1 Рассмотрите прямоугольный треугольник с острым углом, равным x, и гипотенузой, равной 1:

1) Чему равны катеты такого треугольника?

2) Чему будут равны катеты, если гипотенуза будет равна c?

3) Запишите теорему Пифагора для данного треугольника с гипотенузой, равной 1 (Основное тригонометрическое тождество);

4) Убедитесь, что если гипотенуза будет равна c, то ОТТ (основное тригонометрическое тождество) выполняется;

5) Убедитесь, что при любом значении гипотенузы: $\operatorname{tg} x = \dfrac{\sin x}{\cos x}$ и $\operatorname{ctg} x = \dfrac{\cos x}{\sin x}$.

2 Рассмотрите прямоугольный треугольник с углом 30° и гипотенузой равной 1:

1) Найдите катеты этого треугольника;

2) Вычислите sin, cos, tg, ctg углов 30° и 60°;

3) Сделайте то же самое для треугольника с углом 30° и гипотенузой равной 3. Что можно сказать про sin, cos, tg, ctg углов 30° и 60°?

3 Проделать те же действия для прямоугольного треугольника с углом 45° и гипотенузой равной 1.

4 Вычислить значения тангенса и котангенса с теми же самыми аргументами.

5 Записать все получившиеся значения для sin, cos, tg, ctg углов 30°, 45° и 60° в таблицу.

6 *Расширенное понятие синуса и косинуса:*

$\boldsymbol{\cos x}$ — абсцисса точки на единичной окружности, соответствующей углу x.
$\boldsymbol{\sin x}$ — ордината точки на единичной окружности, соответствующей углу x.

7 Вычислить:

$$\sin 90^\circ;\ \sin 270^\circ;\ \sin 180^\circ;\ \cos 0^\circ;\ \cos 360^\circ;\ \sin(-90^\circ);\ \sin 720^\circ;\ \sin 0^\circ;\ \cos 900^\circ$$

8 Выяснить, почему при $n \in Z$:

1) $\sin(x + 360^\circ \cdot n) = \sin x$;

2) $\cos(x + 360^\circ \cdot n) = \cos x$;

3) $\operatorname{tg}(x + 360^\circ \cdot n) = \operatorname{tg} x$;

4) $\operatorname{ctg}(x + 360^\circ \cdot n) = \operatorname{ctg} x$.

9 Доказать геометрическим способом, что:

1) $\sin(-x) = -\sin x$;

2) $\cos(-x) = \cos x$.

3) $\sin(180 - x) = \sin x$;

4) $\cos(180 - x) = -\cos x$;

5) $\sin(180 + x) = -\sin x$;

6) $\cos(180 + x) = -\cos x$.

10 Вычислить:

1) $\cos 120^\circ$

2) $\cos 150^\circ$

3) $\sin 225^\circ$

4) $\sin(-135^\circ)$

5) $\cos 225^\circ$

6) $\operatorname{tg}(-120^\circ)$

7) $\cos 405^\circ$

8) $\sin 540^\circ$

9) $\cos(-510^\circ)$

10) $\sin(-450^\circ)$

1 **Формулы с прошлого урока:**

1) $\sin(-x) = -\sin x$; 3) $\sin(180 - x) = \sin x$; 5) $\sin(180 + x) = -\sin x$;
2) $\cos(-x) = \cos x$; 4) $\cos(180 - x) = -\cos x$; 6) $\cos(180 + x) = -\cos x$.

2 Вычислить:

1) $\cos 120°$ 3) $\sin 225°$ 5) $\cos 225°$ 7) $\cos 405°$ 9) $\cos(-510°)$
2) $\cos 150°$ 4) $\sin(-135°)$ 6) $\mathrm{tg}(-120°)$ 8) $\sin 540°$ 10) $\sin(-450°)$

3 **Формулы суммы/разности синуса или косинуса:**

1) $\sin(x + y) = \sin x \cos y + \sin y \cos x$ 3) $\cos(x + y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$
2) $\sin(x - y) = \sin x \cos y - \sin y \cos x$ 4) $\cos(x - y) = \cos x \cos y + \sin x \sin y$

4 Упростить с помощью данных формул:

1) $\sin(90 + x)$ 3) $\sin(180 + x)$ 5) $\sin(270 + x)$ 7) $\sin(360 + x)$
2) $\sin(90 - x)$ 4) $\sin(180 - x)$ 6) $\sin(270 - x)$ 8) $\sin(360 - x)$

5 Упростить с помощью данных формул:

1) $\cos(90 + x)$ 3) $\cos(180 + x)$ 5) $\cos(270 + x)$ 7) $\cos(360 + x)$
2) $\cos(90 - x)$ 4) $\cos(180 - x)$ 6) $\cos(270 - x)$ 8) $\cos(360 - x)$

6 Вычислить:

1) $\sin 300°$ 3) $\mathrm{tg}\, 330°$ 5) $\sin 390°$ 7) $\cos(-780°)$ 9) $\mathrm{tg}(-225°)$
2) $\cos 240°$ 4) $\cos 120°$ 6) $\cos 495°$ 8) $\sin(-300°)$ 10) $\sin(-1200°)$

7 Вычислить:

1) $\dfrac{16 \cos 35°}{\sin 55°}$. 2) $7\, \mathrm{tg}\, 9° \, \mathrm{tg}\, 81°$ 3) $-4\sqrt{3} \cos(-750°)$ 4) $\dfrac{14 \sin 409°}{\sin 49°}$

8 Вычислить:

1) $\dfrac{51 \cos 4°}{\sin 86°} + \dfrac{\sqrt{3}}{2} \cdot \dfrac{\sin 60°}{3}$ 2) $\dfrac{32 \cos 116°}{\sin 64°} + \dfrac{25 \cos 29°}{\sin 61°}$

9 При температуре $0°$ рельс имеет длину $l_0 = 12,5$м. При возрастании температуры происходит тепловое расширение рельса, и его длина, выраженная в метрах, меняется по закону $l(t°) = l_0(1 + \alpha \cdot t°)$, где $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} (°C)^{-1}$ – коэффициент теплового расширения, $t°$ – температура (в градусах Цельсия). При какой температуре рельс удлинится на 6 мм? Ответ выразите в градусах Цельсия.

10 Из пункта A в пункт B одновременно выехали два автомобиля. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью 24км/ч, а вторую половину пути – со скоростью, на 16 км/ч больше скорости первого, в результате чего прибыл в пункт B одновременно с первым автомобилем. Найдите скорость первого автомобиля. Ответ дайте в км/ч.

1 Вычислить:

1) $\cos 90^\circ$
2) $\sin 90^\circ$
3) $\cos(135^\circ)$
4) $\sin 225^\circ$
5) $\operatorname{tg}(-135^\circ)$
6) $\operatorname{ctg}(-120^\circ)$
7) $\cos 540^\circ$
8) $\sin 495^\circ$
9) $\sin(-1125)^\circ$
10) $\operatorname{tg}(-960^\circ)$
11) $\operatorname{ctg}(750^\circ)$
12) $\operatorname{tg} 1620^\circ$

2 Вычислить:

1) $\dfrac{3 \operatorname{tg} 163^\circ}{\operatorname{tg} 17^\circ}$.
2) $5\sqrt{3} \operatorname{tg}(-300^\circ)$
3) $2\sqrt{3} \operatorname{tg}(-300^\circ)$
4) $5 \operatorname{tg} 17^\circ \cdot \operatorname{tg} 107^\circ$
5) $\dfrac{14 \sin 19^\circ}{\sin 341^\circ}$
6) $\dfrac{12}{\sin^2 27^\circ + \cos^2 207^\circ}$

3 Вычислить:

1) $\dfrac{100,5 \cdot \cos 10^\circ}{\sin 80^\circ} + \dfrac{\sin 45^\circ}{2} \cdot \sqrt{2}$
2) $\dfrac{20 \cos 140^\circ}{\sin 50^\circ} + \dfrac{10 \cos 3^\circ}{\sin 87^\circ}$

4 По закону Ома для полной цепи сила тока, измеряемая в амперах, равна $I = \dfrac{\sigma}{R+r}$, где σ – ЭДС источника (в вольтах), $r = 2$ Ом – его внутреннее сопротивление, R – сопротивление цепи (в омах). При каком наименьшем сопротивлении цепи сила тока будет составлять не более 40% от силы тока короткого замыкания $I = \dfrac{\sigma}{r}$? (Ответ выразите в омах).

5 Из пункта A в пункт B одновременно выехали два автомобиля. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью 72км/ч, а вторую половину пути – со скоростью, на 10 км/ч больше скорости первого, в результате чего прибыл в пункт B одновременно с первым автомобилем. Найдите скорость первого автомобиля. Ответ дайте в км/ч.

1 **Формулы суммы/разности синуса или косинуса:**

1) $\sin(x+y) = \sin x \cos y + \sin y \cos x$
2) $\sin(x-y) = \sin x \cos y - \sin y \cos x$
3) $\cos(x+y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$
4) $\cos(x-y) = \cos x \cos y + \sin x \sin y$

2 Вычислить через формулы суммы/разности:

$\sin 150°;\ \cos 135°;\ \sin 225°;\ \cos(-120°);\ \cos 330°;\ \operatorname{tg}(-150°);\ \sin(-225°);\ \cos 300°;\ \sin(-315°)$

3 **Метод приведения аргумента тригонометрических функций:**

0) Выносим минус за знак аргумента;

1) ”Убираем” полные круги из аргумента *(в будущем не обязательно);*

2) Представляем аргумент в виде суммы/разности так, чтобы одно слагаемое было кратно 90, а другое было табличным значением ($30°;\ 45°;\ 60°$);

3) Определяем четверть аргумента *(меньшее слагаемое всегда принимаем за острый угол);*

4) Определяем знак функции в этой четверти;

5) Меняем или оставляем название тригонометрической функции ($0°;\ 180°$ — не меняем название функции; $90°;\ 270°$ — меняем название функции на противоположное).

4 Вычислить с помощью метода приведения:

$\sin 135°;\ \cos 240°;\ \sin 390°;\ \operatorname{tg} 150°;\ \operatorname{ctg} 220°;\ \sin(-220°);\ \operatorname{tg} 840°;\ \cos(-240°);\ \sin 315°$

Определение 1 *Радиан — центральный угол, который опирается на дугу, равную радиусу данной окружности.*

Определение 2 *Число π — отношение длины окружности к ее диаметру. Или иначе отношение половины длины окружности к ее радиусу.*

Таким образом можно сделать вывод, что в половине окружности радиус умещается π раз, а значит развернутый угол равен π радиан (т.е. π радиан $= 180°$).

1) 1 градус $= \dfrac{\pi}{180}$ радиан;

2) 1 радиан $= \dfrac{180}{\pi}$ градусов (по факту всегда вместо π подставляем $180°$).

5 Перевести градусы в радианы:

1) $90°$	4) $45°$	7) $270°$	10) $330°$	13) $810°$
2) $120°$	5) $30°$	8) $360°$	11) $390°$	14) $210°$
3) $60°$	6) $210°$	9) $225°$	12) $150°$	15) $300°$

6 Перевести радианы в градусы:

1) $\frac{\pi}{2}$	4) $\frac{7\pi}{6}$	7) $\frac{11\pi}{3}$	10) $\frac{45\pi}{6}$	13) $\frac{55\pi}{4}$
2) $\frac{3\pi}{2}$	5) $\frac{14\pi}{2}$	8) $\frac{5\pi}{3}$	11) $\frac{7\pi}{4}$	14) $\frac{15\pi}{5}$
3) $\frac{5\pi}{4}$	6) $\frac{36\pi}{9}$	9) $\frac{9\pi}{3}$	12) $\frac{13\pi}{6}$	15) $\frac{21\pi}{4}$

7 Вычислить с помощью метода приведения:

$$\cos\frac{5\pi}{4};\ \sin\frac{7\pi}{3};\ \sin\frac{3\pi}{2};\ \sin\left(-\frac{5\pi}{3}\right);\ \cos\frac{7\pi}{6};\ \sin\frac{13\pi}{4};\ \sin\left(-\frac{7\pi}{6}\right);\ \cos\frac{21\pi}{4};\ \operatorname{tg}\frac{16\pi}{6};\ \operatorname{ctg}\frac{11\pi}{4}$$