

**Встреча №1**

- 1** Точка  $B$  лежит на отрезке  $AC$  длиной 5. Найдите расстояние между серединами отрезков  $AB$  и  $BC$ .
- 2** Найдите угол между биссектрисами двух смежных углов.
- 3** Две параллельные прямые пересечены третьей. Найдите угол между биссектрисами внутренних односторонних углов.
- 4** Медиана  $AM$  треугольника  $ABC$  перпендикулярна его биссектрисе  $BK$ . Найдите  $AB$ , если  $BC = 12$ .
- 5** Через данную точку проведите прямую, пересекающую две данные прямые под равными углами.
- 6** Две различные окружности пересекаются в точках  $A$  и  $B$ . Докажите, что прямая, проходящая через центры окружностей, делит отрезок  $AB$  пополам и перпендикулярна ему.
- 7** Биссектрисы  $BB_1$  и  $CC_1$  треугольника  $ABC$  пересекаются в точке  $M$ , биссектрисы  $B_1B_2$  и  $C_1C_2$  треугольника  $AB_1C_1$  пересекаются в точке  $N$ . Докажите, что точки  $A$ ,  $M$  и  $N$  лежат на одной прямой.
- 8** Докажите, что биссектриса внешнего угла при вершине равнобедренного треугольника параллельна основанию.
- 9** Постройте равнобедренный треугольник, если даны две прямые, на которых лежат биссектрисы его углов при вершине и при основании, и по точке на каждой из боковых сторон.
- 10** Постройте треугольник, если заданы сторона, противолежащий ей угол и сумма двух других сторон.
- 11** Один из углов треугольника равен  $\alpha$ . Найдите угол между биссектрисами двух других углов.
- 12** Один из углов треугольника равен  $\alpha$ . Найдите угол между высотами, проведенными из вершин двух других углов.
- 13** Угол треугольника равен сумме двух других его углов. Докажите, что треугольник прямоугольный.
- 14** Докажите, что если медиана равна половине стороны, к которой она проведена, то этот треугольник прямоугольный. Доказать обратное.
- 15** В треугольнике  $ABC$  угол  $\angle C = 30^\circ$  и  $AC = 10$ . Из вершины  $B$  провели медиану, которая равна 5. Найдите другие стороны треугольника.
- 16** Докажите, что если треугольник вписан в окружность и одна из его сторон – диаметр, то такой треугольник прямоугольный.
- 17** Постройте равнобедренный треугольник по основанию и радиусу описанной окружности.
- 18** Докажите, что центр окружности, описанной около прямоугольного треугольника, — середина гипотенузы.
- 19** Докажите, что, если в треугольнике один угол равен  $120^\circ$ , то треугольник, образованный основаниями его биссектрис, прямоугольный.

**Домашняя работа №1**

- 1** Точка  $K$  отрезка  $AB$ , равного 12, расположена на 5 ближе к  $A$ , чем к  $B$ . Найдите  $AK$  и  $BK$ .
- 2** Через вершины  $A$  и  $C$  треугольника  $ABC$  проведены прямые, перпендикулярные биссектрисе угла  $ABC$ , пересекающие прямые  $CB$  и  $BA$  в точках  $K$  и  $M$  соответственно. Найдите  $AB$ , если  $BM = 8$ ,  $KC = 1$ .
- 3** Дана прямая  $l$  и точки  $A$  и  $B$  по разные стороны от нее. Постройте на прямой  $l$  такую точку  $C$ , чтобы прямая  $l$  делила угол  $ACB$  пополам.
- 4** Дана прямая  $l$  и точки  $A$  и  $B$  по одну сторону от нее. Луч света, выпущенный из точки  $A$ , отразившись от этой прямой в точке  $C$ , попадает в точку  $B$ . Постройте точку  $C$ .
- 5** Постройте биссектрису угла, вершина которого недоступна.
- 6** Высоты остроугольного треугольника  $ABC$ , проведенные из вершин  $A$  и  $B$ , пересекаются в точке  $H$ , причем  $\angle AHB = 120^\circ$ , а биссектрисы, проведенные из вершин  $B$  и  $C$ , – в точке  $K$ , причем  $\angle BKC = 130^\circ$ . Найдите угол  $ABC$ .
- 7** На стороне  $AB$  квадрата  $ABCD$  построен равносторонний треугольник  $ABM$ . Найдите угол  $DMC$ .
- 8** Угол при вершине  $B$  равнобедренного треугольника  $ABC$  равен  $108^\circ$ . Перпендикуляр к биссектрисе  $AD$  этого треугольника, проходящий через точку  $D$ , пересекает сторону  $AC$  в точке  $E$ . Докажите, что  $DE = BD$ .
- 9** Высота прямоугольного треугольника, опущенная на гипотенузу, равна 1, один из острых углов равен  $15^\circ$ . Найдите гипотенузу.
- 10** Постройте окружность данного радиуса, высекающую на данной прямой отрезок, равный данному.
- 11** Постройте треугольник, если дана одна его вершина и две прямые, на которых лежат биссектрисы, проведенные из двух других вершин.
- 12** Внутри острого угла даны точки  $M$  и  $N$ . Как из точки  $M$  направить луч света, чтобы он, отразившись последовательно от сторон угла, попал в точку  $N$ ?