

**Занятие №4**

1. Периметр равнобедренного треугольника равен 16, а боковая сторона — 5. Найдите площадь треугольника.
2. В прямоугольном треугольнике  $ABC$  с прямым углом  $B$  один из катетов равен 10, а угол, лежащий напротив него, равен  $45^\circ$ .
  - 1) Найдите остальные стороны треугольника.
  - 2) Найдите высоту  $BH$ , опущенную из вершины прямого угла.
  - 3) Найдите площадь треугольника  $ABC$ .
  - 4) Во сколько раз площадь треугольника  $ABH$  меньше площади треугольника  $ABC$ ?
  - 5) Точка  $K$  лежит на гипотенузе  $AC$  так, что  $AK = 4$ . Найдите площадь треугольника  $ABK$ .
  - 6) Сравните площади треугольников  $ABH$  и  $ABK$ .
3. Периметр равностороннего треугольника  $ABC$  равен 45.
  - 1) Найдите площадь треугольника  $ABC$ .
  - 2) Найдите радиус вписанной окружности.
  - 3) Найдите радиус описанной окружности.
  - 4) Во сколько раз радиус вписанной окружности больше радиуса вписанной окружности?
  - 5) Точки  $M, K, N$  делят стороны треугольника  $ABC$  следующим образом:  $AM : MB = 1 : 2$ ,  $BK : KC = 2 : 3$ ,  $N$  — середина  $AC$ . Найдите площадь треугольника  $MNK$ .
4. Доказать, что площадь треугольника равна произведению полупериметра на радиус вписанной окружности.
5. Периметр треугольника равен 50, а радиус вписанной окружности равен 4. Найдите площадь треугольника.
6. Диагонали разбивают трапецию на четыре треугольника. Докажите, что треугольники, прилежащие к боковым сторонам трапеции, равновелики.
7. Доказательство основных тригонометрических фактов.
  - 1) Вычислить значения синуса и косинуса  $30^\circ$ ;  $45^\circ$  и  $60^\circ$ .
  - 2) Доказать основное тригонометрическое тождество:
$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$
  - 3) Вычислить значения тангенса и котангенса  $30^\circ$ ;  $45^\circ$  и  $60^\circ$ .
  - 4) Доказать формулу  $\operatorname{tg} x \cdot \operatorname{ctg} x = 1$
8. Доказать, что площадь треугольника  $ABC$  можно вычислить по следующей формуле:
$$S = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin \angle BAC$$
9. В треугольнике одна из сторон равна 10, другая равна  $10\sqrt{3}$ , а угол между ними равен  $60^\circ$ . Найдите площадь треугольника.