

Шахмейстер. Корни.

1. Вычислите:

$$1) \sqrt{\frac{9}{32}} - \frac{1}{35}\sqrt{392} + \frac{1}{2400}\sqrt{97^2 - 47^2}$$

$$2) \sqrt{(36,5^2 - 27,5^2) : \left(\frac{57^3 + 33^3}{90} - 57 \cdot 33\right)}$$

$$3) \sqrt{74,5^3 - 74,5^2 \cdot 69,5 - 74,5 \cdot 69,5^2 + 69,5^3}$$

$$4) \sqrt{2 + \sqrt{\frac{68(32^2 - 15^2)}{47}}}$$

$$5) \sqrt{\sqrt{63} - 7\sqrt{1,75} - 0,5\sqrt{343} + \sqrt{112}}$$

$$6) \frac{(7\sqrt{27} - 7\sqrt{8})(\sqrt{27} + \sqrt{8})}{27^2 - 64}$$

$$7) \sqrt{\frac{5\sqrt{5} - 2\sqrt{2}}{\sqrt{5} - \sqrt{2}}} + \sqrt{10} \cdot (\sqrt{5} - \sqrt{2})$$

$$8) \sqrt{\frac{(\sqrt{3} + \sqrt{7})(\sqrt{18} + \sqrt{2})^2}{\sqrt{12} + \sqrt{28}}}$$

$$9) \frac{(4\sqrt{7} + \sqrt{32})^2}{18 + 2\sqrt{56}}$$

$$10) \frac{(\sqrt{17} - 2)(\sqrt{34} + \sqrt{8} + \sqrt{17} + 2)}{\sqrt{2} + 1}$$

2. Вычислите наиболее рациональным способом:

$$1) \sqrt{1,25} + 1,5\sqrt{80} - \frac{1}{14}\sqrt{245} - \sqrt{180}$$

$$2) \sqrt{51,5^3 + 51,5^2 \cdot 26,5 - 51,5 \cdot 26,5^2 - 26,5^3}$$

$$3) \sqrt{\left(\frac{79^3 - 41^3}{38} + 79 \cdot 41\right) : (133,5^2 - 58,5^2)}$$

$$4) \sqrt{90 + \sqrt{\frac{31(57^2 - 26^2)}{83}}}$$

$$5) \sqrt{\sqrt{1\frac{1}{48}} + \frac{1}{66}\sqrt{363} - \frac{1}{68}\sqrt{158^2 - 131^2}}$$

$$6) \frac{(\sqrt{5} + \sqrt{2})(7 - \sqrt{10})(5\sqrt{5} - 2\sqrt{2})}{36^2 - 28^2}$$

$$\frac{27^2 + 2 \cdot 27 \cdot 5 + 5^2}{}$$

$$7) \frac{11(\sqrt{6} - \sqrt{3})^2}{12(3 - 2\sqrt{2})}$$

$$8) \sqrt{\frac{(\sqrt{8} + \sqrt{2})^2(\sqrt{6} - \sqrt{2})}{\sqrt{24} - \sqrt{8}}}$$

$$9) \frac{(\sqrt{3} - \sqrt{2})\sqrt{72}}{3(2\sqrt{6} - \sqrt{16})(\sqrt{16} + 1)}$$

$$10) \frac{(\sqrt{15} + \sqrt{3})(\sqrt{60} - \sqrt{12} - \sqrt{45} + 3)}{2 - \sqrt{3}}$$

3. Вычислите:

- 1) $(3\sqrt{3} + 2\sqrt{7} + \sqrt{21} + 6)(3\sqrt{3} + 2\sqrt{7} - \sqrt{21} - 6)$
- 2) $(9 - \sqrt{83})\sqrt{18\sqrt{83} + 164}$
- 3) $\frac{4}{\sqrt{5} - 3} + 3 + \sqrt{5}$
- 4) $\frac{2\sqrt{7} - 4}{1 + \sqrt{3}} + 6\sqrt{3} + 0,5(\sqrt{21} - 5)(\sqrt{7} + 3\sqrt{3}) - 2$
- 5) $\frac{9}{\sqrt{13} - 2} + \frac{3}{4 + \sqrt{13}}$
- 6) $\sqrt{4 + 2\sqrt{3}} + \sqrt{4 - 2\sqrt{3}}$
- 7) $\sqrt{7} - \sqrt{2} - \frac{5}{\sqrt{9 + 2\sqrt{14}}}$
- 8) Расположите числа в порядке убывания:
 $5\sqrt{\frac{7}{11}}; \sqrt{17}; \frac{1}{2}\sqrt{62}$
- 9) Что меньше: $(\sqrt{7} - 1)$ или $\sqrt{3}$?
- 10) Что больше: $\frac{1}{\sqrt{13} + \sqrt{11}}$ или $\frac{1}{\sqrt{14} + \sqrt{10}}$?

4. Сократите дробь:

- 1) $\frac{a - 4}{\sqrt{a} + 2}$
- 2) $\frac{b - 9}{\sqrt{b} - 3}$
- 3) $\frac{x\sqrt{x} + 27}{\sqrt{x} + 3}$
- 4) $\frac{\sqrt{y^3} - \sqrt{x^3}}{x + \sqrt{xy} + y}$
- 5) $\frac{x + 5\sqrt{x} + 6}{\sqrt{x} + 3}$

5. Вычислите:

- 1) $\frac{\sqrt{9\sqrt{2} + 4\sqrt{7}}}{2 + \sqrt{14}}$
- 2) $\left(\frac{12}{\sqrt{15} - 3} - \frac{28}{\sqrt{15} - 1} + \frac{1}{2 - \sqrt{3}}\right)(6 - \sqrt{3})$
- 3) $\sqrt{3 - \sqrt{5}}(\sqrt{10} - \sqrt{2})(\sqrt{5} + 3)$

$$4) \frac{1 + 2\sqrt{2}}{\sqrt{3 + 2\sqrt{2}}}$$

$$5) \sqrt{11 - 4\sqrt{7}} + \sqrt{16 - 6\sqrt{7}}$$

6. Выполните действия:

$$1) \left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} - \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} \right) \frac{a - b}{a} \text{ при } \begin{cases} a > 0, \\ b \geq 0, \\ a \neq b. \end{cases}$$

$$2) \frac{a}{\sqrt{ab} + a} + \frac{b}{\sqrt{ab} - b} - \frac{a}{a - b} \text{ при } \begin{cases} a > 0, \\ b > 0, \\ a \neq b. \end{cases}$$

$$3) \left(\sqrt{x} - \frac{\sqrt{xy} + y}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} \right) \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} + \frac{2\sqrt{xy}}{x - y} \right) \text{ при } \begin{cases} x \geq 0, \\ y \geq 0, \\ x \neq y. \end{cases}$$

$$4) \frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{a\sqrt{b} - b\sqrt{a}} - \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{a\sqrt{b} + b\sqrt{a}} - \frac{3}{a - b} \text{ при } \begin{cases} a > 0, \\ b > 0, \\ a \neq b. \end{cases}$$

$$5) \left(\frac{\sqrt{a^3} + \sqrt{b^3}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} - (a + b) \right) : \frac{\sqrt{b} - \sqrt{a}}{\sqrt{ab}} \text{ при } \begin{cases} a > 0, \\ b > 0, \\ a \neq b. \end{cases}$$

$$6) \frac{\left(\frac{a - b}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} \right)^3 + 2a\sqrt{a} + b\sqrt{b}}{3a^2 + 3b\sqrt{ab}} + \frac{\sqrt{ab} - a}{a\sqrt{a} - b\sqrt{a}} \text{ при } \begin{cases} a > 0, \\ b \geq 0, \\ a \neq b. \end{cases}$$

$$7) \frac{(a - b)^2}{\sqrt{a^3} - \sqrt{b^3}} + \frac{a^2 - b^2}{(\sqrt{a} + \sqrt{b})(a + \sqrt{ab} + b)} \text{ при } \begin{cases} a \geq 0, \\ b \geq 0, \\ a \neq b. \end{cases}$$

$$8) \left(\frac{1}{\sqrt{a} + \sqrt{a + 1}} + \frac{1}{\sqrt{a} - \sqrt{a - 1}} \right) : \left(1 + \sqrt{\frac{a + 1}{a - 1}} \right) \text{ при } a > 1$$

$$9) \frac{x^2 + 4}{x\sqrt{4 + \left(\frac{x^2 - 4}{2x} \right)^2}}$$

$$10) \frac{\sqrt{x - 2\sqrt{x - 1}}}{\sqrt{x - 1} - 1}$$

7. Выполните действия и упростите:

$$1) \left(\frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 1} - \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} + 1} + 4\sqrt{x} \right) \left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right)$$

$$2) \left(\frac{\sqrt{x^2 - 4} - x}{\sqrt{x^2 - 4} + x} - \frac{\sqrt{x^2 - 4} + x}{\sqrt{x^2 - 4} - x} \right) : \sqrt{\frac{x^2 - 4}{x}}$$

$$3) \left(\frac{\sqrt{x^3} - \sqrt{y^3}}{\sqrt{x} - \sqrt{y} - (x + y)} \right) \cdot \sqrt{xy}$$

$$4) \left(\frac{(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 - (2\sqrt{a})^2}{a - b} - (\sqrt{a} - \sqrt{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b})^{-1} \right) : \frac{4(\sqrt{a})^3}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}$$

$$5) \left(\frac{\sqrt{1+x}}{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}} + \frac{1-x}{\sqrt{1-x^2} - 1+x} \right) \left(\sqrt{\frac{1}{x^2} - 1} - \frac{1}{x} \right)$$

$$6) \left(\frac{4a - \frac{9}{a}}{2\sqrt{a} - \frac{3}{\sqrt{a}}} + \frac{a - 4 + \frac{3}{a}}{\sqrt{a} - \frac{1}{\sqrt{a}}} \right)^2$$

$$7) \frac{a\sqrt{a} + b\sqrt{b}}{(\sqrt{a} + \sqrt{b})(a - b)} + \frac{2\sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} - \frac{\sqrt{ab}}{a - b}$$

$$8) \frac{\sqrt{(x+2)^2 - 8x}}{\sqrt{x} - \frac{2}{\sqrt{x}}}$$

$$9) \left(\frac{\sqrt{x-a}}{\sqrt{x+a} + \sqrt{x-a}} + \frac{\sqrt{x-a}}{\sqrt{x+a} - \sqrt{x-a}} \right) : \sqrt{\frac{x^2}{a^2} - 1} \text{ при } x > a > 0$$

$$10) \sqrt{\frac{a-b}{a+b}} + \frac{2a\sqrt{a^2-b^2}}{b^2(ab^{-1}+1)^2} \cdot \frac{1}{1 + \frac{1-ba^{-1}}{1+ba^{-1}}}$$