1 Рассмотрите прямоугольный треугольник с острым углом, равным x, и гипотенузой, равной 1:

1) Чему равны катеты такого треугольника?

2) Чему будут равны катеты, если гипотенуза будет равна c?

3) Запишите теорему Пифагора для данного треугольника с гипотенузой, равной 1 (Основное тригонометрическое тождество);

4) Убедитесь, что если гипотенуза будет равна c, то ОТТ (основное тригонометрическое тождество) выполняется;

5) Убедитесь, что при любом значении гипотенузы: $\operatorname{tg} x = \dfrac{\sin x}{\cos x}$ и $\operatorname{ctg} x = \dfrac{\cos x}{\sin x}$.

2 Рассмотрите прямоугольный треугольник с углом 30° и гипотенузой равной 1:

1) Найдите катеты этого треугольника;

2) Вычислите sin, cos, tg, ctg углов 30° и 60°;

3) Сделайте то же самое для треугольника с углом 30° и гипотенузой равной 3. Что можно сказать про sin, cos, tg, ctg углов 30° и 60°?

3 Проделать те же действия для прямоугольного треугольника с углом 45° и гипотенузой равной 1.

4 Вычислить значения тангенса и котангенса с теми же самыми аргументами.

5 Записать все получившиеся значения для sin, cos, tg, ctg углов 30°, 45° и 60° в таблицу.

6 *Расширенное понятие синуса и косинуса:*

$\boldsymbol{\cos x}$ — абсцисса точки на единичной окружности, соответствующей углу x.
$\boldsymbol{\sin x}$ — ордината точки на единичной окружности, соответствующей углу x.

7 Вычислить:

$$\sin 90^\circ;\ \sin 270^\circ;\ \sin 180^\circ;\ \cos 0^\circ;\ \cos 360^\circ;\ \sin(-90^\circ);\ \sin 720^\circ;\ \sin 0^\circ;\ \cos 900^\circ$$

8 Выяснить, почему при $n \in Z$:

1) $\sin(x + 360^\circ \cdot n) = \sin x$;

2) $\cos(x + 360^\circ \cdot n) = \cos x$;

3) $\operatorname{tg}(x + 360^\circ \cdot n) = \operatorname{tg} x$;

4) $\operatorname{ctg}(x + 360^\circ \cdot n) = \operatorname{ctg} x$.

9 Доказать геометрическим способом, что:

1) $\sin(-x) = -\sin x$;

2) $\cos(-x) = \cos x$;

3) $\sin(180 - x) = \sin x$;

4) $\cos(180 - x) = -\cos x$;

5) $\sin(180 + x) = -\sin x$;

6) $\cos(180 + x) = -\cos x$.

1 **Формулы с прошлого урока:**

1) $\sin(-x) = -\sin x$;
2) $\cos(-x) = \cos x$;
3) $\sin(180 - x) = \sin x$;
4) $\cos(180 - x) = -\cos x$;
5) $\sin(180 + x) = -\sin x$;
6) $\cos(180 + x) = -\cos x$.

2 Вычислить:

1) $\cos 120°$
2) $\cos 150°$
3) $\sin 225°$
4) $\sin(-135°)$
5) $\cos 225°$
6) $\mathrm{tg}(-120°)$
7) $\cos 405°$
8) $\sin 540°$
9) $\cos(-510°)$
10) $\sin(-450°)$

3 **Формулы суммы/разности синуса или косинуса:**

1) $\sin(x + y) = \sin x \cos y + \sin y \cos x$
2) $\sin(x - y) = \sin x \cos y - \sin y \cos x$
3) $\cos(x + y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$
4) $\cos(x - y) = \cos x \cos y + \sin x \sin y$

4 Упростить с помощью данных формул:

1) $\sin(90 + x)$
2) $\sin(90 - x)$
3) $\sin(180 + x)$
4) $\sin(180 - x)$
5) $\sin(270 + x)$
6) $\sin(270 - x)$
7) $\sin(360 + x)$
8) $\sin(360 - x)$

5 Упростить с помощью данных формул:

1) $\cos(90 + x)$
2) $\cos(90 - x)$
3) $\cos(180 + x)$
4) $\cos(180 - x)$
5) $\cos(270 + x)$
6) $\cos(270 - x)$
7) $\cos(360 + x)$
8) $\cos(360 - x)$

6 Вычислить:

1) $\sin 300°$
2) $\cos 240°$
3) $\mathrm{tg}\, 330°$
4) $\cos 120°$
5) $\sin 390°$
6) $\cos 495°$
7) $\cos(-780°)$
8) $\sin(-300°)$
9) $\mathrm{tg}(-225°)$
10) $\sin(-1200°)$

7 Вычислить:

1) $\dfrac{16 \cos 35°}{\sin 55°}$.
2) $7\, \mathrm{tg}\, 9° \,\mathrm{tg}\, 81°$
3) $-4\sqrt{3} \cos(-750°)$
4) $\dfrac{14 \sin 409°}{\sin 49°}$

8 Вычислить:

1) $\dfrac{51 \cos 4°}{\sin 86°} + \dfrac{\sqrt{3}}{2} \cdot \dfrac{\sin 60°}{3}$
2) $\dfrac{32 \cos 116°}{\sin 64°} + \dfrac{25 \cos 29°}{\sin 61°}$

9 При температуре $0°$ рельс имеет длину $l_0 = 12,5$м. При возрастании температуры происходит тепловое расширение рельса, и его длина, выраженная в метрах, меняется по закону $l(t°) = l_0(1 + \alpha \cdot t°)$, где $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} (°C)^{-1}$ – коэффициент теплового расширения, $t°$ – температура (в градусах Цельсия). При какой температуре рельс удлинится на 6 мм? Ответ выразите в градусах Цельсия.

10 Из пункта A в пункт B одновременно выехали два автомобиля. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью 24км/ч, а вторую половину пути – со скоростью, на 16 км/ч больше скорости первого, в результате чего прибыл в пункт B одновременно с первым автомобилем. Найдите скорость первого автомобиля. Ответ дайте в км/ч.

1 Из пункта A в пункт B одновременно выехали два автомобиля. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью 72км/ч, а вторую половину пути – со скоростью, на 10 км/ч больше скорости первого, в результате чего прибыл в пункт B одновременно с первым автомобилем. Найдите скорость первого автомобиля. Ответ дайте в км/ч.

2 Вычислить:

1) $\sqrt{7+4\sqrt{3}}\cdot\sqrt{7-4\sqrt{3}}$

2) $\dfrac{1}{11-2\sqrt{30}}-\dfrac{1}{11+2\sqrt{30}}$

1 **Формулы суммы/разности синуса или косинуса:**

1) $\sin(x+y) = \sin x \cos y + \sin y \cos x$
2) $\sin(x-y) = \sin x \cos y - \sin y \cos x$
3) $\cos(x+y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$
4) $\cos(x-y) = \cos x \cos y + \sin x \sin y$

2 Вычислить через формулы суммы/разности:

$$\sin 150^\circ;\ \cos 135^\circ;\ \sin 225^\circ;\ \cos(-120^\circ);\ \cos 330^\circ;\ \operatorname{tg}(-150^\circ);\ \sin(-225^\circ);\ \cos 300^\circ;\ \sin(-315^\circ)$$

3 **Метод приведения аргумента тригонометрических функций:**

0) Выносим минус за знак аргумента;

1) "Убираем" полные круги из аргумента *(в будущем не обязательно);*

2) Представляем аргумент в виде суммы/разности так, чтобы одно слагаемое было кратно 90, а другое было табличным значением (30°; 45°; 60°);

3) Определяем четверть аргумента *(меньшее слагаемое всегда принимаем за острый угол);*

4) Определяем знак функции в этой четверти;

5) Меняем или оставляем название тригонометрической функции (0°; 180° — не меняем название функции; 90°; 270° — меняем название функции на противоположное).

4 Вычислить с помощью метода приведения:

$$\sin 135^\circ;\ \cos 240^\circ;\ \sin 390^\circ;\ \operatorname{tg} 150^\circ;\ \operatorname{ctg} 220^\circ;\ \sin(-220^\circ);\ \operatorname{tg} 840^\circ;\ \cos(-240^\circ);\ \sin 315^\circ$$

Определение 1 *Радиан — центральный угол, который опирается на дугу, равную радиусу данной окружности.*

Определение 2 *Число π — отношение длины окружности к ее диаметру. Или иначе отношение половины длины окружности к ее радиусу.*

Таким образом можно сделать вывод, что в половине окружности радиус умещается π раз, а значит развернутый угол равен π радиан (т.е. π радиан $= 180^\circ$).

1) 1 градус $= \dfrac{\pi}{180}$ радиан;

2) 1 радиан $= \dfrac{180}{\pi}$ градусов (по факту всегда вместо π подставляем 180°).

5 Перевести градусы в радианы:

1) 90°	4) 45°	7) 270°	10) 330°	13) 810°
2) 120°	5) 30°	8) 360°	11) 390°	14) 210°
3) 60°	6) 210°	9) 225°	12) 150°	15) 300°

6 Перевести радианы в градусы:

1) $\frac{\pi}{2}$	4) $\frac{7\pi}{6}$	7) $\frac{11\pi}{3}$	10) $\frac{45\pi}{6}$	13) $\frac{55\pi}{4}$
2) $\frac{3\pi}{2}$	5) $\frac{14\pi}{2}$	8) $\frac{5\pi}{3}$	11) $\frac{7\pi}{4}$	14) $\frac{15\pi}{5}$
3) $\frac{5\pi}{4}$	6) $\frac{36\pi}{9}$	9) $\frac{9\pi}{3}$	12) $\frac{13\pi}{6}$	15) $\frac{21\pi}{4}$

7 Вычислить с помощью метода приведения:

$$\cos\frac{5\pi}{4};\ \sin\frac{7\pi}{3};\ \sin\frac{3\pi}{2};\ \sin\left(-\frac{5\pi}{3}\right);\ \cos\frac{7\pi}{6};\ \sin\frac{13\pi}{4};\ \sin\left(-\frac{7\pi}{6}\right);\ \cos\frac{21\pi}{4};\ \operatorname{tg}\frac{16\pi}{6};\ \operatorname{ctg}\frac{11\pi}{4}$$

1 **Формулы суммы/разности синуса или косинуса:**

1) $\sin(x+y) = \sin x \cos y + \sin y \cos x$
2) $\sin(x-y) = \sin x \cos y - \sin y \cos x$
3) $\cos(x+y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$
4) $\cos(x-y) = \cos x \cos y + \sin x \sin y$

2 Вычислить через формулы суммы/разности:

$\sin 150°;\ \cos 135°;\ \sin 225°;\ \cos(-120°);\ \cos 330°;\ \operatorname{tg}(-150°);\ \sin(-225°);\ \cos 300°;\ \sin(-315°)$

3 **Метод приведения аргумента тригонометрических функций:**

0) Выносим минус за знак аргумента;

1) "Убираем" полные круги из аргумента *(в будущем не обязательно);*

2) Представляем аргумент в виде суммы/разности так, чтобы одно слагаемое было кратно 90, а другое было табличным значением (30°; 45°; 60°);

3) Определяем четверть аргумента *(меньшее слагаемое всегда принимаем за острый угол);*

4) Определяем знак функции в этой четверти;

5) Меняем или оставляем название тригонометрической функции (0°; 180° — не меняем название функции; 90°; 270° — меняем название функции на противоположное).

4 Вычислить с помощью метода приведения:

$\sin 135°;\ \cos 240°;\ \sin 390°;\ \operatorname{tg} 150°;\ \operatorname{ctg} 220°;\ \sin(-220°);\ \operatorname{tg} 840°;\ \cos(-240°);\ \sin 315°$

Определение 1 *Радиан — центральный угол, который опирается на дугу, равную радиусу данной окружности.*

Определение 2 *Число π — отношение длины окружности к ее диаметру. Или иначе отношение половины длины окружности к ее радиусу.*

Таким образом можно сделать вывод, что в половине окружности радиус умещается π раз, а значит развернутый угол равен π радиан (т.е. π радиан $= 180°$).

1) 1 градус $= \dfrac{\pi}{180}$ радиан;

2) 1 радиан $= \dfrac{180}{\pi}$ градусов (по факту всегда вместо π подставляем 180°).

5 Перевести градусы в радианы:

1) 90°	4) 45°	7) 270°	10) 330°	13) 810°
2) 120°	5) 30°	8) 360°	11) 390°	14) 210°
3) 60°	6) 210°	9) 225°	12) 150°	15) 300°

6 Перевести радианы в градусы:

1) $\frac{\pi}{2}$	4) $\frac{7\pi}{6}$	7) $\frac{11\pi}{3}$	10) $\frac{45\pi}{6}$	13) $\frac{55\pi}{4}$
2) $\frac{3\pi}{2}$	5) $\frac{14\pi}{2}$	8) $\frac{5\pi}{3}$	11) $\frac{7\pi}{4}$	14) $\frac{15\pi}{5}$
3) $\frac{5\pi}{4}$	6) $\frac{36\pi}{9}$	9) $\frac{9\pi}{3}$	12) $\frac{13\pi}{6}$	15) $\frac{21\pi}{4}$

7 Вычислить с помощью метода приведения:

$$\cos\frac{5\pi}{4};\ \sin\frac{7\pi}{3};\ \sin\frac{3\pi}{2};\ \sin\left(-\frac{5\pi}{3}\right);\ \cos\frac{7\pi}{6};\ \sin\frac{13\pi}{4};\ \sin\left(-\frac{7\pi}{6}\right);\ \cos\frac{21\pi}{4};\ \operatorname{tg}\frac{16\pi}{6};\ \operatorname{ctg}\frac{11\pi}{4}$$

1 Вычислить:

1) $2\sin 30^\circ - \sqrt{3}\sin 60^\circ \operatorname{ctg} 45^\circ \operatorname{tg} 30^\circ$

2) $\dfrac{6\sin 30^\circ \cos 30^\circ}{\cos^2 30^\circ - \sin^2 30^\circ}$

3) $-2\cos(-90^\circ) + 3\sin(-270^\circ)$

4) $\dfrac{\sqrt{3}}{\sin 60^\circ} + \dfrac{3}{\sin 30^\circ}$

2 Вычислить:

1) $\dfrac{-13\sin 126^\circ}{\sin 54^\circ}$

2) $\cos^2(-46^\circ) + \sin^2(-46^\circ)$

3) $\sin^2 23^\circ + 9 + \cos^2 23$

4) $\dfrac{2\sin^2 21^\circ + 2\cos^2 21^\circ}{4}$

3 Вычислить:

1) $\sin\dfrac{\pi}{3}\cos\dfrac{\pi}{4}\operatorname{tg}\dfrac{\pi}{6}$

2) $\cos\left(-\dfrac{\pi}{4}\right) + \sqrt{3}\sin\left(-\dfrac{\pi}{6}\right)$

3) $-\sin(-\pi) + 0,5\cos\left(\dfrac{\pi}{2}\right)$

4) $\sin\left(\dfrac{5\pi}{6}\right) + \cos\left(-\dfrac{2\pi}{3}\right)$

5) $\operatorname{tg}(-3\pi) + \dfrac{1}{2}\sin\left(\dfrac{7\pi}{4}\right)$

6) $\sin(-2\pi) + 2\cos^2(-\pi) + \operatorname{tg}(\pi)$

4 Вычислить:

1) $\sin 225^\circ \cos 120^\circ \operatorname{tg} 330^\circ \operatorname{ctg} 240^\circ$

2) $\sin\dfrac{7\pi}{4}\cos\dfrac{7\pi}{6}\operatorname{tg}\dfrac{5\pi}{3}\operatorname{ctg}\dfrac{4\pi}{3}$

3) $\sin(-300^\circ)\cos(-135^\circ)\operatorname{tg}(-210^\circ)$

4) $\cos\left(\dfrac{7\pi}{3}\right)\sin\left(-\dfrac{4\pi}{3}\right)\sin\dfrac{3\pi}{2}$

5 Упростить выражение:

1) $\operatorname{tg}\left(\dfrac{3\pi}{2} - x\right)\operatorname{tg}(\pi + x) - \cos\left(\dfrac{\pi}{2} + x\right)\sin(\pi + x)$

2) $\cos(3\pi - x) + \operatorname{ctg}(3.5\pi - x) + \cos\left(\dfrac{3\pi}{2} + x\right)\operatorname{ctg}(\pi + x)$

3) $\dfrac{\cos x}{1 + \sin x} + \operatorname{tg} x$

6 Упростить и найти значение выражения:

$$\cos\alpha, \quad \text{если } \sin\alpha = \frac{2\sqrt{6}}{5} \text{ и } \alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$$

7 Упростить и найти значение выражения:

$$\sin\alpha, \quad \text{если } \operatorname{tg}\alpha = \frac{5}{12} \text{ при } 180^\circ < \alpha < 270^\circ$$

1 Вычислить:

1) $\dfrac{\sqrt{3}}{\sin 60^\circ} + \dfrac{3}{\sin 30^\circ}$

2) $\dfrac{17 \sin 155^\circ}{\sin 25^\circ}$

3) $\dfrac{-2 \sin 105^\circ}{\cos 15^\circ}$

4) $\sin^2 15^\circ - 1 + \cos^2 15$

5) $-\sqrt{27} \cos 30^\circ - \sqrt{2} \sin 45^\circ \operatorname{ctg} 60^\circ \operatorname{tg} 60^\circ$

6) $\dfrac{9 \sin 45^\circ \cos 45^\circ}{\cos^2 45^\circ - \sin^2 45^\circ}$

2 Вычислить:

1) $\sin 240^\circ \sin 150^\circ \sin(-90)^\circ \operatorname{tg} 30^\circ$

2) $\cos(-300^\circ) \sin(-120^\circ) \operatorname{tg}(-150^\circ)$

3) $\sin \dfrac{5\pi}{4} \cos \dfrac{4\pi}{3} \operatorname{tg} \dfrac{2\pi}{3} \operatorname{ctg} \dfrac{3\pi}{4}$

4) $\cos\left(-\dfrac{5\pi}{3}\right) \sin\left(-\dfrac{5\pi}{2}\right) \sin \dfrac{3\pi}{2}$

3 Вычислить:

1) $\sin \dfrac{\pi}{4} \cos \dfrac{\pi}{6} \operatorname{tg} \dfrac{\pi}{3}$

2) $\cos\left(-\dfrac{\pi}{2}\right) + \sqrt{3} \sin\left(-\dfrac{\pi}{3}\right)$

3) $\sin(-2\pi) + 0,23 \cos\left(\dfrac{3\pi}{2}\right)$

4) $\sin\left(\dfrac{3\pi}{4}\right) + \cos\left(-\dfrac{5\pi}{6}\right)$

5) $\operatorname{ctg}\left(\dfrac{3\pi}{2}\right) + \dfrac{1}{\sqrt{2}} \sin\left(\dfrac{5\pi}{4}\right)$

6) $\sin(-2,5\pi) - (3\cos(-\pi))^2$

4 Упростить выражение:

1) $\operatorname{ctg}\left(\dfrac{3\pi}{2} + x\right) \operatorname{ctg}(\pi - x) - \operatorname{ctg}\left(\dfrac{\pi}{2} + x\right) \operatorname{tg}(2\pi + x)$

2) $\cos\left(\dfrac{3\pi}{2} + x\right) \sin x + \sin^2(3\pi + x) + \operatorname{tg}(5\pi + x) \operatorname{ctg} x$

3) $\dfrac{\sin x}{1 + \cos x} + \operatorname{ctg} x$

5 Найти значение выражения:

$$3\cos x, \quad \text{если } \sin x = -\frac{2\sqrt{2}}{3} \text{ и } x \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$$

6 Найти значение выражения:

$$\cos\alpha,\ \operatorname{tg}\alpha,\ \operatorname{ctg}\alpha \quad \sin\alpha = \frac{12}{13} \text{ и } \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$$