

**Занятие №3**

1. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$\sin |x| - a \cos x + a^2 = 0$$

имеет единственный корень на отрезке  $\left[\frac{3\pi}{4}; \frac{5\pi}{4}\right]$ .

0

2. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{(x+7)^4 + (a-5)^4} = |x+a+2| + |x-a+12|$$

имеет единственный корень.

3; 7

3. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$3^x + 3^{2-x} = a^2 - 6a + 11$$

имеет единственный корень.

1; 5

4. Найдите все значения параметра  $a$ , для каждого из которых существует единственная тройка  $(x; y; z)$  действительных чисел  $x, y, z$ , удовлетворяющая системе

$$\begin{cases} 3^x + 3^{\frac{1}{x}} = (a^2 - 1) + y^2 + 6, \\ |y|z^4 + 2z^2 - 4a^2z + a + 3 = 0. \end{cases}$$

-1

5. Найдите все значения параметра  $a$ , для каждого из которых система уравнений

$$\begin{cases} 2^{\ln y} = 4^{|x|}, \\ \log_2(x^4 y^2 + 2a^2) = \log_2(1 - ax^2 y^2) + 1. \end{cases}$$

имеет единственное решение. При найденных значениях  $a$  решите систему.

 $a = 1, (0; 1)$ 

6. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$(1 + a^2)x^6 + 3a^2x^4 + 2(1 - 6a)x^3 + 3a^2x^2 + a^2 + 1 = 0$$

имеет единственное решение.

 $-\frac{3}{2}; 0; \frac{1}{2}; 1$ 

7. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$(4x - x^2)^2 - 32\sqrt{4x - x^2} = a^2 - 14a$$

имеет хотя бы одно решение.

 $a \in [0; 6] \cup [8; 14]$

8. Найдите все пары  $(x; y)$  действительных чисел  $x$  и  $y$ , для каждой из которых выполняется равенство  $5^{|x-2|+2} = 13 - 12 \cos x$

$$\left(2; \frac{\pi}{2} + 2\pi n\right), n \in \mathbb{Z}$$

9. Найдите все значение параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$a^2 + 8|x| + 4 \log_2(5x^2 + 2) + 5x + 2|x - 2a|$$

имеет хотя бы один корень.

$$-2; 2$$

10. Найдите все значение параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$(1 + \sin x)^4 - 4 \sin x = 7 - a - a^2$$

не имеет решений.

$$a < -3, a > 2$$