

1 Задачи на составление системы линейных уравнений

235 Одно число больше другого на 6. Сумма этих чисел равна 40. Найдите числа.

17 и 23

238 Одно число меньше другого на 15. Сумма этих чисел равна 23. Найдите числа.

4 и 19

239 Между поселками проложены две дороги: проселочная и шоссейная. Проселочная на 5 км короче шоссейной, а их общая длина равна 61 км. Какова длина проселочной дороги?

28

240 Школа приобрела 4 кресла и 2 стола, заплатив за них 36 000 руб. Если бы было куплено 2 кресла и 3 стола, то вся покупка обошлась бы на 14 000 руб. меньше. Сколько стоят кресло и стол в отдельности?

?

241 5% одного числа и 4% другого числа вместе составляют 46, а 4% первого числа и 5% второго вместе составляют 42,3. Найдите эти числа.

?

2 Задачи на проценты

223 Зарплату сотрудника составляла 10 000 руб. Зарплату повысили на несколько процентов, а через некоторое время повысили еще на столько же процентов. Теперь зарплата сотрудника составляет 14 400 руб. На сколько процентов повышали зарплату каждый раз?

20%

3 Задачи на движение

3.1 Движение по суше

640 Из пункта A в пункт B , расстояние между которыми 13 км, вышел пешеход. Одновременно с ним из B в A выехал велосипедист. Велосипедист ехал со скоростью, на 11 км/ч большей скорости пешехода, и сделал в пути получасовую остановку. Найдите скорость пешехода, если известно, что они встретились в 8 км от пункта B .

5 км/ч

1247 Из пункта A в пункт B одновременно выехали два автомобиля. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью 24 км/ч, а вторую половину пути – со скоростью, на 16 км/ч больше скорости первого, в результате чего прибыл в пункт B одновременно с первым автомобилем. Найдите скорость первого автомобиля. Ответ дайте в км/ч.

32 км/ч

1248 Товарный поезд каждую минуту проезжает на 750 метров меньше, чем скорый, и на путь в 180 км тратит времени на 2 часа больше, чем скорый. Найдите скорость товарного поезда. Ответ дайте в км/ч.

45 км/ч

1249 Из городов A и B навстречу друг другу выехали мотоциклист и велосипедист. Мотоциклист приехал в B на 4 часа раньше, чем велосипедист приехал в A , а встретились они через 50 минут после выезда. Сколько часов затратил на путь из B в A велосипедист?

5 ч

1272 Автомобиль, движущийся с постоянной скоростью 70 км/ч по прямому шоссе, обгоняет другой автомобиль, движущийся в ту же сторону с постоянной скоростью 40 км/ч. Каким будет расстояние (в километрах) между этими автомобилями через 15 минут после обгона?

?

1273 Два мотоциклиста стартуют одновременно в одном направлении из двух диаметрально противоположных точек круговой трассы, длина которой равна 19 км. Через сколько минут мотоциклисты поравняются в первый раз, если скорость одного из них на 15 км/ч больше скорости другого?

?

1274 Два гонщика участвуют в гонках. Им предстоит проехать 60 кругов по кольцевой трассе протяжённостью 3 км. Оба гонщика стартовали одновременно, а на финиш первый пришёл раньше второго на 10 минут. Чему равнялась средняя скорость второго гонщика, если известно, что первый гонщик в первый раз обогнал второго на круг через 15 минут? Ответ дайте в км/ч.

1297 Из пункта A в пункт B , расстояние между которыми 75, км одновременно выехали автомобилист и велосипедист. Известно, что за час автомобилист проезжает на 40 км больше, чем велосипедист. Определите скорость велосипедиста, если известно, что он прибыл в пункт B на 6 часов позже автомобилиста. Ответ дайте в км/ч.

3.1.1 Движение по воде

756 Моторная лодка прошла 36 км по течению реки и вернулась обратно, потратив на весь путь 5 часов. Скорость течения реки равна 3 км/ч. Найдите скорость лодки в неподвижной воде.

1250 Моторная лодка прошла против течения реки 112 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 6 часов меньше. Найдите скорость течения, если скорость лодки в неподвижной воде равна 11 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

1251 Пристани A и B расположены на озере, расстояние между ними 234 км. Баржа отправилась с постоянной скоростью из A в B . На следующий день после прибытия она отправилась обратно со скоростью на 4 км/ч больше прежней, сделав по пути остановку на 8 часов. В результате она затратила на обратный путь столько же времени, сколько на путь из A в B . Найдите скорость баржи на пути из A в B . Ответ дайте в км/ч.

1252 По морю параллельными курсами в одном направлении следуют два сухогруза: первый длиной 140 метров, второй – длиной 60 метров. Сначала второй сухогруз отстает от первого, и в некоторый момент времени расстояние от кормы первого сухогруза до носа второго составляет 800 метров. Через 15 минут после этого уже первый сухогруз отстает от второго так, что расстояние от кормы второго сухогруза до носа первого равно 1000 метрам. На сколько километров в час скорость первого сухогруза меньше скорости второго?

1275 Лодка в 5 : 00 вышла из пункта в пункт , расположенный в 30 км от A . Пробыв в пункте 2 часа, лодка отправилась назад и вернулась в пункт в 23 : 00 того же дня. Определите (в км/ч) собственную скорость лодки, если известно, что скорость течения реки 1 км/ч.

1276 По морю параллельными курсами в одном направлении следуют два сухогруза: первый длиной 120 метров, второй – длиной 80 метров. Сначала второй сухогруз отстает от первого, и в некоторый момент времени расстояние от кормы первого сухогруза до носа второго составляет 400 метров. Через 12 минут после этого уже первый сухогруз отстает от второго так, что расстояние от кормы второго сухогруза до носа первого равно 600 метрам. На сколько километров в час скорость первого сухогруза меньше скорости второго?

1277 Весной катер идёт против течения реки в $1\frac{2}{3}$ раза медленнее, чем по течению. Летом течение становится на 1 км/ч медленнее. Поэтому летом катер идёт против течения в $1\frac{1}{2}$ раза медленнее, чем по течению. Найдите скорость течения весной (в км/ч).

4 Экономические задачи

4.1 Задачи на кредиты

4.1.1 Дифференцированные платежи

614 Антон взял кредит в банке на срок 6 месяцев. В конце каждого месяца общая сумма оставшегося долга увеличивается на одно и то же число процентов (месячную процентную ставку), а затем уменьшается на сумму, уплаченную Антоном. Суммы, выплачиваемые в конце каждого месяца, подбираются так, чтобы в результате сумма долга каждый месяц уменьшалась равномерно, то есть на одну и ту же величину. Общая сумма выплат превысила сумму кредита на 63%. Найдите месячную процентную ставку.

615 Жанна взяла в банке в кредит 1,2 млн рублей на срок 24 месяца. По договору Жанна должна вносить в банк часть денег в конце каждого месяца. Каждый месяц общая сумма долга возрастает на 2%, а затем уменьшается на сумму, уплаченную Жанной банку в конце месяца. Суммы, выплачиваемые Жанной, подбираются так, чтобы сумма

долга уменьшалась равномерно, то есть на одну и ту же величину каждый месяц. Какую сумму Жанна выплатит банку в течение первого года кредитования?

882 000 рублей

4.1.2 Аннуитетные платежи

616 31 декабря 2017 года Валерий взял в банке 1 млн рублей в кредит. Схема выплаты кредита следующая: 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на определённое количество процентов), затем Валерий переводит очередную выплату. Валерий закрыл кредит за две выплаты, переводя в первый раз 660 тыс рублей, во второй — 484 тыс. рублей. Под какой процент банк выдал кредит Валерию?

10%

617 31 декабря 2013 года Сергей взял в банке 9 930 000 рублей в кредит под 10% годовых. Схема выплаты кредита следующая: 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 10%), затем Сергей переводит в банк определённую сумму ежегодного платежа. Какой должна быть сумма ежегодного платежа, чтобы Сергей выплатил долг тремя равными ежегодными платежами?

3 993 000 рублей

5 Задачи с прикладным содержанием

1232 Зависимость объёма спроса q (единиц в месяц) на продукцию предприятия – монополиста от цены p (тыс. руб.) задаётся формулой $q = 100 - 10p$. Выручка предприятия за месяц r (в тыс. руб.) вычисляется по формуле $r(p) = q \cdot p$. Определите наибольшую цену p , при которой месячная выручка $r(p)$ составит не менее 240 тыс. руб. Ответ приведите в тыс. руб.

?

1233 Некоторая компания продает свою продукцию по цене $p = 500$ руб. за единицу, переменные затраты на производство одной единицы продукции составляют $v = 300$ руб., постоянные расходы предприятия $f = 700000$ руб. в месяц. Месячная операционная прибыль предприятия (в рублях) вычисляется по формуле $\pi(q) = q(p - v) - f$. Определите месячный объём производства q (единиц продукции), при котором месячная операционная прибыль предприятия будет равна 300000 руб.

?

1234 При температуре 0° рельс имеет длину $l_0 = 10$ м. При возрастании температуры происходит тепловое расширение рельса, и его длина, выраженная в метрах, меняется по закону $l(t) = l_0(1 + \alpha \cdot t)$, где $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} (^\circ\text{C})^{-1}$ – коэффициент теплового расширения, t – температура (в градусах Цельсия). При какой температуре рельс удлинится на 3 мм? Ответ выразите в градусах Цельсия.

?

1242 Для получения на экране увеличенного изображения лампочки в лаборатории используется собирающая линза с главным фокусным расстоянием $f = 30$ см. Расстояние d_1 от линзы до лампочки может изменяться в пределах от 30 до 50 см, а расстояние d_2 от линзы до экрана – в пределах от 150 до 180 см. Изображение на экране будет четким, если выполнено соотношение $\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} = \frac{1}{f}$. Укажите, на каком наименьшем расстоянии от линзы можно поместить лампочку, чтобы ее изображение на экране было чётким. Ответ выразите в сантиметрах.

?

1243 Гонимый автомобиль разгоняется на прямолинейном участке шоссе с постоянным ускорением a км/ч². Скорость v в конце пути вычисляется по формуле $v = \sqrt{2la}$, где l – пройденный автомобилем путь в км. Определите ускорение, с которым должен двигаться автомобиль, чтобы, проехав 250 метров, приобрести скорость 60 км/ч. Ответ выразите в км/ч².

7200 км/ч²

1244 Мяч бросили под углом α к плоской горизонтальной поверхности земли. Время полета мяча (в секундах) определяется по формуле $t = \frac{2V_0 \sin \alpha}{g}$. При каком значении угла α (в градусах) время полета составит 3 секунды, если мяч бросают с начальной скоростью $V_0 = 30$ м/с? Считайте, что ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

30°

1245 Небольшой мячик бросают под острым углом α к плоской горизонтальной поверхности земли. Расстояние,

которое пролетает мячик, вычисляется в метрах по формуле

$$L = \frac{V_0^2}{g} \cdot \sin 2\alpha,$$

где $V_0 = 14$ м/с – начальная скорость мячика, а $g = 10$ м/с² – ускорение свободного падения. При каком наименьшем значении угла (в градусах) мячик перелетит реку шириной 9,8 м?

15°

1246 Рейтинг R интернет-магазина вычисляется по формуле

$$R = r_{pok} - \frac{r_{pok} - r_{eks}}{(K + 1)^m},$$

где $m = \frac{0,02K}{r_{pok} + 0,1}$, r_{pok} – средняя оценка магазина покупателями, r_{eks} – оценка магазина, данная экспертами, K – число покупателей, оценивших магазин. Найдите рейтинг интернет-магазина, если число покупателей, оценивших магазин, равно 26, их средняя оценка равна 0,68, а оценка экспертов равна 0,23.

0,63

1259 Расстояние (в км) от наблюдателя, находящегося на небольшой высоте h километров над землей, до наблюдаемой им линии горизонта вычисляется по формуле $l = \sqrt{2Rh}$, где $R = 6400$ (км) – радиус Земли. С какой высоты горизонт виден на расстоянии 4 километра? Ответ выразите в километрах.

0,00125 км

1260 При адиабатическом процессе для идеального газа выполняется закон $pV^k = 1,25 \cdot 10^8$ Па·м⁴, где p – давление газа (в Па), V – объём газа (в м³), $k = \frac{4}{3}$. Найдите, какой объём V (в м³) будет занимать газ при давлении p , равном $2 \cdot 10^5$ Па.

125 м³

1261 Для обогрева помещения, температура в котором поддерживается на уровне $T_n = 20$ °C, через радиатор отопления пропускают воду по проходящей через трубу воды $m = 0,3$ кг/с. Проходя по трубе расстояние x , вода охлаждается от начальной температуры $T_b = 60$ °C до температуры T °C, причем

$$x = \frac{\alpha \cdot c \cdot m}{\gamma} \cdot \log_2 \frac{T_b - T_n}{T - T_b},$$

где $c = 4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^\circ \text{C}}$ – теплоемкость воды, $\gamma = 21 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot ^\circ \text{C}}$ – коэффициент теплообмена, а $\alpha = 0,7$ – постоянная. Найдите, до какой температуры (в градусах Цельсия) охладится вода, если длина трубы радиатора равна 84 м.

30° C

1262 Датчик сконструирован таким образом, что его антенна ловит радиосигнал, который затем преобразуется в электрический сигнал, изменяющийся со временем по закону $U = U_0 \sin(\omega t + \phi)$, где t – время в секундах, амплитуда $U_0 = 2$ В, частота $\omega = 120^\circ/\text{с}$, фаза $\phi = -30^\circ$. Датчик настроен так, что если напряжение в нем не ниже, чем 1 В, загорается лампочка. Какую часть времени (в процентах) на протяжении первой секунды после начала работы лампочка будет гореть?

50%

1263 Плоский замкнутый контур площадью $S = 0,5$ м² находится в магнитном поле, индукция которого равномерно возрастает. При этом согласно закону электромагнитной индукции Фарадея в контуре появляется ЭДС индукции, значение которой, выраженное в вольтах, определяется формулой $E = aS \cos \alpha$, где α – острый угол между направлением магнитного поля и перпендикуляром к контуру, $a = 4 \cdot 10^{-4}$ Тл/с – постоянная, S – площадь замкнутого контура, находящегося в магнитном поле (в м²). При каком минимальном угле α (в градусах) ЭДС индукции не будет превышать 10^{-4} В?

60°

1264 Амплитуда колебаний маятника зависит от частоты вынуждающей силы, определяемой по формуле

$$A(\omega) = \frac{A_0 \cdot \omega_p^2}{|\omega_p^2 - \omega^2|},$$

где ω – частота вынуждающей силы (в с⁻¹), A_0 – постоянный параметр, $\omega_p = 360$ с⁻¹ – резонансная частота. Найдите максимальную частоту ω , меньшую резонансной, для которой амплитуда колебаний превосходит величину A_0 не более чем на 12,5%. Ответ выразите в с⁻¹.

120

1265 В розетку электросети подключены приборы, общее сопротивление которых составляет $R_1 = 90$ Ом. Параллельно с ними в розетку предполагается подключить электрообогреватель. Определите наименьшее возможное сопротивление R_2 этого электрообогревателя, если известно, что при параллельном соединении двух проводников с сопротивлениями R_1 Ом и R_2 Ом их общее сопротивление дается формулой $R_{\text{общ}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$ (Ом), а для нормального функционирования электросети общее сопротивление в ней должно быть не меньше 9 Ом. Ответ выразите в омах.

10

1266 По закону Ома для полной цепи сила тока, измеряемая в амперах, равна $I = \frac{\varepsilon}{R + r}$, где ε – ЭДС источника (в вольтах), $r = 1$ Ом – его внутреннее сопротивление, R – сопротивление цепи (в омах). При каком наименьшем сопротивлении цепи сила тока будет составлять не более 20% от силы тока короткого замыкания $I_{\text{кз}} = \frac{\varepsilon}{r}$? (Ответ выразите в омах.)

4

1267 Перед отправкой тепловоз издал гудок с частотой $f_0 = 440$ Гц. Чуть позже издал гудок подъезжающий к платформе тепловоз. Из-за эффекта Доплера частота второго гудка f больше первого: она зависит от скорости тепловоза по закону $f(v) = \frac{f_0}{1 - \frac{v}{c}}$ (Гц), где c – скорость звука (в м/с). Человек, стоящий на платформе, различает сигналы по тону, если они отличаются не менее чем на 10 Гц. Определите, с какой минимальной скоростью приближался к платформе тепловоз, если человек смог различить сигналы, а $c = 315$ м/с. Ответ выразите в м/с.

7

1296 Зависимость объёма спроса q (единиц в месяц) на продукцию предприятия – монополиста от цены p (тыс. руб.) задаётся формулой $q = 85 - 5p$. Выручка предприятия за месяц r (в тыс. руб.) вычисляется по формуле $r(p) = q \cdot p$. Определите наибольшую цену p , при которой месячная выручка $r(p)$ составит не менее 350 тыс. руб. Ответ приведите в тыс. руб.

?

6 Остальные задачи

4146 Найдите четыре последовательных нечетных натуральных числа, если удвоенное произведение второго и третьего чисел на 107 больше произведения первого и четвертого чисел.

?