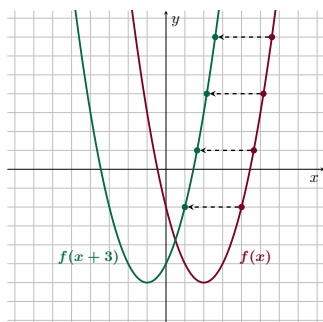


Преобразования графиков функций

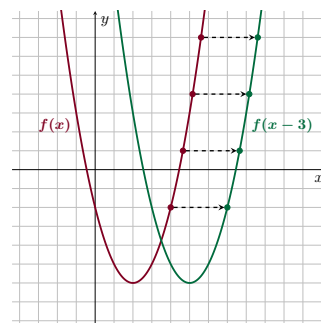
1. Смещение графика функции по горизонтали [$y = f(x + c)$]

Если к аргументу функции $y = f(x)$ прибавить число c , то график функции $y = f(x)$ сместится по горизонтали.

а) Если $c > 0$, то график $f(x)$ сместится **влево** на c :



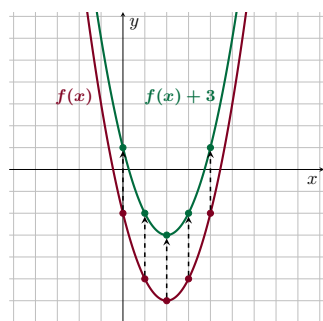
б) Если $c < 0$, то график $f(x)$ сместится **вправо** на $|c|$:



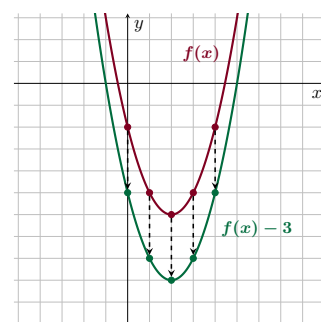
2. Смещение графика функции по вертикали [$y = f(x) + c$]

Если к функции $y = f(x)$ прибавить число c , то график функции $y = f(x)$ сместится по вертикали.

а) Если $c > 0$, то график $f(x)$ сместится **вверх** на c :



б) Если $c < 0$, то график $f(x)$ сместится **вниз** на $|c|$:



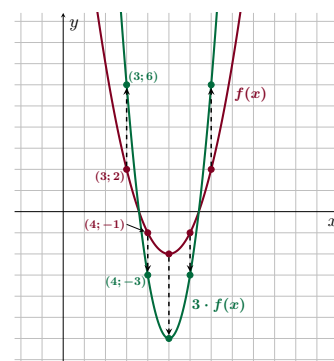
3. Растяжение или сжатие графика по вертикали [$y = c \cdot f(x)$]

Если всю функцию $y = f(x)$ умножить на число c , то график функции $y = f(x)$ может растянуться, сжаться или отразиться относительно оси X в зависимости от значения c . Рассмотрим каждый случай отдельно.

Сразу обратим внимание, что точки, которые называют нули функции (точки, у которых $y = 0$), в любом случае не меняют своего положения.

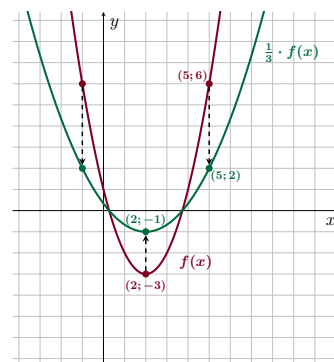
а) Если $c > 1$, то график функции **растянется от оси X** .

Игрековые координаты всех точек графика изменятся в c раз. Это означает, что точки графика, у которых $y > 0$, сместятся в c раз вверх, а точки с отрицательными значениями по игреку сместятся в c раз вниз.



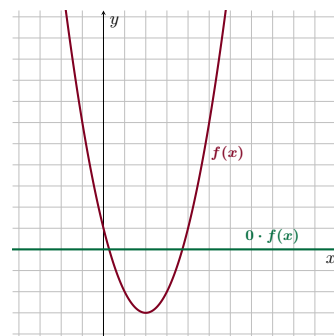
б) Если $0 < c < 1$, то график функции **сожмется к оси X** .

В этом случае точки графика, у которых $y > 0$, сместятся в $\frac{1}{c}$ раза вниз, а те, у которых $y < 0$, сместятся в $\frac{1}{c}$ раза вверх.



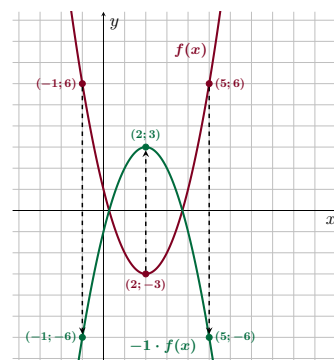
в) Если $c = 0$, то уравнение функции **превратится в уравнение $y = 0$** .

Очевидно, что при умножении всего выражения $f(x)$ на 0 в результате получим 0 и уравнение функции будет $y = 0 \cdot f(x) = 0$, то есть $y = 0$. Вспомним, что график функции вида $y = a$, где a — число, это прямая линия, параллельная оси X и пересекающая ось Y в значении a . В нашем случае получим прямую, проходящую по оси X .



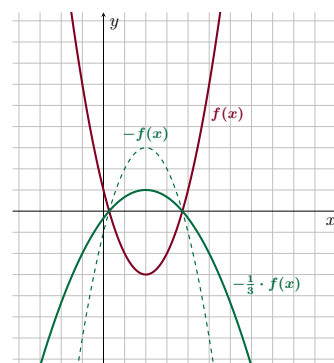
г) Если $c = -1$, то график функции **отразится относительно оси X** .

В этом случае игровые координаты всех точек графика функции изменятся на противоположные.



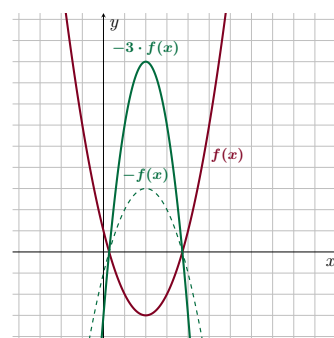
д) Если $-1 < c < 0$, то график функции **отразится относительно оси X и сожмется к оси X в $\frac{1}{|c|}$ раз.**

Такое преобразование удобно делать в два приема: сначала отражаем график относительно оси X график, а потом сжимаем к оси X .



е) Если $c < -1$, то график функции **отразится относительно оси X и растянется от оси X в $|c|$ раз.**

Это преобразование делаем также в два приема: сначала отражаем график относительно оси X график, а потом растягиваем от оси X .



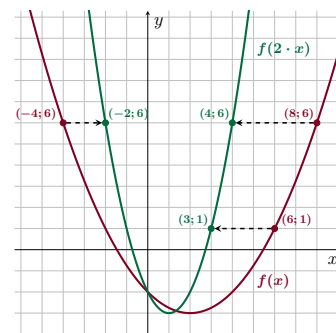
4. Растяжение от или сжатие к оси Y [$y = f(c \cdot x)$]

Если аргумент функции $y = f(x)$ умножить на число c , то график функции $y = f(x)$ может растянуться, сжаться или отразиться относительно оси Y в зависимости от значения c . Также как и в предыдущем пункте рассмотрим каждый случай отдельно.

В этом случае стоит отметить, что точка пересечения графика с осью Y не меняет своего положения.

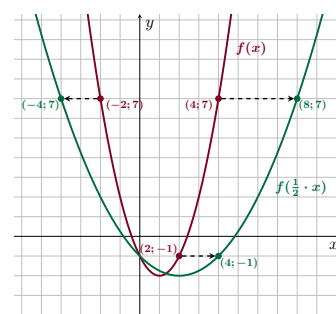
а) Если $c > 1$, то график функции **сожмется к оси Y** .

Икс-овые координаты всех точек графика изменятся в c раз. То есть точки графика, у которых $x > 0$, сместятся в c раз влево, а точки, у которых $x < 0$, сместятся в c раз вправо.



б) Если $0 < c < 1$, то график функции **растянется от оси Y** .

Точки графика, у которых $x > 0$, сместятся в $\frac{1}{c}$ раза влево, а точки, у которых $x < 0$, сместятся в $\frac{1}{c}$ раз вправо.

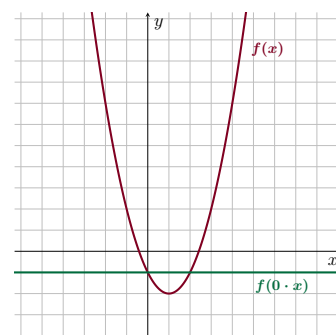


в) Если $c = 0$, то график функции **превратится в уравнение $y = a$** , где a — точка, в которой график пересекает ось Y .

Рассмотрим пример, представленный на рисунке справа. График функции $f(x)$ задан выражением $f(x) = x^2 - 2x - 1$. Умножим аргумент функции на 0:

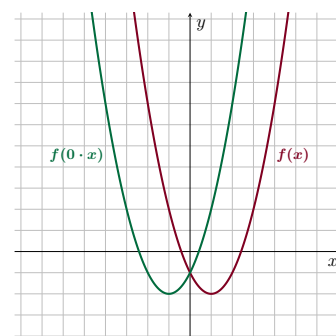
$$f(0 \cdot x) = (0 \cdot x)^2 - 2(0 \cdot x) - 1 = 0^2 - 2 \cdot 0 - 1 = 0 - 0 - 1 = -1$$

То есть $f(0 \cdot x) = -1$. Графиком такой функции является прямая линия, параллельная оси X , пересекающая ось Y в точке -1 .



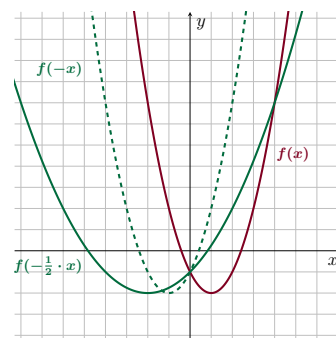
г) Если $c = -1$, то график функции **отразится относительно оси Y** .

В этом случае икс-овые координаты всех точек графика функции изменятся на противоположные.



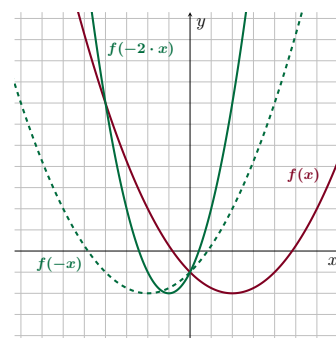
- д) Если $-1 < c < 0$, то график функции **отразится относительно оси Y** и **растянется от оси Y** в $\frac{1}{|c|}$ раз.

Это преобразование делаем также в два приема: сначала отражаем график относительно оси Y , а потом растягиваем от оси Y .



- е) Если $c < -1$, то график функции **отразится относительно оси Y** и **сожмется к оси Y** в $|c|$ раз.

Это преобразование делаем снова в два приема: сначала отражаем график относительно оси Y , а потом сжимаем к оси Y .



5. Отражение части графика относительно оси X [$y = |f(x)|$]

Если всю функцию $y = f(x)$ взять по модулю, то часть графика функции $y = f(x)$, которая расположена ниже оси X , отразится относительно оси X .

Исходный график $y = f(x)$

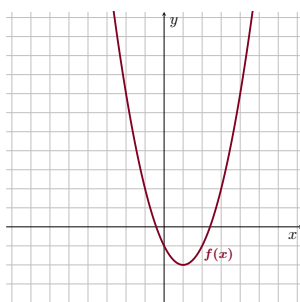
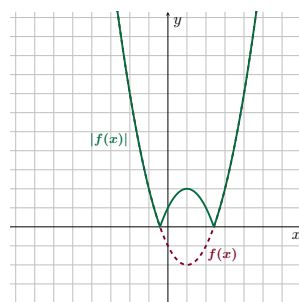


График функции $y = |f(x)|$



6. Отражение части графика относительно оси Y [$y = f(|x|)$]

Если аргумент функции $y = f(x)$ взять по модулю, то часть графика функции $y = f(x)$, которая расположена левее оси Y , сотрется, а правая часть отразится относительно оси Y .

Исходный график $y = f(x)$

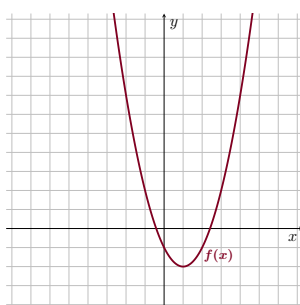


График функции $y = f(|x|)$

