1 Алгебраические дроби

1.1 Упрощение алгебраической дроби

1. Сократить дробь

1) $\frac{14a}{21ab}$ $=\frac{2}{3b}$
2) $\frac{56x^2y^4}{24x^3y}$ $=\frac{7y^3}{3x}$
3) $\frac{44a^8b^6}{55a^8b^5}$ $=\frac{4b}{5}$
4) $\frac{25x^4y^2}{100x^3y}$ $=\frac{xy}{4}$
5) $\frac{x^5}{x^7}$ $=\frac{1}{x^2}$
6) $\frac{8m^3n}{16m^2n}$ $=\frac{m}{2}$
7) $\frac{24a^5b^7c}{44a^7b^4c}$ $=\frac{6b^3}{11a^2}$
8) $\frac{ab(a+3)}{a^2b(a+3)}$ $=\frac{1}{a}$
9) $\frac{15a(a-b)}{20b(a-b)}$ $=\frac{3a}{4b}$
10) $\frac{2(x+y)}{4ax}$ $=\frac{x+y}{2ax}$
11) $\frac{a+b}{a+b}$ $=1$
12) $\frac{2(x-1)}{5(x-1)}$ $=\frac{2}{5}$
13) $\frac{3a(a-b)}{6a(a+b)}$ $=\frac{a-b}{2(a+b)}$
14) $\frac{4x(x-y^3)}{16x^2y(x-y)}$ $=\frac{(x-y)^2}{4xy}$

2. Сократить дробь

1) $\frac{x-y}{y-x}$ $=-1$
2) $\frac{2(a-b)}{3(b-a)}$ $=-\frac{2}{3}$
3) $\frac{4xy(x-y)}{2x(y-x)}$ $=-2y$
4) $\frac{6a^2b^4(4-b)}{14ab^3(b-4)}$ $=-\frac{3ab}{7}$
5) $\frac{3(x-2)^2}{2(2-x)}$ $=\frac{3(2-x)}{2}$
6) $\frac{15(x-3)^3}{5(3-x)^2}$ $=3(x-3)$
7) $\frac{a(x-2y)}{b(2y-x)}$ $=-\frac{a}{b}$
8) $-\frac{7b-14b^2}{42b^2-21b}$ $=\frac{1}{3}$
9) $\frac{6x(x-y)}{2x^3(y-x)}$ $=-\frac{3}{x^2}$

3. Сократить дробь

1) $\frac{(x-y)^2}{(y-x)^2}$ $=1$
2) $\frac{(-a-b)^2}{a+b}$ $=a+b$
3) $\frac{a-b}{(b-a)^2}$ $=\frac{1}{a-b}$
4) $\frac{(a+b)^2}{(-a-b)^2}$ $=1$
5) $\frac{(2a-2b)^2}{a-b}$ $=4(a-b)$
6) $\frac{(2x+2y)^2}{(3y+3x)^2}$ $=\frac{4}{9}$
7) $\frac{(3y+12x)^2}{y+4x}$ $=9(y+4x)$
8) $\frac{(-3x-6y)^2}{5x+10y}$ $=\frac{9(x+2y)}{5}$
9) $\frac{8a^2-2b^2}{(8a+4b)^2}$ $=\frac{2a-b}{8(2a+b)}$

4. Сократить дробь

1) $\frac{2x+2y}{4}$ $=\frac{x+y}{2}$
2) $\frac{3x+12y}{6xy}$ $=\frac{x+4}{2xy}$
3) $\frac{15a-20b}{10a}$ $=\frac{3a-4b}{2a}$
4) $\frac{2x-4}{3(x-2)}$ $=\frac{2}{3}$
5) $\frac{5x+25}{3x+15}$ $=\frac{3}{5}$
6) $\frac{2a-2b}{4a-4b}$ $=\frac{1}{2}$
7) $\frac{4x-4y}{8xy}$ $=\frac{x-y}{2xy}$
8) $\frac{ax-bx}{cx+dx}$ $=\frac{a-b}{c+d}$
9) $\frac{xc+yc}{ac+bc}$ $=\frac{x+y}{a+b}$
10) $\frac{x^2}{x^2+xy}$ $=\frac{x}{x+y}$
11) $\frac{xy}{x-xy}$ $=\frac{y}{1-y}$
12) $\frac{x^2y}{x^2y-xy^2}$ $=\frac{x}{x-y}$
13) $\frac{ax^2-bx^2}{x^2y+x^3}$ $=\frac{a-b}{y+x}$
14) $\frac{x^2-x}{ax-bx}$ $=\frac{x-1}{a-b}$
15) $\frac{x^3-x^2y}{2x^2y+2x^2}$ $=\frac{x-y}{2(y+1)}$

5. Сократить дробь

1) $\frac{a^6+a^4}{a^4+a^2}$ $=a^2$
2) $\frac{y^6-y^8}{y^2-y^4}$ $=\frac{1}{y^4}$
3) $\frac{x^7-x^{10}}{x^5-x^2}$ $=-x^5$
4) $\frac{y^6-y^4}{y^3-y}$ $=y^3$
5) $\frac{2x^5+2x^7}{4x+4x^3}$ $=\frac{x^4}{2}$
6) $\frac{6x^8-2x^5}{3x^5-x^2}$ $=2x^3$
7) $\frac{10x^2y-2xy}{5x^3y^2-x^2y}$ $=\frac{2}{x}$
8) $\frac{15a^4-3a^2}{2a^4-10a^6}$ $=-\frac{3}{2a^2}$
9) $\frac{-3x^7-3x^6}{-5x^5-5x^4}$ $=\frac{3x^2}{5}$

6. Сократить дробь

1) $\frac{a^2-b^2}{a+b}$ $=a-b$
2) $\frac{x-1}{x^2-1}$ $=\frac{1}{x+1}$
3) $\frac{x^2-y^2}{3x+3y}$ $=\frac{x-y}{3}$
4) $\frac{xa+xb}{a^2-b^2}$ $=\frac{x}{a-b}$
5) $\frac{x^2-2x+1}{x^2-1}$ $=\frac{x-1}{x+1}$
6) $\frac{a^2-b^2}{b^2+2ab+a^2}$ $=\frac{a-b}{a+b}$
7) $\frac{x^2-y^2}{(y-x)^2}$ $=\frac{x+y}{x-y}$
8) $\frac{a-a^2}{a^2-1}$ $=-\frac{a}{a+1}$
9) $\frac{x^2+x}{x^3-x}$ $=\frac{1}{x-1}$
10) $\frac{y^3-2y^2}{4-y^2}$ $=-\frac{y^2}{2+y}$
11) $\frac{3m-3n}{m^3-n^3}$ $=\frac{3}{m^2+mn+n^2}$
12) $\frac{1-a^3}{1+a+a^2}$ $=\frac{?}{?}$
13) $\frac{x^3-y^3}{x^2-y^2}$ $=\frac{?}{?}$
14) $\frac{3x^2-3x+3}{x^3+1}$ $=\frac{?}{?}$
15) $\frac{a^2-4a+4}{a^2-4}$ $=\frac{?}{?}$
16) $\frac{3m^2+6mn+3n^2}{12n^2-12m^2}$ $=\frac{?}{?}$
17) $\frac{x^2-y^2}{y^3-x^3}$ $=\frac{?}{?}$
18) $\frac{3a^3-3b^3}{6a^2-6b^2}$ $=\frac{?}{?}$
19) $\frac{9a^2-9b^2}{6a^3+6b^3}$ $=\frac{?}{?}$
20) $\frac{(x^3-y^3)(x+y)}{3x^2-3y^2}$ $=\frac{x^2+xy+y^2}{3}$

1.2 Сложение и вычитание дробей с одинаковыми знаменателями

1. Представьте в виде несократимой дроби

1) $\frac{x}{2}+\frac{y}{2}$ $=\frac{x+y}{2}$
2) $\frac{a}{7}-\frac{b}{7}$ $=\frac{a-b}{7}$
3) $\frac{3x}{5}+\frac{2y}{5}$ $=\frac{3x+2y}{5}$
4) $\frac{5x}{12}+\frac{2y}{12}$ $=\frac{5x+2y}{12}$
5) $\frac{x^2}{3}-\frac{x^3}{3}$ $=\frac{x^2-x^3}{3}$
6) $\frac{3x^2}{4}-\frac{x^2}{4}$ $=\frac{x^2}{2}$
7) $\frac{12x}{11}+\frac{9x}{11}+\frac{x}{11}$ $=2x$
8) $\frac{12x}{11}+\frac{9x}{11}+\frac{x}{11}$ $=2x$
9) $\frac{3ab}{5}+\frac{16ab}{5}-\frac{4ab}{5}$ $=3ab$
10) $\frac{x}{7}+\frac{2x}{7}+\frac{4x}{7}$ $=x$
11) $\frac{2a^3}{2}+\frac{3a^3}{2}+\frac{5a^3}{2}$ $=5a^3$
12) $\frac{0,2x}{5}+\frac{1,3x}{5}$ $=0,3x$

2. Представьте в виде несократимой дроби

1) $\frac{x-1}{3}+\frac{1}{3}$ $=\frac{x}{3}$
2) $\frac{2x}{7}-\frac{1-x}{7}$ $=\frac{3x-1}{7}$
3) $\frac{2k+m}{6}+\frac{3k}{6}$ $=\frac{5k+m}{6}$
4) $\frac{x}{2}-\frac{x-y}{2}$ $=\frac{y}{2}$
5) $\frac{2x+1}{3}+\frac{8-2x}{3}$ $=3$
6) $\frac{2k}{9}-\frac{k+1}{9}$ $=\frac{k-1}{9}$
7) $\frac{11x-8y}{13}+\frac{2x-5y}{13}$ $=x-y$
8) $\frac{7x^2+2x}{8}-\frac{3x^2-2x}{8}$ $=\frac{x^2}{2}$
9) $\frac{9a+3}{12}+\frac{9+3a}{12}$ $=a+1$

3. Представьте в виде несократимой дроби

1) $\frac{x^2}{9}+\frac{13x^2+7}{9}-\frac{5x^2+2}{9}$ $=x^2+1$
2) $\frac{2y^3-15x^2}{17}+\frac{19y^3-16x^2}{17}-\frac{x^2-13y^3}{17}$ $=2(y^3-x^2)$

4. Представьте в виде несократимой дроби

1) $\frac{1+a}{a}-\frac{1}{a}$ $=1$
2) $\frac{a}{x}+\frac{4}{x}$ $=\frac{a+4}{x}$
3) $\frac{3x^2}{5a}+\frac{2x^2}{5a}$ $=\frac{x^2}{a}$
4) $\frac{3x+7}{4b}-\frac{x-3}{4b}$ $=\frac{x+5}{2b}$
5) $\frac{x}{2a}-\frac{3x}{2a}$ $=-\frac{x}{a}$
6) $\frac{x+13}{x}+\frac{x-13}{x}$ $=1$
7) $\frac{3x+2}{5x}-\frac{2x+3}{5x}$ $=\frac{x+1}{x}$
8) $\frac{y^3-14}{y^2}-\frac{3y^3-14}{y^2}$ $=-2y$
9) $\frac{9x^2}{4a}-\frac{x^2}{4a}$ $=\frac{2x^2}{a}$

5. Представьте в виде дроби

1) $\frac{2}{x+y}+\frac{3}{x+y}$ $=\frac{5}{x+y}$
2) $\frac{2}{a-1}-\frac{1}{a-1}$ $=\frac{1}{a-1}$
3) $\frac{x+2}{a+b}+\frac{x-2}{a+b}$ $=\frac{2x}{a+b}$
4) $\frac{a+1}{a+b}-\frac{4-a}{a+b}$ $=\frac{2a-3}{a+b}$
5) $\frac{x+3}{2x+7}+\frac{x+4}{2x+7}$ $=1$
6) $\frac{2x+1}{2x-3}+\frac{2x-7}{2x-3}$ $=2$

7) $\frac{7a-1}{a+2}-\frac{7-a}{a+2}$ $=\frac{?}{?}$

8) $\frac{12x^2+1}{x+1}-\frac{12x^2-4x-3}{x+1}$ $=4$

9) $\frac{x^2+x}{y+12}-\frac{x+14}{y+12}$ $=\frac{?}{?}$

10) $\frac{x-1}{2a+2}+\frac{13-x}{2a+2}$ $=\frac{6}{a+1}$

11) $\frac{2x-3y}{5x+y}+\frac{7x+3y}{5x+y}$ $=\frac{9x}{5x+y}$

12) $\frac{7a^3+b^2}{3a-b}-\frac{a^3-3b^2}{3a-b}$ $=\frac{6a^3+4b^2}{3a-b}$

1.3 Сложение и вычитание дробей с разными знаменателями

1. Представьте в виде дроби

1) $\frac{a}{3}+\frac{b}{2}$ $=\frac{?}{?}$

2) $\frac{x}{4}-\frac{y}{2}$ $=\frac{?}{?}$

3) $\frac{2x}{3}-\frac{4}{5}$ $=\frac{?}{?}$

4) $\frac{4y}{7}+\frac{2x}{5}$ $=\frac{?}{?}$

5) $\frac{3x}{4}+\frac{2x}{3}$ $=\frac{?}{?}$

6) $\frac{x^2}{4}-\frac{2x}{2}$ $=\frac{?}{?}$

7) $\frac{7x^2}{3}+\frac{13x^2}{5}$ $=\frac{?}{?}$

8) $\frac{6xy^2}{7}-\frac{5xy^2}{9}$ $=\frac{?}{?}$

2. Представьте в виде дроби

1) $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}$ $=\frac{a+b}{ab}$

2) $\frac{3}{x}-\frac{5}{y}$ $=\frac{3y-5x}{xy}$

3) $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}$ $=\frac{bx+ay}{?ab}$

4) $\frac{5a}{7}-\frac{b}{x}$ $=\frac{?}{?}$

5) $\frac{1}{2x}+\frac{1}{3}$ $=\frac{?}{?}$

6) $\frac{1}{x}-\frac{1}{xy}$ $=\frac{y-1}{xy}$

7) $\frac{4}{5x}+\frac{2}{3x}$ $=\frac{?}{?}$

8) $\frac{4x}{3y}-\frac{y}{3x}$ $=y$

3. Представьте в виде дроби

1) $\frac{16}{4-a}-\frac{a^2}{4-a}$ $=4+a$

2) $\frac{49}{x+7}-\frac{x^2}{x+7}$ $=x-7$

3) $\frac{5x-1}{x^2-y^2}-\frac{5y-1}{x^2-y^2}$ $=\frac{5}{x+y}$

4) $\frac{11}{b^2-64}+\frac{b-3}{b^2-64}$ $=\frac{1}{b-8}$

5) $\frac{2x+y}{(x-y)^2}+\frac{2y-5x}{(x-y)^2}$ $=\frac{3}{y-x}$

6) $\frac{15x+7y}{(x+y)^2}-\frac{13x+5y}{(x+y)^2}$ $=\frac{2}{x+y}$

4. Представьте в виде дроби

1) $\frac{a}{b-1}+\frac{6}{1-b}$ $=\frac{?}{?}$

2) $\frac{x}{2-c}-\frac{11}{c-2}$ $=\frac{?}{?}$

3) $\frac{2x}{a-b}+\frac{2y}{b-a}$ $=\frac{?}{?}$

4) $\frac{5m}{2x-m}+\frac{10x}{m-2x}$ $=\frac{?}{?}$

5) $\frac{x^2+16}{a-4}+\frac{8x}{4-a}$ $=\frac{?}{?}$

6) $\frac{x^2+9y^2}{x-3y}+\frac{6xy}{3y-x}$ $=\frac{?}{?}$

7) $\frac{9a}{a-b}+\frac{4b}{b-a}$ $=\frac{?}{?}$

8) $\frac{4x}{x-b}-\frac{4y}{b-x}$ $=\frac{?}{?}$

9) $\frac{a-3}{a-1}-\frac{2}{1-a}$ $=1$

10) $\frac{x}{2x-1}+\frac{3x-1}{1-2x}$ $=\frac{?}{?}$

11) $\frac{m}{m^2-9}+\frac{3}{9-m^2}$ $=\frac{?}{?}$

12) $\frac{x^2}{x-1}+\frac{1}{1-x}$ $=x+1$

5. Представьте в виде дроби

1) $\frac{5x-3}{6x}+\frac{x+2}{4x}$ $=\frac{?}{?}$

2) $\frac{2b}{mx}-\frac{5b}{nx}$ $=\frac{?}{?}$

3) $\frac{2a-3b}{m}+\frac{4a-5b^2}{mb}$ $=\frac{?}{?}$

4) $\frac{x-y}{xy}-\frac{x-k}{xk}$ $=\frac{?}{?}$

5) $\frac{15x-y}{12x}-\frac{x-4y}{9x}$ $=\frac{?}{?}$

6) $\frac{7a+4}{8p}-\frac{3a-4}{6p}$ $=\frac{?}{?}$

6. Представьте в виде дроби

1) $\frac{x}{y^2}-\frac{1}{y}$ $=\frac{?}{?}$

2) $\frac{2}{x^2}-\frac{5}{x^3}$ $=\frac{?}{?}$

3) $\frac{1-a}{a^4}+\frac{1}{a^3}$ $=\frac{?}{?}$

4) $\frac{8}{b^6}-\frac{2b}{b^4}$ $=\frac{?}{?}$

5) $\frac{1}{3a^7}+\frac{2-a^2}{a^9}$ $=\frac{?}{?}$

6) $\frac{x+y}{x^2}+\frac{x-y}{xy}$ $=\frac{?}{?}$

7) $\frac{1}{a^3b^2}+\frac{1}{a^2b^3}$ $=\frac{a+b}{a^3b^3}$

8) $\frac{5}{a^3b^5}-\frac{2}{a^6b^2}$ $=\frac{?}{?}$

9) $\frac{2x-3y}{x^2y}+\frac{4x-5y}{xy^2}$ $=\frac{?}{?}$

10) $\frac{x-3y}{xy^2}-\frac{3y-x}{x^2y}$ $=\frac{?}{?}$

11) $\frac{3}{a^4b^3c^2}-\frac{2}{ab^5c^3}$ $=\frac{?}{?}$

12) $\frac{x^4y^2}{2a^4b^2}+\frac{3xy^3}{a^3b^3}$ $=\frac{?}{?}$

7. Представьте в виде дроби

1) $\dfrac{2xy-1}{4x^3}-\dfrac{3y-x}{6x^2}$ $=\frac{?}{?}$ 2) $\dfrac{1-y^2}{3xy}+\dfrac{2y^3-1}{6xy^2}$ $=\frac{?}{?}$ 3) $\dfrac{3}{5a^3}-\dfrac{3}{5a^2}$ $=\frac{?}{?}$ 4) $\dfrac{a^2}{6x^5}+\dfrac{a}{3x^6}$ $=\frac{?}{?}$

8. Представьте в виде дроби

1) $2-\dfrac{5}{x-3}$ $=\frac{?}{?}$
2) $1+\dfrac{(a-b)}{a+b}$ $=\frac{?}{?}$
3) $1-\dfrac{x}{5}-\dfrac{y}{4}$ $=\frac{?}{?}$
4) $15-\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}$ $=\frac{?}{?}$
5) $3x-\dfrac{x-1}{4}-\dfrac{x+2}{3}$ $=\frac{?}{?}$
6) $\dfrac{a+b}{3}-a+b$ $=\frac{?}{?}$
7) $\dfrac{x-3}{4}-1-\dfrac{x-4}{3}$ $=\frac{?}{?}$
8) $a+b-\dfrac{a^2+b^2}{a}$ $=\frac{?}{?}$
9) $\dfrac{a^2+b^2}{a+b}+a-b$ $=\frac{?}{?}$
10) $\dfrac{(x+y)^2}{y}-2x$ $=\frac{?}{?}$
11) $\dfrac{(a-b)^2}{2a}+b$ $=\frac{?}{?}$
12) $a-b-\dfrac{a^2+b^2}{b}$ $=\frac{?}{?}$

9. Представьте в виде дроби

1) $x-\dfrac{x-y}{2}+\dfrac{x+y}{4}$ $=\frac{?}{?}$
2) $\dfrac{2}{a}-3-\dfrac{6}{a}$ $=\frac{?}{?}$
3) $5-\dfrac{2m-n}{4}+\dfrac{m+5n}{12}$ $=\frac{?}{?}$
4) $\dfrac{4x-2y}{7}-\dfrac{y+5x}{2}-2$ $=\frac{?}{?}$

10. Представьте в виде дроби

1) $\dfrac{3x}{5(x+y)}-\dfrac{2y}{3(x+y)}$ $=\frac{?}{?}$
2) $\dfrac{a^2}{5(a-b)}-\dfrac{b^3}{4(a-b)}$ $=\frac{?}{?}$
3) $\dfrac{1}{2x-2}+\dfrac{2}{5x-5}$ $=\frac{?}{?}$
4) $\dfrac{7x}{3x+3}-\dfrac{x}{9x+9}$ $=\frac{?}{?}$
5) $\dfrac{2a}{4x+4y}+\dfrac{4b}{8x+8y}$ $=\frac{?}{?}$
6) $\dfrac{2m}{ax+bx}+\dfrac{3y}{ay+by}$ $=\frac{?}{?}$
7) $\dfrac{5x}{10a-10b}-\dfrac{3x}{15a-15b}$ $=\frac{?}{?}$
8) $\dfrac{y}{ax-bx}-\dfrac{x}{ay-by}$ $=\frac{?}{?}$
9) $\dfrac{1}{2x^2y-xy}+\dfrac{2}{y-2xy}$ $=\frac{?}{?}$
10) $\dfrac{3}{3m^2n-6mn^2}-\dfrac{2}{4mn-2m^2}$ $=\frac{?}{?}$
11) $\dfrac{15}{x^3y-15x^2y^2}-\dfrac{6y}{9xy^3-6x^2y^2}$ $=\frac{?}{?}$
12) $\dfrac{3b}{2a^3b-8a^2b^2}-\dfrac{5a}{12a^3b-3a^4}$ $=\frac{?}{?}$

11. Представьте в виде дроби

1) $\dfrac{num}{den}$ $=\frac{?}{?}$

1.4 Произведение дробей

1. $\dfrac{7b^4}{5c^5y}\cdot\dfrac{18c^4y^3}{35b^4c}$ $=\frac{2y^2}{5c^2}$ 2. $\left(\dfrac{xy}{ab}\right)^2\cdot\dfrac{xab}{y^2}$ $=\frac{x^3}{ab}$

1. Упростить выражение:

1) $\dfrac{x^2-10x+25}{3x+12}\cdot\dfrac{x^2-16}{2x-10}$ при $x=-1$
2) $\left(\dfrac{b}{a}-\dfrac{a}{b}\right)\cdot\dfrac{1}{b+a}$ при $a=1,\ b=\dfrac{1}{3}$

2 Упрощение тригонометрических выражений