

1 Неравенства

1.1 Целые неравенства

[651] Решить неравенство:

$$\frac{x-3}{2} > \frac{7(x-3)}{2} + 5(6-2x) + 14$$

?

[644] Решить неравенство:

$$(5x-2)(4x+3) \leq 3$$

?

[647] Решить неравенство:

$$3x^2 + 5x - 8 < 0$$

?

[648] Решить неравенство:

$$(2x^2 + 3x + 4)(x + 3) \geq 0$$

?

[649] Решить неравенство:

$$(25x - x^3)(4 - x^2) \leq 0$$

?

[650] Решить неравенство:

$$(x^2 - 4x + 4)(3x^2 - 2x - 1) \leq 0$$

?

[653] Решить неравенство:

$$|x^2 + 3x| \leq 4$$

?

[654] Решить неравенство:

$$x^2 - 5|x| + 6 < 0$$

?

[655] Решить неравенство:

$$x^2 - 2x + 1 < 2|x - 1|$$

?

[689] Решить неравенство:

$$|3x^2 - 4x - 2| > 2$$

?

[690] Решить неравенство:

$$7|x| - x^2 - 12 \leq 0$$

?

[691] Решить неравенство:

$$|x^2 - 4|(x^2 - 1) \leq 0$$

?

[692] Решить неравенство:

$$|x^2 + 2x - 3| < |6x - 6|$$

[693] $y = \sqrt{60x - 25x^2 - 36}$

?

[694] $y = \sqrt{5x^2 + 6x + 1} + \frac{1}{3x + 5}$

?

[695] $y = \sqrt{4 - x|x|}$

?

[698] $y = \sqrt{(3x - 2)(x - 5)}$

?

[699] $y = \sqrt{|x|(x^2 - 16)}$

?

[700] $y = \sqrt{20 - x - x^2} - \frac{3}{\sqrt{14 - 5x - x^2}}$

?

[793] Решить неравенство:

$$(x^2 - 4x - 1)^2 - 3(x^2 - 4x - 1) - 4 \leq 0$$

?

$$[-1; 0] \cup [4; 5]$$

1.2 Системы целых неравенств

1.3 Дробные неравенства

[696] Решить неравенство:

$$\frac{5}{3x + 2} \leq 0$$

?

[697] Решить неравенство:

$$\frac{2x - 1}{4x^2 + 3} > 0$$

?

[701] Решить неравенство:

$$\frac{4}{2x + 3} \geq 0$$

?

[702] Решить неравенство:

$$\frac{3x - 2}{5x^2 + 7} < 0$$

?

[703] Решить неравенство:

$$\frac{x^2 - x - 6}{2x^2 + 9} \geq 0$$

?

[704] Решить неравенство:

$$\frac{x^2 + x - 12}{3x^2 + 5} \leq 0$$

?

[705] Решить неравенство:

$$\frac{36 - 25x^2}{x^2 + 2x + 3} \leq 0$$

[706] Решить неравенство:

$$\frac{81 - 4x^2}{x^2 + 3x + 4} \geq 0$$

?

[707] Решить неравенство:

$$\frac{2x^2 + x + 6}{2x^2 + x - 6} \geq 0$$

?

[708] Решить неравенство:

$$\frac{2x^2 - x + 10}{2x^2 - x - 10} \leq 0$$

?

[717] Решить неравенство:

$$\frac{2}{5x - 4} \leq \frac{3}{5x - 4}$$

?

[718] Решить неравенство:

$$\frac{4x^2}{4x + 3} < -\frac{7}{4x + 3}$$

$$\left(\frac{4}{5}; +\infty\right)$$

[719] Решить неравенство:

$$\frac{6}{x(x - 3)} < \frac{5}{x(3 - x)}$$

$$\left(-\infty; -\frac{3}{4}\right)$$

[720] Решить неравенство:

$$x^2 \geq \frac{16x + 64}{x + 4}$$

$$(0; 3)$$

[788] Решить неравенство:

$$\frac{1}{2 - x} + \frac{5}{2 + x} < 1$$

$$(-\infty; -4) \cup [4; +\infty)$$

[789] Решить неравенство:

$$\frac{15x - 5x^2}{12x - 3x^2} > 0$$

$$(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$$

[790] Решить неравенство:

$$\frac{x^2 - x - 2}{x^2 - 9} \geq 0$$

$$(-\infty; 0) \cup (0; 3) \cup (4; +\infty)$$

[791] Решить неравенство:

$$(-\infty; -3) \cup [-1; 2] \cup (3; +\infty)$$

$$\frac{x^2 - 7x + 6}{(3x^2 - 12)(x - 1)} \leq 0$$

$$(-\infty; -2) \cup (-2; 6]$$

[792] Решить неравенство:

$$\frac{x^2 - x + 2}{x^2 - 7x + 6} < 0$$

$$(1; 6)$$

[819] Решить неравенство:

$$\frac{x^3 - 4x^2 - 25x + 100}{4 - x} \geq 0$$

$$[-5; 4) \cup (4; 5]$$

[820] Решить неравенство:

$$\frac{(x^2 + 2x)^2}{8x^2 + 3} \geq \frac{(x^2 + 2x - 6)^2}{8x^2 + 3}$$

$$(-\infty; -3] \cup [1; +\infty)$$

[823] Решить неравенство:

$$\frac{x - 1}{x - 5} \leq 1 + \frac{2}{x - 3}$$

$$(-\infty; 1] \cup (3; 5)$$

[824] Решить неравенство:

$$\frac{x^2 - 2x - 1}{x - 2} + \frac{2}{x - 3} \leq x$$

$$(-\infty; 1] \cup (2; 3)$$

[825] Решить неравенство:

$$\left(\frac{3x - 4}{x + 2}\right)^2 + \left(\frac{3x + 4}{x - 2}\right)^2 \leq 2 \cdot \frac{9x^2 - 16}{x^2 - 4}$$

$$0$$

[1064] Решить неравенство:

$$\frac{9}{(4x + 5)^2} - \frac{18}{4x + 5} + 8 < 0$$

$$\left(-\frac{17}{16}; -\frac{7}{8}\right)$$

[1065] Решить неравенство:

$$\frac{x^2 - 4x - 1}{x - 4} + \frac{3}{x - 6} \leq x$$

$$(-\infty; 3] \cup (4; 6)$$

[1066] Решить неравенство:

$$\frac{x^3 - 3x^2 + 3x - 3}{x^2 - 3x} \leq x + \frac{1}{x - 2} + \frac{1}{x}$$

$$(-\infty; 0) \cup (0; 1] \cup (2; 3)$$

1.4 Системы дробных неравенств

[821] Решить систему неравенств:

$$\begin{cases} \frac{1}{|x| - 5} > \frac{1}{|x| + 9}, \\ \frac{5}{|x| + 9} > \frac{4}{|x| + 10} \end{cases}$$

$$(-\infty; -5) \cup (5; +\infty)$$

[822] Решить систему неравенств:

$$\begin{cases} \frac{81}{x^4} - \frac{82}{x^2} + 1 \leq 0, \\ \frac{225}{(x^2 - 10x)^2} + \frac{34}{x^2 - 10x} + 1 \geq 0 \end{cases}$$

$$[-9; -1] \cup [1; 5; 9]$$

1.5 Рациональные неравенства с модулем

[1068] Решить неравенство:

$$\left| \frac{3x^2 - 10x + 3}{x^2 - 1} \right| \geq 3$$

$$(-\infty; -1) \cup (-1; 0] \cup \left[\frac{3}{5}; 1 \right) \cup \left(1; \frac{5}{3} \right]$$

[1069] Решить неравенство:

$$\frac{|x^2 - 36|}{x^2 - 12x + 54} \geq 1$$

$$\{3\} \cup \left[\frac{15}{2}; +\infty \right)$$

[1070] Решить неравенство:

$$|x - 3| + x + |x - 4| > 5$$

$$(-\infty; 2) \cup (4; +\infty)$$

[1120] Решить неравенство:

$$\left| \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 9} \right| \leq 1$$

$$\left[\frac{3 - \sqrt{65}}{4}; \frac{3 + \sqrt{65}}{4} \right] \cup \left[3\frac{2}{3}; +\infty \right)$$

[1121] Решить неравенство:

$$||x + 6| - 4| \leq 2$$

$$[-12; -8] \cup [-4; 0]$$

[1122] Решить неравенство:

$$\frac{|2x - 1|}{x^2 + x - 2} \geq 3$$

$$\left[\frac{-5 - \sqrt{109}}{6}; -2 \right) \cup \left(1; \frac{-1 + \sqrt{61}}{6} \right]$$

[1123] Решить неравенство:

$$|x + 2| + |x + 1| + |x - 4| \geq 9$$

$$\left(-\infty; -2\frac{2}{3} \right) \cup [2; +\infty]$$

1.6 Системы рациональных неравенств с модулем**[1067]** Решить систему неравенств:

$$\begin{cases} |x - 3| \geq 11, \\ |5x - 11| - 64 \leq 0 \end{cases}$$

$$\left[-\frac{53}{8}; -8\right] \cup [14; 15]$$

1.7 Показательные неравенства**[619]** Решить неравенство:

$$4^{\frac{5}{x}} \geq 64$$

$$\left(0; \frac{5}{3}\right]$$

[620] Решить неравенство:

$$3^{\frac{4}{x}} \geq 27$$

$$\left(0; \frac{4}{3}\right]$$

[621] Решить неравенство:

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{3x+2}{1-x}} < 81$$

$$(-\infty; 1) \cup (6; +\infty)$$

[622] Решить неравенство:

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{3x-2}{3-x}} < 16$$

$$(-\infty; 3) \cup (10; +\infty)$$

[623] Решить систему неравенств:

$$\begin{cases} 3^{x+1} - 2 \cdot 3^x \geq 81, \\ x^2 - 8x + 12 < 0. \end{cases}$$

$$[4; 6)$$

[624] Решить систему неравенств:

$$\begin{cases} 5^{x+1} - 4 \cdot 5^x \geq 25, \\ x^2 - 3x - 18 < 0. \end{cases}$$

$$[2; 6)$$

[625] Решить неравенство:

$$5^{x-3} + 5^{x-2} + 5^{x-1} \geq 155$$

$$[4; +\infty)$$

[626] Решить неравенство:

$$4^{x-1} + 4^{x-0,5} - 2^{2x-5} \leq 184$$

$$(-\infty; 4]$$

[627] Решить неравенство:

$$5 \cdot 3^x + 10^x > 2 \cdot 3^{x+1} + 10^{x-1} + 3^{x+2}$$

$$(2; +\infty)$$

[628] Решить неравенство:

$$9^x + 3^{2(x-1)} - 2 \cdot 27^{\frac{2}{3}(x-2)} < 264$$

$$(-\infty; 2; 5)$$

[629] Решить неравенство:

$$|3^{3x^2-23} - 42| \leq 39$$

$$[-3; -2\sqrt{2}] \cup [2\sqrt{2}; 3]$$

[630] Решить неравенство:

$$|4^{9x^2-2} - 10| \geq 6$$

$$\left(-\infty; -\frac{2}{3}\right] \cup \left[-\frac{\sqrt{3}}{3}; \frac{\sqrt{3}}{3}\right] \cup \left[\frac{2}{3}; +\infty\right)$$

[725] Решить уравнение:

$$(4x + 5) \cdot 9^{5x-4} = 4x + 5$$

$$?$$

[726] Решить неравенство:

$$\frac{15^x - 225}{x^2 + 8x + 12} \geq 0$$

$$?$$

[727] Решить неравенство:

$$4 \cdot 2^x + 8 \cdot 2^{-x} \leq 33$$

$$?$$

[728] Решить неравенство:

$$2^{x+3} + 2^{1-x} \leq 10$$

$$?$$

[729] Решить неравенство:

$$2 \cdot 2^{2x-11} - 17 \cdot 2^{x-5} + 16 \leq 0$$

$$?$$

[730] Решить неравенство:

$$36^x - 4 \cdot 6^x - 12 \leq 0$$

$$?$$

1.8 Логарифмические неравенства

[631] Решить неравенство:

$$\log_{27} \frac{2x^2 + 3x - 5}{x + 1} \leq \frac{1}{3}$$

$$(-2, 5; -2] \cup (1; 2]$$

[632] Решить неравенство:

$$\log_9 \frac{2x^2 + 15x + 22}{x + 4} \leq \frac{1}{2}$$

$$(-5, 5; -5] \cup (-2; -1]$$

[633] Решить неравенство:

$$\log_3(x+2) + \log_3(8-x) \leq 1 + \log_3(x+4)$$

$$(-2; -1] \cup [4; 8)$$

[634] Решить неравенство:

$$\log_3(x+3) + \log_3(7-x) \leq 1 + \log_3(x+5)$$

$$(-3; -2] \cup [3; 7)$$

[951] Решить неравенство:

$$\log_{1/\sqrt{6}}(2x^2 - 7x - 3) < -2$$

$$(-\infty; -1) \cup (4, 5; +\infty)$$

[952] Решить неравенство:

$$\log_2(5x^2 + 16x) \leq 4$$

$$[-4; -3, 2) \cup (0; 0, 8]$$

[953] Решить неравенство:

$$\log_{0,5}(x^2 + 2x) < -3$$

$$(-\infty; -4) \cup (2; +\infty)$$

[954] Решить неравенство:

$$\log_{1/\sqrt[5]{9}}(13x - 2x^2 - 11) \geq -5$$

$$(1; 2, 5] \cup [4; 5, 5)$$

[955] Решить неравенство:

$$\log_{0,7}(2x^2 - 7x + 5) \geq \log_{0,7}(x^2 - 5)$$

$$(-2, 5; 5]$$

[956] Решить неравенство:

$$\log_{3\pi/10}(x^2 + 2x - 3) \geq \log_{3\pi/10}(2x^2 - 5x + 9)$$

$$(-\infty; -3) \cup (1; 3] \cup [4; +\infty)$$

[957] Решить неравенство:

$$\lg(x-5) + \lg(x-20) \leq 2$$

$$(20; 25]$$

[958] Решить неравенство:

$$\log_5\left(\frac{9}{x}\right) - \log_5\left(4 - \frac{x}{5}\right) \geq 1$$

$$[-3; 0) \cup [3; 20]$$

[959] Решить неравенство:

$$\log_{0,5}\left(\log_2\left(\log_3\left(\frac{2x-5}{5x+2}\right)\right)\right) \geq 0$$

$$\left(-\frac{11}{13}; -\frac{23}{43}\right]$$

[960] Решить неравенство:

$$9\log_{12}(x+1)(x-4) \leq 10 + \log_{12}\frac{(x+1)^9}{x-4}$$

$$[-8; -1) \cup (4; 16]$$

[962] Решить неравенство:

$$\log_{0,3}(2x^2 - 9x + 7) \geq \log_{0,3}(x^2 - 7)$$

(3, 5; 7]

[1043] Решить неравенство:

$$\log_{2x-3} x > 1$$

(2; 3)

[1045] Решить неравенство:

$$\frac{1 + \log_{0,5}^2 x}{1 + \log_{0,5} x} < 1$$

(0, 5; 1) \cup (2; +\infty)

[1046] Решить неравенство:

$$\log_{\frac{1}{9}}(x-8)^2 + \log_{\frac{1}{3}}(2-x) \geq \log_{\frac{1}{3}} 27$$

[-1; 2)

[1047] Решить неравенство:

$$\log_{4x+1} 7 + \log_{9x} 7 \geq 0$$

\left(0; \frac{1}{12}\right] \cup \left(\frac{1}{9}; +\infty\right)

[1253] Решить неравенство:

$$\log_{0,2}^2(x-3)^8 + 8 \log_5(x-3)^4 \leq 32$$

?

[1256] Решить неравенство:

$$\log_{1/4}(5-5x) \leq \log_{1/4}(x^2 - 3x + 2) + \log_4(x+4)$$

?

[964] Решить неравенство:

$$\log_2(\log_3(\log_4(5x+6))) \leq 0$$

(1; 40]

[965] Решить неравенство:

$$13 \log_{13}(x^2 - x - 6) \leq 14 + \log_{13} \frac{(x+2)^{13}}{x-3}$$

(-10; -2] \cup (3; 16]

1.9 Логарифмические системы неравенств

[961] Решить систему неравенств:

$$\begin{cases} 4^{x+1} - 33 \cdot 2^x + 8 \leq 0, \\ 2 \log_2 \frac{x-1}{x+1,2} + \log_2(x+1,2)^2 \geq 2 \end{cases}$$

[-2; -1, 2) \cup 3

[963] Решить систему неравенств:

$$\begin{cases} \log_5(2x^2 + 13x + 21) \geq 0, \\ \log_2(2x^2 + x - 3) \leq \log_2(x^2 - x + 5) \end{cases}$$

-4 \cup [-2, 5; -1, 5) \cup (1; 2]

[1048] Решить систему неравенств:

$$\begin{cases} \log_{2-x}(x+2) \cdot \log_{x+3}(3-x) \leq 0, \\ 4^{x^2+x-3} - 0,5^{2x^2-6x-2} \leq 0 \end{cases}$$

\{-1\} \cup (1; 2)

1.10 Смешанные неравенства**[745]** Решить неравенство:

$$2^{|x|} - 6 - \frac{9 \cdot 2^{|x|} - 37}{4^{|x|} - 7 \cdot 2^{|x|} + 12} \leq \frac{1}{2^{|x|} - 4}$$

$$[-3; -2) \cup (-2; -\log_2 3) \cup \{0\} \cup (\log_2 3; 2) \cup (2; 3]$$

[746] Решить неравенство:

$$|x^2 - 3x + 1| \geq \sqrt{4x^4 - 4x^2 + 1}$$

$$\left[-\frac{3 + \sqrt{17}}{2}; 0 \right] \cup \left[-\frac{3 - \sqrt{17}}{2}; 1 \right]$$

[795] Решить неравенство:

$$\log_{6x^2 - 5x + 1} 2 > \log_{\sqrt{6x^2 - 5x + 1}} 2$$

$$\left(0; \frac{1}{3} \right) \cup \left(\frac{1}{2}; \frac{5}{6} \right)$$

[796] Решить неравенство:

$$\frac{\sqrt{x^2 - 2x + 1} - \sqrt{x^2 + x}}{x^2 + x - 1} \leq 0$$

$$\left(\frac{-1 - \sqrt{5}}{2}; -1 \right] \cup \left[0; \frac{1}{3} \right] \cup \left(\frac{\sqrt{5} - 1}{x}; +\infty \right)$$

[1044] Решить неравенство:

$$0,5^{\log_{\sqrt{3}}(\lg \frac{1}{x})} > 1$$

$$(0, 1; 1)$$

[1214] Решить неравенство:

$$|6 - 7^x| \leq (7^x - 6) \log_6(x + 1)$$

$$\left(-1; -\frac{5}{6} \right] \cup \{\log_7 6\} \cup [5; +\infty]$$

1.11 Применение свойств функций**[734]** Решить неравенство:

$$(0, 5)^{6-x} + \log_{0,2}(4 - x) \geq (0, 5)^{x+4} + \log_{0,2}(x + 2)$$

?

[735] Решить неравенство:

$$\sqrt[5]{x^2 + 4x + 11} + \sqrt[5]{1 - 2x^2} + \log_7 \frac{x^2 + 4x + 13}{2x^2 + 1} \geq 0$$

?