

Занятие №1

- 1** Докажите, что в равных треугольниках соответствующие медианы равны.
- 2** Угол треугольника равен сумме двух других его углов. Докажите, что треугольник прямоугольный.
- 3** Через вершину B треугольника ABC проведена прямая, параллельная прямой AC . Образовавшиеся при этом три угла с вершиной B относятся как $3 : 10 : 5$. Найдите углы треугольника ABC .
- 4** Докажите, что внешний угол треугольника равен сумме двух внутренних углов не смежных с ним.
- 5** Углы треугольника относятся как $2 : 3 : 4$. Найдите отношение внешних углов треугольника.
- 6** Внешние углы треугольника ABC при вершинах A и C равны 115° и 140° . Прямая, параллельная прямой AC , пересекает стороны AB и BC в точках M и N . Найдите углы треугольника BMN .
- 7** Прямая, проходящая через вершину A треугольника ABC , пересекает сторону BC в точке M . При этом $BM = AB$, $\angle BAM = 35^\circ$, $\angle CAM = 15^\circ$. Найдите углы треугольника ABC .
- 8** Две параллельные прямые пересечены третьей. Найдите угол между биссектрисами внутренних односторонних углов.
- 9** Катет прямоугольного треугольника равен половине гипотенузы. Докажите, что угол, противолежащий этому катету, равен 30° .
- 10** Докажите, что биссектриса внешнего угла при вершине равнобедренного треугольника параллельна основанию. Верно ли обратное?

Занятие №2

- 1** Дан треугольник ABC , причем $AB = AC$ и $\angle A = 110^\circ$. Внутри треугольника взята точка M такая, что $\angle MBC = 30^\circ$, а $\angle MCB = 25^\circ$. Найдите $\angle AMC$.
- 2** Докажите, что если медиана равна половине стороны, к которой она проведена, то треугольник прямоугольный.
- 3** Докажите, что медиана прямоугольного треугольника, проведенная из вершины прямого угла, равна половине гипотенузы.
- 4** Докажите, что если треугольник вписан в окружность и одна из его сторон является диаметром этой окружности, то такой треугольник является прямоугольным.
- 5** Докажите обратное, что если треугольник прямоугольный и вписан в окружность, то гипотенуза будет являться диаметром окружности.
- 6** Докажите, что окружность, построенная на стороне равностороннего треугольника как на диаметре, проходит через середины двух других сторон треугольника.
- 7** Острый угол прямоугольного треугольника равен 30° . Докажите, что высота и медиана, проведенные из вершины прямого угла, делят прямой угол на три равные части.
- 8** В прямоугольном треугольнике ABC на гипотенузе AB взяты точки K и M , причем $AK = AC$ и $BM = BC$. Найдите $\angle MCK$.

Домашняя работа №1

1 Вычислить:

1) $3^7 \cdot 3^9 : 3^{14}$

2) $\frac{10^8}{2^9 \cdot 2^8}$

2 Упростить выражение:

1) $(3x - y)^2 - 3x(3x + 2y^2)$

2) $(2x + 1)^3 - (2x - 1)^3$

3 Докажите, что в равных треугольниках соответствующие биссектрисы равны.

4 В равностороннем треугольнике ABC биссектрисы CN и AM пересекаются в точке P . Найдите $\angle MPN$.

5 Медиана AM треугольника ABC перпендикулярна его биссектрисе BK . Найдите AB , если $BC = 12$.

6 На продолжениях гипотенузы AB прямоугольного треугольника ABC за точки A и B соответственно взяты точки K и M , причем $AK = AC$ и $BM = BC$. Найдите угол $МКК$.

7 Докажите, что окружность, построенная на боковой стороне равнобедренного треугольника как на диаметре, проходит через середину основания.

Занятие №3

- 1** Докажите следующие свойства окружности:
- 1) диаметр, перпендикулярный хорде, делит ее пополам (*теорема о диаметре, перпендикулярном хорде*);
 - 2) диаметр, проходящий через середину хорды, не являющейся диаметром, перпендикулярен этой хорде (*теорема о диаметре, проходящем через середину хорды*);
 - 3) хорды, удаленные от центра окружности на равные расстояния, равны.
- 2** Через точку A окружности с центром O проведены диаметр AB и хорда AC . Докажите, что угол BAC вдвое меньше угла BOC (*без использования свойств центральных и вписанных углов*).
- 3** Найдите угол между радиусами OA и OB , если расстояние от центра O окружности до хорды AB вдвое меньше AB .
- 4** Даны две концентрические окружности и пересекающая их прямая. Докажите, что отрезки этой прямой, заключенные между окружностями, равны.
- 5** Прямая, проходящая через общую точку A двух окружностей, пересекает вторично эти окружности в точках B и C соответственно. Расстояние между проекциями центров окружностей на эту прямую равно 12. Найдите BC , если известно, что точка A лежит на отрезке BC .
- 6** Две хорды окружности взаимно перпендикулярны. Докажите, что расстояние от точки их пересечения до центра окружности равно расстоянию между их серединами.
- 7** На катетах AC и BC прямоугольного треугольника ABC вне его построены квадраты $ACDE$ и $CBFK$ (вершины обоих квадратов перечислены против часовой стрелки), P – середина KD . Докажите, что $CP \perp AB$.
- 8*** Высота прямоугольного треугольника, опущенная на гипотенузу, равна 1, один из острых углов равен 15° . Найдите гипотенузу.

Занятие №4

- 1** Внутренние углы треугольника ABC относятся как $10 : 5 : 3$. Найдите внутренние и внешние углы треугольника ABC и вычислите разницу самого наибольшего и наименьшего внешних углов.
- 2** В треугольнике ABC углы B и C равны 30 и 40 соответственно. Сторону AB продлили за вершину A и из этой вершины провели высоту и биссектрису внешнего угла. Найдите угол между высотой и биссектрисой внешнего угла.
- 3** Две параллельные прямые пересечены третьей. Найдите угол между биссектрисами внутренних односторонних углов.
- 4** Через точку M , лежащую внутри угла с вершиной A , проведены прямые, параллельные сторонам угла и пересекающие эти стороны в точках B и C . Известно, что $\angle ACB = 50^\circ$, а угол, смежный с углом $\angle ACM$, равен 40° . Найдите углы треугольников BCM и ABC .
- 5** Угол между радиусами OA и OB окружности равен 60° . Найдите хорду AB , если радиус окружности равен 12 .
- 6** В равнобедренном треугольнике ABC , с основанием AB , угол $ABC = 70^\circ$. Найдите величину внешнего угла при вершине C .
- 7*** Дана окружность с центром O . На продолжении хорды AB за точку B отложен отрезок BC , равный радиусу. Через точки C и O проведена секущая CD (D – точка пересечения с окружностью, лежащая вне отрезка CO). Докажите, что $\angle AOD = 3\angle ACD$.

Домашняя работа №2

- 1** Через точку на окружности проведены диаметр и хорда, равная радиусу. Найдите угол между ними.
- 2** Найдите угол между радиусами OA и OB , если расстояние от центра O окружности до хорды AB вдвое меньше OA .
- 3** Окружность, построенная на стороне треугольника как на диаметре, проходит через середину другой стороны. Докажите, что треугольник равнобедренный.
- 4** На стороне AB квадрата $ABCD$ построен равносторонний треугольник ABM . Найдите угол DMC .
- 5** В треугольнике ABC угол $\angle B = 80$. Найдите угол между высотами проведенными из двух других углов.

Занятие №5

- 1** Прямая пересекает параллельные прямые a и b в точках A и B соответственно. Биссектриса одного из образовавшихся углов с вершиной B пересекает прямую a в точке C . Найдите AC , если $AB = 1$.
- 2** Докажите, что касательные к окружности, проведенные через концы диаметра, параллельны.
- 3** Через точку M проведены две касательные MA и MB к окружности (A и B – точки касания). Докажите, что $MA = MB$.
- 4** Расстояние от точки M до центра O окружности равно диаметру. Через точку M проведены две прямые, касающиеся окружности в точках A и B . Найдите углы треугольника AOB .
- 5** Точки A и B лежат на окружности. Касательные к окружности, проведенные через эти точки, пересекаются в точке C . Найдите углы треугольника ABC , если $AB = AC$.
- 6** В прямой угол вписана окружность радиуса 12, касающаяся сторон угла в точках A и B . Через некоторую точку на меньшей дуге AB окружности проведена касательная, отсекающая от данного угла треугольник. Найдите его периметр.
- 7** Прямая касается окружности с центром O в точке A . Точка C на этой прямой и точка D на окружности расположены по одну сторону от прямой OA . Докажите, что угол CAD вдвое меньше угла AOD .
- 8** Вычислить:

$$\frac{6 \cdot 2^8 - 9 \cdot 2^{10} + 3 \cdot 2^{12}}{4 \cdot 2^{10} + 4 \cdot 2^{12} - 8 \cdot 2^{11}}$$

Занятие №6

- 1** К окружности, вписанной в равносторонний треугольник со стороной, равной 8, проведена касательная, пересекающая две его стороны. Найдите периметр отсеченного треугольника.
- 2** Докажите, что центр окружности, вписанной в угол, расположен на его биссектрисе.
- 3** Две прямые касаются окружности с центром O в точках A и B и пересекаются в точке C . Найдите угол между этими прямыми, если $\angle ABO = 40^\circ$.
- 4** Продолжения равных хорд AB и CD окружности соответственно за точки B и C пересекаются в точке P . Докажите, что треугольники APD и BPC равнобедренные.
- 5** В прямой угол O вписана окружность радиуса 12, касающаяся сторон угла в точках A и B . Через некоторую точку K на меньшей дуге AB окружности проведена касательная, пересекающая OA в точке M и OB в точке N .
- 1) Доказать, что $AM = MK$ и $BN = NK$;
 - 2) Найти периметр треугольника OMN .
- 6** Прямая, параллельная хорде AB , касается окружности в точке C . Докажите, что треугольник ABC равнобедренный.
- 7** Две прямые, пересекающиеся в точке C , касаются окружности в точках A и B . Известно, что $\angle ACB = 120^\circ$. Докажите, что сумма отрезков AC и BC равна отрезку OC .

Консультация

1 Постройте следующие точки в декартовой системе координат:

1) $A(3; 1)$

3) $C(7; -7)$

5) $E(0; 4)$

2) $B(-2; 4)$

4) $D(-2; -5)$

6) $F(-5; 0)$

Какие из этих точек лежат на оси абсцисс? Какие на оси ординат? Определите для остальных точек четверть, в которой они лежат.

2 Подберите вторую координату так, чтобы точка:

1) $A(*; 4)$ лежала в 1 четверти;

2) $B(-1; *)$ лежала в 3 четверти;

3) $A(10; *)$ лежала в 4 четверти;

4) $A(*; 5)$ лежала в 2 четверти.

3 Найдите координаты точки, которая симметрична точке $A(2; 4)$ относительно оси OX .

4 Найдите координаты точки, которая симметрична точке $A(-5; -5)$ относительно оси OY .

5 Даны точки $A(2; 1)$ и $B(-5; 1)$. Найдите координаты таких двух точек C и D , чтобы соединив их получился квадрат.

6 Постройте графики линейных функций:

1) $y = 2x - 1$

3) $y = 0,25x - 3$

2) $y = \frac{1}{2}x + 4$

4) $y = 0,5x + 0,5$

7 Найдите уравнение прямой, которая проходит через начало координат и точку $A(4; 5)$

Консультация

1 Постройте график функции:

1) $y = 3x + 2$

3) $y = -4$

2) $y = -\frac{1}{2}x - 1$

4) $y = -0,25x + 3$

2 Постройте график функции:

1) $y = x^2$

2) $y = \frac{1}{x}$

3 Найдите область определения:

1) $y = 1 + \frac{1}{x+2}$

2) $y = 4 - \frac{3}{2x-6}$

4 Найдите уравнение прямой, которая проходит через начало координат и точку $A(7; 1)$.

5 Проходит ли график функции $y = x^2 + 2x - 3$ через точку с координатами 5; 32.

6 Не выполняя построений, найдите координаты точек пересечения с осями координат графика функции $y = -2,4x + 9,6$.

7 Найдите координаты точки пересечения прямых, заданных уравнениями $y = 3x - 7$ и $y = 2$.

8 Найдите координаты точки пересечения прямых, заданных уравнениями $y = 2x + 5$ и $y = -\frac{1}{2}x - 1$.