

Домашняя работа №3

1. (2 балла) Вычислить значения производных заданных функций при указанных значениях переменной:

а) $y = \frac{x^2 - 3}{x^2 + 3}; f'(1) = ?$

в) $y = \frac{1}{2} \sin x \operatorname{tg} 2x; f'\left(\frac{\pi}{2}\right) = ?$

б) $y = \frac{\cos x}{1 + \sin x}; f'\left(\frac{\pi}{2}\right) = ?$

г) $y = (x^2 - x) \cos^2 x; f'(0) = ?$

2. (4 балла) Найти промежутки возрастания и убывания функций и точки экстремума:

а) $y = 2x^3 + 3x^2 - 1$

г) $y = \frac{2}{1 + x^2}$

е) $y = \frac{(x - 2)^2}{x^2 + 4}$

б) $y = \frac{1}{5}x^5 - 4x^2$

ж) $y = \frac{1}{(x - 1)(x - 4)}$

в) $y = \frac{x^4}{4} - 2x^2 - \frac{9}{4}$

д) $y = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$

з) $y = e^{-x} - e^{-2x}$

3. (3 балла) Найти наименьшее и наибольшее значения функции в заданных промежутках:

а) $y = \frac{x}{8} + \frac{2}{x}; [1; 6]$

г) $y = (5 - x)2^{-x}; [-1; 0]$

б) $y = x + \cos^2 x; \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$

д) $y = \frac{4}{\sqrt{x^2 + 16}}; [2\sqrt{5}; 8]$

в) $y = \frac{1}{2} \cos 2x + \sin x; \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$

е) $y = 3\sqrt[3]{(x - 1)^2} + x; [-7; 0]$

4. (1 балл) Доказать, что функция $y = x + \frac{1}{1 + x^2}$ возрастает на всей числовой оси.
5. (1 балл) $s(t) = 8 - 2t + 24t^2 - 0,3t^5$. В какой момент тело имеет наибольшую скорость? Найдите эту скорость.
6. (2 балла) Две точки движутся по оси Ox . Координата x_1 первой точки определяется формулой $x_1 = 3t^2 - 5$, координата x_2 второй точки — формулой $x_2 = 3t^2 - t + 1$ (x_1, x_2 — в метрах, t — в секундах). Найти скорости движения каждой точки в тот момент времени, когда их координаты равны.
7. (2 балла) Найти точки экстремума функции $y = e^{-x} \sin x$ и угол между осью Ox и касательной к графику данной функции в точке с абсциссой $x = 0$