

1 Рассмотрите прямоугольный треугольник с острым углом, равным x , и гипотенузой, равной 1:

- 1) Чему равны катеты такого треугольника?
- 2) Чему будут равны катеты, если гипотенуза будет равна c ?
- 3) Запишите теорему Пифагора для данного треугольника с гипотенузой, равной 1 (Основное тригонометрическое тождество);
- 4) Убедитесь, что если гипотенуза будет равна c , то ОТТ (основное тригонометрическое тождество) выполняется;
- 5) Убедитесь, что при любом значении гипотенузы: $\operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x}$ и $\operatorname{ctg} x = \frac{\cos x}{\sin x}$.

2 Рассмотрите прямоугольный треугольник с углом 30° и гипотенузой равной 1:

- 1) Найдите катеты этого треугольника;
- 2) Вычислите \sin , \cos , tg , ctg углов 30° и 60° ;
- 3) Сделайте то же самое для треугольника с углом 30° и гипотенузой равной 3. Что можно сказать про \sin , \cos , tg , ctg углов 30° и 60° ?

3 Прodelать те же действия для прямоугольного треугольника с углом 45° и гипотенузой равной 1.

4 Вычислить значения тангенса и котангенса с теми же самыми аргументами.

5 Записать все получившиеся значения для \sin , \cos , tg , ctg углов 30° , 45° и 60° в таблицу.

6 *Расширенное понятие синуса и косинуса:*

$\cos x$ — абсцисса точки на единичной окружности, соответствующей углу x .
 $\sin x$ — ордината точки на единичной окружности, соответствующей углу x .

7 Вычислить:

$$\sin 90^\circ; \sin 270^\circ; \sin 180^\circ; \cos 0^\circ; \cos 360^\circ; \sin(-90^\circ); \sin 720^\circ; \sin 0^\circ; \cos 900^\circ$$

8 Выяснить, почему при $n \in \mathbb{Z}$:

- | | |
|---|---|
| 1) $\sin(x + 360^\circ \cdot n) = \sin x$; | 3) $\operatorname{tg}(x + 360^\circ \cdot n) = \operatorname{tg} x$; |
| 2) $\cos(x + 360^\circ \cdot n) = \cos x$; | 4) $\operatorname{ctg}(x + 360^\circ \cdot n) = \operatorname{ctg} x$. |

9 Доказать геометрическим способом, что:

- | | | |
|---------------------------|--------------------------------|--------------------------------|
| 1) $\sin(-x) = -\sin x$; | 3) $\sin(180 - x) = \sin x$; | 5) $\sin(180 + x) = -\sin x$; |
| 2) $\cos(-x) = \cos x$. | 4) $\cos(180 - x) = -\cos x$; | 6) $\cos(180 + x) = -\cos x$. |

10 Вычислить:

- | | | | | |
|---------------------|-----------------------|------------------------------------|---------------------|------------------------|
| 1) $\cos 120^\circ$ | 3) $\sin 225^\circ$ | 5) $\cos 225^\circ$ | 7) $\cos 405^\circ$ | 9) $\cos(-510^\circ)$ |
| 2) $\cos 150^\circ$ | 4) $\sin(-135^\circ)$ | 6) $\operatorname{tg}(-120^\circ)$ | 8) $\sin 540^\circ$ | 10) $\sin(-450^\circ)$ |

1 Формулы с прошлого урока:

- 1) $\sin(-x) = -\sin x$; 3) $\sin(180 - x) = \sin x$; 5) $\sin(180 + x) = -\sin x$;
2) $\cos(-x) = \cos x$; 4) $\cos(180 - x) = -\cos x$; 6) $\cos(180 + x) = -\cos x$.

2 Вычислить:

- 1) $\cos 120^\circ$ 3) $\sin 225^\circ$ 5) $\cos 225^\circ$ 7) $\cos 405^\circ$ 9) $\cos(-510^\circ)$
2) $\cos 150^\circ$ 4) $\sin(-135^\circ)$ 6) $\operatorname{tg}(-120^\circ)$ 8) $\sin 540^\circ$ 10) $\sin(-450^\circ)$

3 Формулы суммы/разности синуса или косинуса:

- 1) $\sin(x + y) = \sin x \cos y + \sin y \cos x$ 3) $\cos(x + y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$
2) $\sin(x - y) = \sin x \cos y - \sin y \cos x$ 4) $\cos(x - y) = \cos x \cos y + \sin x \sin y$

4 Упростить с помощью данных формул:

- 1) $\sin(90 + x)$ 3) $\sin(180 + x)$ 5) $\sin(270 + x)$ 7) $\sin(360 + x)$
2) $\sin(90 - x)$ 4) $\sin(180 - x)$ 6) $\sin(270 - x)$ 8) $\sin(360 - x)$

5 Упростить с помощью данных формул:

- 1) $\cos(90 + x)$ 3) $\cos(180 + x)$ 5) $\cos(270 + x)$ 7) $\cos(360 + x)$
2) $\cos(90 - x)$ 4) $\cos(180 - x)$ 6) $\cos(270 - x)$ 8) $\cos(360 - x)$

6 Вычислить:

- 1) $\sin 300^\circ$ 3) $\operatorname{tg} 330^\circ$ 5) $\sin 390^\circ$ 7) $\cos(-780^\circ)$ 9) $\operatorname{tg}(-225^\circ)$
2) $\cos 240^\circ$ 4) $\cos 120^\circ$ 6) $\cos 495^\circ$ 8) $\sin(-300^\circ)$ 10) $\sin(-1200^\circ)$

7 Вычислить:

- 1) $\frac{16 \cos 35^\circ}{\sin 55^\circ}$. 2) $7 \operatorname{tg} 9^\circ \operatorname{tg} 81^\circ$ 3) $-4\sqrt{3} \cos(-750^\circ)$ 4) $\frac{14 \sin 409^\circ}{\sin 49^\circ}$

8 Вычислить:

- 1) $\frac{51 \cos 4^\circ}{\sin 86^\circ} + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sin 60^\circ}{3}$ 2) $\frac{32 \cos 116^\circ}{\sin 64^\circ} + \frac{25 \cos 29^\circ}{\sin 61^\circ}$

9 При температуре 0° рельс имеет длину $l_0 = 12,5$ м. При возрастании температуры происходит тепловое расширение рельса, и его длина, выраженная в метрах, меняется по закону $l(t^\circ) = l_0(1 + \alpha \cdot t^\circ)$, где $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} (^\circ\text{C})^{-1}$ – коэффициент теплового расширения, t° – температура (в градусах Цельсия). При какой температуре рельс удлинится на 6 мм? Ответ выразите в градусах Цельсия.

10 Из пункта A в пункт B одновременно выехали два автомобиля. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью 24 км/ч, а вторую половину пути – со скоростью, на 16 км/ч больше скорости первого, в результате чего прибыл в пункт B одновременно с первым автомобилем. Найдите скорость первого автомобиля. Ответ дайте в км/ч.

1 Формулы суммы/разности синуса или косинуса:

1) $\sin(x + y) = \sin x \cos y + \sin y \cos x$

3) $\cos(x + y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$

2) $\sin(x - y) = \sin x \cos y - \sin y \cos x$

4) $\cos(x - y) = \cos x \cos y + \sin x \sin y$

2 Вычислить через формулы суммы/разности:

$$\sin 150^\circ; \cos 135^\circ; \sin 225^\circ; \cos(-120^\circ); \cos 330^\circ; \operatorname{tg}(-150^\circ); \sin(-225^\circ); \cos 300^\circ; \sin(-315^\circ)$$

3 Метод приведения аргумента тригонометрических функций:

0) Выносим минус за знак аргумента;

1) "Убираем" полные круги из аргумента (*в будущем не обязательно*);2) Представляем аргумент в виде суммы/разности так, чтобы одно слагаемое было кратно 90, а другое было табличным значением (30° ; 45° ; 60°);3) Определяем четверть аргумента (*меньшее слагаемое всегда принимаем за острый угол*);

4) Определяем знак функции в этой четверти;

5) Меняем или оставляем название тригонометрической функции (0° ; 180° — не меняем название функции; 90° ; 270° — меняем название функции на противоположное).**4** Вычислить с помощью метода приведения:

$$\sin 135^\circ; \cos 240^\circ; \sin 390^\circ; \operatorname{tg} 150^\circ; \operatorname{ctg} 220^\circ; \sin(-220^\circ); \operatorname{tg} 840^\circ; \cos(-240^\circ); \sin 315^\circ$$

Определение 1 Радиан — центральный угол, который опирается на дугу, равную радиусу данной окружности.

Определение 2 Число π — отношение длины окружности к ее диаметру. Или иначе отношение половины длины окружности к ее радиусу.

Таким образом можно сделать вывод, что в половине окружности радиус уместается π раз, а значит развернутый угол равен π радиан (т.е. π радиан = 180°).

1) $1 \text{ градус} = \frac{\pi}{180} \text{ радиан};$

2) $1 \text{ радиан} = \frac{180}{\pi} \text{ градусов (по факту всегда вместо } \pi \text{ подставляем } 180^\circ).$

5 Перевести градусы в радианы:

1) 90°

4) 45°

7) 270°

10) 330°

13) 810°

2) 120°

5) 30°

8) 360°

11) 390°

14) 210°

3) 60°

6) 210°

9) 225°

12) 150°

15) 300°

6 Перевести радианы в градусы:

1) $\frac{\pi}{2}$

4) $\frac{7\pi}{6}$

7) $\frac{11\pi}{3}$

10) $\frac{45\pi}{6}$

13) $\frac{55\pi}{4}$

2) $\frac{3\pi}{2}$

5) $\frac{14\pi}{2}$

8) $\frac{5\pi}{3}$

11) $\frac{7\pi}{4}$

14) $\frac{15\pi}{5}$

3) $\frac{5\pi}{4}$

6) $\frac{36\pi}{9}$

9) $\frac{9\pi}{3}$

12) $\frac{13\pi}{6}$

15) $\frac{21\pi}{4}$

7 Вычислить с помощью метода приведения:

$$\cos \frac{5\pi}{4}; \sin \frac{7\pi}{3}; \sin \frac{3\pi}{2}; \sin \left(-\frac{5\pi}{3}\right); \cos \frac{7\pi}{6}; \sin \frac{13\pi}{4}; \sin \left(-\frac{7\pi}{6}\right); \cos \frac{21\pi}{4}; \operatorname{tg} \frac{16\pi}{6}; \operatorname{ctg} \frac{11\pi}{4}$$

1 Вычислить:

1) $\frac{\sqrt{3}}{\sin 60^\circ} + \frac{3}{\sin 30^\circ}$

2) $\frac{-13 \sin 126^\circ}{\sin 54^\circ}$

3) $\sin^2 23^\circ + 9 + \cos^2 23^\circ$

4) $2 \sin 30^\circ - \sqrt{3} \sin 60^\circ \operatorname{ctg} 45^\circ \operatorname{tg} 30^\circ$

5) $\frac{6 \sin 30^\circ \cos 30^\circ}{\cos^2 30^\circ - \sin^2 30^\circ}$

2 Вычислить:

1) $\sin \frac{\pi}{3} \cos \frac{\pi}{4} \operatorname{tg} \frac{\pi}{6}$

2) $\cos \left(-\frac{\pi}{4}\right) + \sqrt{3} \sin \left(-\frac{\pi}{6}\right)$

3) $-\sin(-\pi) + 0,5 \cos \left(\frac{\pi}{2}\right)$

4) $\sin \left(\frac{5\pi}{6}\right) + \cos \left(-\frac{2\pi}{3}\right)$

5) $\operatorname{tg}(-3\pi) + \frac{1}{2} \sin \left(\frac{7\pi}{4}\right)$

6) $\sin(-2\pi) + 2 \cos^2(-\pi) + \operatorname{tg}(\pi)$

3 Вычислить:

1) $\sin 225^\circ \cos 120^\circ \operatorname{tg} 330^\circ \operatorname{ctg} 240^\circ$

2) $\sin \frac{7\pi}{4} \cos \frac{7\pi}{6} \operatorname{tg} \frac{5\pi}{3} \operatorname{ctg} \frac{4\pi}{3}$

3) $\sin(-300^\circ) \cos(-135^\circ) \operatorname{tg}(-210^\circ)$

4) $\cos \left(\frac{7\pi}{3}\right) \sin \left(-\frac{4\pi}{3}\right) \sin \frac{3\pi}{2}$

4 Упростить выражение:

1) $\operatorname{tg} \left(\frac{3\pi}{2} - x\right) \operatorname{tg}(\pi + x) - \cos \left(\frac{\pi}{2} + x\right) \sin(\pi + x)$

2) $\cos(3\pi - x) + \operatorname{ctg}(3,5\pi - x) + \cos \left(\frac{3\pi}{2} + x\right) \operatorname{ctg}(\pi + x)$

3) $\frac{\cos x}{1 + \sin x} + \operatorname{tg} x$

5 Упростить и найти значение выражения:

$$\cos \alpha, \quad \text{если } \sin \alpha = \frac{2\sqrt{6}}{5} \text{ и } \alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$$

6 Упростить и найти значение выражения:

$$\sin \alpha, \quad \text{если } \operatorname{tg} \alpha = \frac{5}{12} \text{ при } 180^\circ < \alpha < 270^\circ$$