(x^2 - 16)(x^2 - 4x + 4) = 0$

13)  $x(x^2 - 6x + 9) = 0$

14)  $x(x - 3)^2 = 0$

Распадающиеся уравнения (метод группировки):

1)  $x^3 - 3x^2 - 4x + 12 = 0$

2)  $x^3 - 5x^2 - 4x + 20 = 0$

3)  $x^3 + x^2 + x + 1 = 0$

4)  $x^3 - x^2 + x - 1 = 0$

5)  $x^3 + x^2 - 4x - 4 = 0$

6)  $x^3 - x^2 - 81x + 81 = 0$

7)  $3x^3 + 5x^2 + 5x + 3 = 0$

8)  $x^3 + 3x^2 - 16x - 48 = 0$

9)

10)  $(x^2 - 2x)^2 - 2x^2 + 4x - 3 = 0$

11)  $(x^2 - x - 3)(x^2 - x - 2) = 12$

12)  $(x + 1)(x + 2)(x + 3)(x + 4) = 3$

13)  $x^3 - 3x^2 - x + 3 = 0$

14)  $x^3 - 3x^2 - 4x + 12 = 0$

Распадающиеся уравнения (метод группировки):

1)  $x^4 + 2x^3 - x - 2 = 0$

2)  $2x^4 + 3x^3 + 16x = -24$

3)  $x^4 + x - 3x^3 - 3 = 0$

4)  $16x^3 + 24x^4 - 3x = 2$

5)  $x^3 + 3x^2 - 6x - 8 = 0$

6)  $8x^3 + 3x = 1 + 6x^2$

7)  $15x + 5x^2 + 27 + x^3 = 0$

8)  $5x + 27x^3 + 2 = 15x^2 + 3$

Распадающиеся уравнения (все слагаемые содержат  $x$ ):

1)  $x^3 + 5x^2 + 6x = 0$

2)  $x^4 = 2x^3 + 3x^2$

3)  $x^3 - 4x^2 = x$

4)  $x^5 + x^3 = x^4$

5)  $x^3 - 4x^2 + 3x = 0$

6)  $10x^2 = x^4 + 3x^3$

7)  $x^3 + x = 2x^2$

Распадающиеся уравнения (обе части множители):

1)  $(x - 17)^2 = 5(x - 17)$

2)  $(x + 22)^2 = 4(x + 22)$

3)  $(6x - 8)^2 = (6x - 8)^3$

4)  $(5x - 10)^3 = (5x - 10)^2$

5)  $(x - 1)^2(x - 3) = 5(x - 1)$

6)  $(x - 5)^2(x - 2) = 2(x - 5)$

7)  $(x - 0,5)^3(x + 3) = 2(x - 0,5)^2$

8)  $(x + 7)^3 = 25(x + 7)$

9)  $(x - 11)^3 = 4(x - 11)$

10)  $(x + 3)^3 = 100(x + 3)$

11)  $(x + 1)(x - 2)(2x - 1) = (x + 1)(x - 2)(x + 3)$

12)  $(x + 5)(x - 1)(3x + 1) = (x - 1)(x + 5)(3x + 3)$

13)  $(x^2 + 4x)(x^2 + x - 6) = (x^3 - 9x)(x^2 + 2x - 8)$

14)  $(x^2 + 5x)(x^2 - 3x - 28) = (x^3 - 16x)(x^2 - 2x - 35)$

## 2 Дробные уравнения

Решить уравнения:

$$1) \quad \frac{1}{x-1} + \frac{2}{1-x^2} = \frac{5}{x^2+2x+1}$$

$$2) \quad \frac{21}{x} - \frac{10}{x-2} - \frac{4}{x-3} = 0$$

$$3) \quad \frac{3-5x}{x+2} = 2 + \frac{x-11}{x+2}$$

$$4) \quad \frac{x^2+x-6}{x+3} = 0$$

$$5) \quad \frac{x}{x-2} - \frac{7}{x+2} = \frac{8}{x^2-4}$$

$$6) \quad \frac{1}{x+3} - \frac{6}{9-x^2} = \frac{3}{x^2-6x+9}$$

$$7) \quad \frac{1}{x-1} + \frac{2}{1-x^2} = \frac{5}{x^2+2x+1}$$

$$8) \quad \frac{21}{x} - \frac{10}{x-2} - \frac{4}{x-3} = 0$$

$$9) \quad \frac{x^2+2x}{x-2} = 0$$

$$10) \quad \frac{3x^2-7x}{x^2+1} = 0$$

$$11) \quad \frac{4x^2+4x-35}{x^2-7x+12} = 0$$

$$12) \quad \frac{1}{x(x+1)} + \frac{1}{(x+1)(x+2)} = \frac{1}{4}$$

$$13) \quad \frac{x-119}{x+7} = -5$$

$$14) \quad \frac{x-6}{7x+3} = \frac{x-6}{5x-1}$$

$$15) \quad \frac{x^3-4x^2+x+6}{(x-2)^2} = 0$$

$$16) \quad \frac{4x-2(3-x)}{3(x+2)} = 1$$

$$17) \quad \frac{2(2x-1)+3(4-2x)}{3(x-2)-2(x+2)} = 3$$

$$18) \quad \frac{3(3x+1)-4(5x+1)}{2(2x-1)+5(0,2-3x)} = 1$$

$$19) \quad \frac{4x-2(5+2x)}{0,3(2+0,4x)+1} = 0$$

$$20) \quad \frac{2x+3(4x-7)}{2(2x-3)-3(3-2x)} = 2$$

$$21) \quad \frac{(2x-1) \cdot 0,3-5}{(4x+2) \cdot 0,6-0,7\left(7x-\frac{1}{7}\right)} = 2$$

$$22) \quad \frac{4(x+1)-2(7+2x)}{0,3(2,4+4x)+1} = 0$$

$$23) \quad \frac{3(3x+2)-4(5x-4)}{2(2x-3)-3\left(5x-9\frac{1}{3}\right)} = 1$$

$$24) \quad \frac{2(x-2)+3(4x-15)}{2(2x-7)-3(7-2x)} = 2$$

$$25) \quad \frac{3x+1-2(4-3x)}{6(2x-1)-7(3x-2)-1} = -1$$

$$26) \quad \frac{(3x-1) \cdot 0,4-3}{(5x+3) \cdot 0,7-0,6\left(6x-\frac{1}{6}\right)} = 3$$

$$27) \quad \frac{(3x-1)^2+(4x+3)^2}{(5x+2)^2-4} = 1$$

$$28) \quad \frac{(2x-1)(3x+2)-2(x-2)^2}{2(x+2)(x-2)-10} = 2$$

$$29) \quad \frac{3}{1-x} + \frac{1}{1+x} = \frac{28}{1-x^2}$$

$$30) \quad \frac{x+2}{x+1} + \frac{3}{x-2} - 1 = \frac{3}{(x+1)(x-2)}$$

$$31) \quad \frac{y}{y^2-9} - \frac{1}{y^2+3y} + \frac{1-2y}{6y+2y^2} = 0$$

$$32) \quad \frac{1}{2-x} - 1 = \frac{1-x}{x-2} - \frac{6-x}{3x^2-12}$$

$$33) \quad \frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+4} = \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+3}$$

$$34) \quad \frac{1}{5-\frac{1}{x}} = \frac{2}{7}$$

$$35) \quad \frac{x^2}{x^2+2x+1} = \left(\frac{x}{x^2-1} - \frac{1}{x^2+x}\right) : \frac{1+x^3}{x^2-x}$$

$$36) \quad \frac{24}{x} - \frac{17-x}{x-1} = 1$$

$$37) \quad \frac{4}{x-3} + \frac{3}{x+3} = \frac{12}{2x^2-18}$$

$$38) \quad \frac{x+3}{x+2} = \frac{3}{x-1} - 1 = \frac{3}{(x+2)(x-1)}$$

$$39) \quad \frac{2x-1}{14x^2-7x} + \frac{8}{12x^2-3} = \frac{6x}{7(6x^2-3x)}$$

$$40) \quad \frac{1}{3-x} - 1 = \frac{2-x}{x-3} - \frac{7-x}{3(x-3)(x+1)}$$

$$41) \quad \frac{1}{x+3} - \frac{1}{x+5} = \frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+4}$$

$$42) \quad \frac{y}{y^2-2y+1} = \frac{y^2-y}{y^3-1} \left(\frac{1}{y^2-y} + \frac{y}{y^2-1}\right)$$

$$43) \quad \frac{x}{x-1} = \frac{4x}{x+5} - 3$$

$$44) \quad \frac{1,5x^2}{9x^2-1} - \frac{3x+1}{3-9x} - \frac{3x-1}{6x+2} = 0$$

$$45) \quad (x-2) + \frac{4}{2+x} - \frac{x^3+6}{x^2+2x} = 0$$

$$46) \quad \frac{x+3}{(2x+3)(2x-3)} - \frac{3-x}{(2x+3)^2} = \frac{1}{2x-3}$$

$$47) \quad \frac{7-18x}{x^3+1} + \frac{15}{x^2-x+1} = \frac{3}{1-x^2}$$

$$48) \quad \frac{2x-1}{x+1} = \frac{4x+2}{3x-2}$$

$$49) \quad \frac{32}{x+1} + \frac{21}{x-1} = 3,5$$

$$50) \quad \frac{1}{x^2+7x} = \frac{1}{x^2+7x+6}$$

$$51) \quad \frac{2x+1}{4x-1} = \frac{5(3x+5)}{8(6x-1)}$$

$$52) \quad \frac{x^3-8}{2x-4} = 12x-18$$

$$53) \quad \frac{x^4-625}{25-x^2} = 8x-90$$

$$54) \quad \frac{5x^2+7x+2}{4x^2-x-5} = \frac{(4x+5)^2}{16x^2-25}$$

$$55) \quad \frac{7-5x}{x+2} + \frac{2x-21}{x-2} + 8\frac{2}{3} = 0$$

$$56) \quad \frac{40}{12-x} + \frac{35}{12+x} = 6,5.$$

$$57) \quad \frac{8x^3+27}{4x+6} = 5x+21$$

$$58) \quad \frac{16x^4-1}{16x^2-4} = 2,5-4x$$

$$59) \quad \frac{2x^2+3x-20}{6x^2+20x-16} = \frac{(6x+4)^2}{36x^2-16}$$

$$60) \quad \frac{7-2x}{x^2-5x-6} + \frac{3}{x^2-9x+18} = \frac{1}{3-x}$$

$$61) \quad \frac{6}{7x-21} - \frac{1}{x^2-6x+9} + \frac{1}{x^2-9} = 0$$

$$62) \quad \frac{1}{x-4} - \frac{x+4}{2x^2+13x-45} - \frac{3}{20-13x+2x^2}$$

$$1) \quad \left( \frac{x^2+24}{4x^2-20x+25} + \frac{8}{5-2x} \right) : \left( \frac{1}{4x^2-20x+25} - \frac{2}{2x^2+x-15} + \frac{1}{(x+3)^2} \right) = 4$$

$$2) \quad \frac{4}{x^2-16} - \frac{1}{x^2+8x+16} = \frac{10}{x^3-16x-4x^2+64}$$

$$3) \quad \left( \frac{4x+1}{2x^2+x-10} - \frac{4}{x^2-4} \right) \cdot \frac{4x^2+10x}{4x+9} + \frac{4}{x+2} = 2$$

$$4) \quad \frac{2x-1}{2x+2} \cdot \left( \frac{2x}{1-4x+4x^2} - \frac{4x^2+2x}{8x^3-1} \right) = \frac{2x}{8x^3-1}$$

$$5) \quad \frac{2x+8}{3x+7} \left( \frac{x+4}{2x^2+x-3} - \frac{2x+3}{x^2+3x-4} \right) = \frac{6x-7}{2x+3}$$

$$6) \quad \left( \frac{6x-1}{x^2+6x} + \frac{6x+1}{x^2-6x} \right) : \frac{x^2+1}{x^2-36} - \frac{12}{x-1} = \frac{12}{x-x^2}$$

$$7) \quad \frac{1}{x-1} + \frac{2}{x+2} + 1 = 0$$

Решить уравнения с заменой:

$$63) \quad \frac{6x^2-5x-6}{2x-3} = \frac{4-9x^2}{3x-2}$$

$$64) \quad \frac{x^2-x+1}{x-1} + \frac{x^2-3x+1}{x-3} = 2x - \frac{1}{4x-8}$$

$$65) \quad \frac{1}{1+2x} - \frac{2}{2+3x} + \frac{3}{3+4x} = \frac{4}{4+5x}$$

$$66) \quad \frac{3-x}{x^2+2x-3} = \frac{9-3x}{3x^2-2x-5}$$

$$67) \quad \frac{x+2}{x^2-7} + \frac{x-2}{x^2-x-6} = \frac{2x-3,2}{x^2-5x-14}$$

$$68) \quad \left( \frac{1}{2}x + \frac{5}{8} - \frac{15}{88+32x} \right)^2 = 1$$

$$69) \quad \frac{x+56}{9x^2-16} + \frac{1}{8-6x} = \frac{18}{3x^2+4x}$$

$$70) \quad \frac{2x+2}{2x^2+9x+10} = \frac{x+1}{4x^2+4x-15}$$

$$71) \quad \frac{14}{20-6x-2x^2} + \frac{x^2+4x}{x^2+5x} = \frac{x+3}{2-x} + 3$$

$$72) \quad \frac{x^2+x+3}{x+1} + \frac{x^2+3x+3}{x+3} = \frac{-3}{4x+8} + 2x$$

$$73) \quad \frac{x+3}{x^2-5x-6} + \frac{x-1}{x^2+x-6} = \frac{2x-1,2}{x^2-3x-18}$$

$$74) \quad \frac{16}{(x+6)(x-1)} - \frac{20}{(x+2)(x+3)} = 1$$

$$75) \quad 6 \left( \frac{x^4+81}{9x^2} \right) - 7 \left( \frac{x^2-9}{3x} \right) = 36$$

$$76) \quad 20 \left( \frac{x-2}{x+1} \right)^2 - 5 \left( \frac{x+2}{x-1} \right)^2 + 48 \frac{x^2-4}{x^2-1} = 0$$

$$77) \quad \frac{2x^2-5x+4}{3x-2} + \frac{15x-10}{2x^2-5x+4} = 6$$

$$78) \quad \frac{6}{(x-1)(x-2)} + \frac{8}{(x+1)(x-4)} = 1$$

$$1) \quad \left(x - \frac{2}{x}\right)^2 - 2\left(x - \frac{2}{x}\right) = 3$$

$$2) \quad 3\left(x^2 + \frac{4}{x^2}\right) - 2\left(x - \frac{2}{x}\right) = 13$$

$$3) \quad 2(x^2 + 2x) - \frac{3}{x^2 + 2x} = 5$$

$$4) \quad \frac{1}{x^2 + 3x + 3} - \frac{9}{2(x^2 + 3x + 4)} + \frac{1}{x^2 + 3x + 2} = 0$$

$$5) \quad \frac{1}{x - 3 + \frac{8}{x}} - \frac{1}{x + 2 + \frac{8}{x}} = \frac{5}{24}$$