

Тригонометрия. Решение иррациональных уравнений.

1. (2 балла) Вычислите:

а) $4 \cos 45^\circ \cdot \operatorname{ctg} 60^\circ \operatorname{tg} 60^\circ - 3 \sin 45^\circ$

б) $\frac{1 - 2 \sin^2 60^\circ}{2 \cos^2 60^\circ - 1}$

в) $2 \cos 30^\circ - \operatorname{ctg} 45^\circ + \sin^2 60^\circ + \operatorname{ctg}^2 60^\circ$

г) $\frac{\sin^{20} 60^\circ \cdot \operatorname{tg}^{10} 30^\circ}{\sin^{25} 30^\circ \cdot \operatorname{ctg}^5 30^\circ}$

д) $\frac{\sin^3 60^\circ \operatorname{tg} 30^\circ}{8 \cos 60^\circ - 2 \cos 30^\circ \cdot \operatorname{ctg} 30^\circ}$

2. (1 балл) Известно, что $\cos \beta = 0,5$. Верно ли, что $\beta = 300^\circ$? Объясните почему.

3. (2 балла) Вычислите:

а) $\sqrt{6} \sin 120^\circ \cos 315^\circ$

в) $\frac{3 \sin 120^\circ + 2 \cos 150^\circ}{\operatorname{tg} 210^\circ + \operatorname{ctg} 210^\circ}$

б) $\sin 225^\circ \cos 120^\circ \operatorname{tg} 330^\circ \operatorname{ctg} 240^\circ$

г) $(\sin 300^\circ)^{-2} + 4 \operatorname{tg} 300^\circ \cdot \sin 300^\circ$

4. (1 балл) Укажите наибольшее и наименьшее значение выражения:

а) $1 + \sin \alpha$

в) $-|\sin \alpha|$

б) $2 \cos^2 \alpha - 1$

г) $|3 + 4 \sin \alpha|$

5. (1 балл) Вычислите значение выражения:

$$\sin(-300^\circ) \cdot \cos(-135^\circ) \cdot \operatorname{tg}(-210^\circ) \cdot \operatorname{ctg}(-120^\circ)$$

6. (2 балла) Решить уравнение:

а) $x - 3\sqrt{x-1} + 1 = 0$

б) $(x^2 - 2x + 8)\sqrt{x^2 - x - 6} = 0$

в) $\sqrt{-2x-1} = \sqrt{x^2-36}$

г) $\sqrt{x-3} + \sqrt{6-x} = \sqrt{3}$

7. (1 балл) Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x + \frac{3}{y} = -1, \\ \frac{x}{y} = -\frac{2}{3} \end{cases}$$