

Занятие 1

1 Упростить выражение:

$$\left(\frac{10}{25 - b^2} + \frac{-1}{5 + b} + \frac{1}{5 - b} \right) \cdot (25 - 10b + b^2)$$

2 Из формулы $\frac{1}{F} = \frac{1}{f} + \frac{1}{d}$ выразить: а) F ; б) d

3 Из формулы $F = \gamma \cdot \frac{m_1 m_2}{r^2}$ выразить r . Все величины положительны.

4 Найти значение выражения $x^2 + \frac{1}{x^2}$, если известно, что $x - \frac{1}{x} = 5$

5 Решить уравнение:

$$\left(x^2 + \frac{4}{x^2} \right) - \left(x + \frac{2}{x} \right) - 8 = 0$$

6 Решить уравнение:

$$6x^4 + 7x^3 - 36x^2 - 7x + 6 = 0$$

7 Упростить выражение $\frac{p \cdot q}{p + q} \cdot \left(\frac{q}{p} - \frac{p}{q} \right)$ и найдите значение выражения, если $p = 3 - 2\sqrt{2}$ и $q = -2\sqrt{2}$

8 Вычислить:

1) $\sqrt{77 \cdot 24 \cdot 33 \cdot 14}$

2) $\sqrt{21} \cdot \sqrt{3\frac{6}{7}}$

3) $\frac{(3\sqrt{5})^2}{15}$

9 Найти значение выражения $3x^2 - 2x - 1$, если $x = \frac{1 - \sqrt{2}}{3}$

10 Упростить выражение:

1) $\frac{a}{a - 1} - \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a} + 1}$

2) $\left(\frac{\sqrt{a} - 5}{\sqrt{a} + 5} + \frac{20\sqrt{a}}{a - 25} \right) : \frac{\sqrt{a} + 5}{a - 5\sqrt{a}}$

11 Известно, что $\sqrt{8 - x} + \sqrt{x + 3} = 4$. Найдите значение выражения $\sqrt{(8 - x)(x + 3)}$

12 Найдите три последовательных натуральных числа, если удвоенный квадрат первого из них на 26 больше произведения второго и третьего чисел.

Занятие 2

1 Упростить выражение:

$$\left(\frac{2}{a-5} - \frac{20}{a^2-25} + \frac{-1}{a+5} \right) (a^2 + 10a + 25)$$

2 Из формулы $S_n = \frac{2a_1 + d(n+1)}{2} \cdot n$ выразить: а) a_1 ; б) d

3 Из формулы $P = \frac{U^2}{R}$ выразить U . Все величины положительны.

4 Найти значение выражения $4x^2 + \frac{1}{x^2}$, если известно, что $2x + \frac{1}{x} = 7$

5 Решить уравнение:

$$6 \left(x^2 + \frac{1}{x^2} \right) + 5 \left(x + \frac{1}{x} \right) - 38 = 0$$

6 Решить уравнение:

$$x^4 - 7x^3 + 14x^2 - 7x + 1 = 0$$

7 Вычислить:

1) $\sqrt{5 \cdot 6 \cdot 8 \cdot 20 \cdot 27}$

2) $\sqrt{15} \cdot \sqrt{6\frac{2}{3}}$

3) $\frac{6}{(2\sqrt{3})^2}$

8 Найти значение выражения $2x^2 - 6x + 3$, если $x = \frac{3 - \sqrt{5}}{2}$

9 Упростить выражение:

1) $\frac{c}{c-4} - \frac{\sqrt{c}}{\sqrt{c}-2}$

2) $\left(\frac{\sqrt{y}+7}{\sqrt{y}-7} - \frac{28\sqrt{y}}{y-49} \right) : \frac{\sqrt{y}-7}{y+7\sqrt{y}}$

10 Известно, что $\sqrt{y-1} + \sqrt{8-y} = 2$. Найдите значение выражения $\sqrt{(y-1)(8-y)}$

11 Найдите четыре последовательных нечетных натуральных числа, если удвоенное произведение второго и третьего чисел на 107 больше произведения первого и четвертого чисел.

Домашняя работа №1

1 Упростить выражение:

1) $\left(\frac{4}{a^2 - 4a} - \frac{3a + 32}{a^3 - 64}\right) : \frac{a - 8}{a^3 + 4a^2 + 16a} - \frac{4}{4 - a}$

2) $\left(\frac{2}{3 - b} - \frac{4b}{9 - b^2} + \frac{-1}{3 + b}\right)(9 + 6b + b^2)$

2 Из формулы $S = \frac{abc}{4R}$ выразить: а) c ; б) R

3 Из формулы $Q = I^2 R t$ выразить I . Все величины положительны.

4 Найти значение выражения $25x^2 + \frac{1}{x^2}$, если известно, что $5x + \frac{1}{x} = 4$

5 Решить уравнение:

$$\left(x^2 + \frac{16}{x^2}\right) - \left(x + \frac{4}{x}\right) - 12 = 0$$

6 Решить уравнение:

$$2x^4 + x^3 - 11x^2 + x + 2 = 0$$

7 Вычислить:

1) $\sqrt{21 \cdot 65 \cdot 39 \cdot 35}$

2) $\sqrt{12} \cdot \sqrt{5\frac{1}{3}}$

3) $\frac{(5\sqrt{7})^2}{35}$

8 Найти значение выражения $a^2 - 6\sqrt{5} - 1$, если $a = \sqrt{5} + 4$

9 Упростить выражение:

1) $\frac{x}{x - 16} - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 4}$

2) $\left(\frac{\sqrt{m} - 2}{\sqrt{m} + 2} + \frac{8\sqrt{m}}{m - 4}\right) : \frac{\sqrt{m} + 2}{m - 2\sqrt{m}}$

10 Известно, что $\sqrt{7 - x} + \sqrt{x - 2} = 3$. Найдите значение выражения $\sqrt{(7 - x)(x - 2)}$

11 Найдите три последовательных натуральных числа, если удвоенный квадрат второго из них на 56 меньше удвоенного произведения первого и третьего чисел.

Занятие 3

1 Упростить выражение:

1) $\frac{2}{mn} : \left(\frac{1}{m} - \frac{1}{n} \right)^2 - \frac{m^2 + n^2}{(m - n)^2}$

2) $\left(\frac{2}{2+m} - \frac{m}{m-2} - \frac{4}{4-m^2} \right) : \left(\frac{2}{2+m} + \frac{4}{m^2-4} + \frac{m}{2-m} \right)$

2 Вычислить:

1) $\frac{7!}{5!}$

2) $\frac{2000!}{1999!}$

3) $\frac{5! + 6! + 7!}{8! - 7!}$

3 Докажите, что для любого натурального n верно равенство:

1) $n! + (n+1)! = n!(n+2)$

2) $(n-1)! + n! + (n+1)! = (n+1)^2(n-1)!$

4 Запишите в виде дроби:

1) $\frac{1}{(n+1)!} - \frac{n^2 + 5n}{(n+3)!}$

2) $\frac{1}{(k-1)!} - \frac{k}{(k+1)!}$

5 Множество, состоящее из шести элементов $A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6$, упорядочили всеми возможными способами. Сколько таких способов? В скольких случаях:

1) элемент A_1 будет первым по порядку;

2) элемент A_1 не будет ни первым ни последним;

3) элемент A_1 будет первым, а A_6 будет последним.

6 Сколькими различными способами можно посадить в ряд трех мальчиков и трех девочек так, чтобы никакие два мальчика и никакие две девочки не оказались рядом?

7 Вычислить $P_{12} : P_{10}$

Занятие 4

1 Упростить выражение:

$$1) \frac{a^2}{3+a} \cdot \frac{9-a^2}{a^2-3a} + \frac{27+a^3}{3-a} : \left(3 + \frac{a^2}{3-a}\right) \quad 2) \frac{12bc^2+b^3}{(b-2c)^2} - \frac{6b^2c+5c^3}{(2c-b)^2} + \frac{3c^3}{4bc-4c^2-b^2}$$

2 Вычислить:

$$1) \frac{8!}{5!} \quad 2) \frac{500!}{498!} \quad 3) \frac{3!+5!+6!}{141 \cdot 4! - 282 \cdot 3!}$$

3 Докажите, что для любого натурального n верно равенство:

$$1) (n+1)! - n! = n!n \quad 2) \frac{(n+1)!}{(n-1)!} = n^2 + n$$

4 Упростить выражение:

$$\frac{n+2}{n!} - \frac{3n+2}{(n+1)!}$$

5 Вычислить:

$$1) \sqrt{65^2 - 56^2} \quad 3) \sqrt{9+4\sqrt{5}} \cdot \sqrt{9-4\sqrt{5}} \\ 2) \sqrt{45, 8^2 - 44, 2^2}$$

6 Вычислить:

$$1) \frac{11+\sqrt{21}}{11-\sqrt{21}} + \frac{11-\sqrt{21}}{11+\sqrt{21}} \quad 2) \sqrt{\frac{5}{2}} \cdot \left(2\sqrt{\frac{5}{2}} - \sqrt{10} + \sqrt{\frac{125}{2}}\right)$$

7 Решить уравнения:

$$1) 3(6x^2 - 13x + 6)^2 - 10(6x^2 - 13) = 53 \quad 2) (x^2 - 3x)^2 - 14x^2 + 42x + 40 = 0$$

Домашняя работа №2

1 Упростить выражение:

1) $\frac{y}{x+y} + \left(\frac{2x+1}{x+y} - \frac{2xy+y}{y^2-x^2} \right) : \frac{2x+1}{x-y}$

2) $\left(\frac{12b}{9-b^2} + \frac{3-b}{3+b} \right) : \frac{3+b}{3} - \frac{3}{3-b}$

3) $\left(a - \frac{1-2a^2}{1-a} + 1 \right) : \left(1 - \frac{1}{1-a} \right)$

2 Вычислить:

1) $\frac{20!}{22!}$

2) $\frac{15!}{10! \cdot 5!}$

3) $\frac{18! - 17 \cdot 17! - 16 \cdot 16!}{17! - 16!}$

3 Докажите, что для любого натурального n верно равенство:

1) $(n+1)! - n! + (n-1)! = (n^2+1)(n-1)!$

2) $\frac{(n-1)!}{n!} - \frac{n!}{(n+1)!} = \frac{1}{n(n+1)}$

4 Упростить выражение:

$$\frac{1}{(k-2)!} - \frac{k^3+k}{(k+1)!}$$

5 Вычислить:

1) $\sqrt{818^2 - 240^2}$

3) $\sqrt{3+\sqrt{2}} \cdot \sqrt{3-\sqrt{2}}$

2) $\sqrt{21,8^2 - 18,2^2}$

4) $(3\sqrt{3} + 2\sqrt{27})^2$

6 Вычислить:

1) $\frac{5}{3+2\sqrt{2}} + \frac{5}{3-2\sqrt{2}}$

2) $\sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \left(2\sqrt{\frac{2}{3}} - 5\sqrt{\frac{3}{8}} + 4\sqrt{\frac{3}{2}} \right)$

7 Решить уравнения:

1) $(2x^2 + 3x - 1)^2 - 10x^2 - 15x + 9 = 0$

2) $3(6x^2 - 13x + 6)^2 - 10(6x^2 - 13) = 53$

Занятие 5

1 За круглый стол на 9 стульев в случайном порядке рассаживаются 7 мальчиков и 2 девочки. Найдите вероятность того, что обе девочки будут сидеть рядом.

2 Сколько пятизначных чисел можно составить из цифр от 1 до 5? От 1 до 6? От 1 до 7? Так, чтобы цифры в числе не повторялись.

3 Решить уравнение:

1) $5x - (3x - (6x - 2)) = -10$

3) $(y + 5)(y^2 - 5y + 25) - y(y^2 - 4) = 25$

2)

$5(x + 3) - 4(3 - 2x) + 3(4 - 5x) = 2(4x - 5)$

4) $\frac{5x - 1}{9} - \frac{2x - 1}{6} = 2$

4 Решить уравнение:

1) $x^2 + 8x + 15 = 0$

2) $\frac{x^2}{3} - 2x = 1$

3) $x^2 + 4x + 4 = 0$

5 Решить уравнение:

1) $(x - 1)(2x + 3) = 7$

2) $(x - 1)(x - 3) + (x + 3)(x - 5) + 2x = 4$

6 Решить уравнение:

1) $(2x - 1)(x + 1) = 0$

$(2x - 3)(x^2 + 3x + 2) = 0$

$(x^2 - 16)(x^2 - 4x + 4) = 0$

2)

3)

7 Решить уравнение:

1) $\frac{x^2 - 1}{3} - \frac{(x - 1)^2}{8} = \frac{(x + 1)^2}{4} - x$

2) $\frac{5(x^2 - 1)}{4} + \frac{2x + 3}{6} = \frac{x^2 + 1}{12}$

8 Решить уравнение:

1) $\frac{x^2 + x - 6}{x + 3} = 0$

2) $\frac{21}{x} - \frac{10}{x - 2} - \frac{4}{x - 3} = 0$

3) $\frac{x^3 - 8}{2x - 4} = 12x - 18$

9 Решить уравнение:

1) $\frac{x + 2}{x + 1} + \frac{3}{x - 2} - 1 = \frac{3}{(x + 1)(x - 2)}$

2) $\frac{1}{2 - x} - 1 = \frac{1 - x}{x - 2} - \frac{6 - x}{3x^2 - 12}$

Занятие 7

1 Решить уравнение: $(13x + 29)^2 - 19(13x + 29) + 48 = 0$

2 1) Сколько мелодий можно сыграть из четырех нот?

2) Сколько мелодий можно сыграть из четырех нот, выбранных без повторения из семи заданных нот?

3) Сколько можно сыграть аккордов из четырех нот, выбранных из семи заданных нот?

3 Решить неравенство:

1) $\frac{4 + 5x}{2} > 3x + 1$

2) $\frac{x}{3} - \frac{3 - x}{5} \geq \frac{x + 12}{15} - \frac{9}{5}$

4 Решить неравенство:

1) $(2x - 1)(x + 12) \leq 0$

3) $x^2 - 19x + 18 \geq 0$

2) $\frac{x^2}{\sqrt{2}} < \sqrt{162}$

4) $(3x - 7)^2 \geq (7x - 3)^2$

5 Решить систему неравенств:

1)
$$\begin{cases} 5(4x + 3) - 4(5x + 3) > 3x, \\ \frac{2}{3}x < \frac{3}{2}x + 5 \end{cases}$$

2)
$$\begin{cases} x^2 + 9x + 8 \leq 0, \\ -0,3x \geq 2,4 \end{cases}$$

6 Решить неравенство:

1) $(2x - 3)(x^2 - x - 2) \leq (2x - 3)(10x^2 + 11x + 2)$

2) $(3x^2 - 8x + 4)(5x^2 - 8x - 4) \leq 0$

7 Решить систему неравенств:

$$\begin{cases} (2x^2 + 9x + 4)(4x^2 + 9x + 2)(9x^2 + 2x + 4) \leq 0, \\ (1 - 16x^2)(5x^2 + 2x)(5x^2 + 20x + 25) \geq 0. \end{cases}$$

Проверочная работа**1** Решить уравнение:

1) $(2x - 3)(x^2 + 3x + 2) = 0$

3) $(x^2 + 6x)^2 + 2(x + 3)^2 = 81$

2) $\frac{5(x^2 - 1)}{4} + \frac{2x + 3}{6} = \frac{x^2 + 1}{12}$

4) $x^4 - 7x^3 + 14x^2 - 7x + 1 = 0$

2 Сколько пятизначных чисел можно получить из цифр 1; 3; 5; 7; 9?**3** Сколько трехзначных чисел можно получить из цифр 1; 3; 5; 7; 9?**4** Сколько есть способов поставить в ряд (последовательность не важна) 3 человек из 8?**5** Вычислить:

1) $\frac{20!}{18!}$

2) $\frac{12!}{4! \cdot 3!}$

6 Вычислить:

1) $\frac{11 + \sqrt{21}}{11 - \sqrt{21}} + \frac{11 - \sqrt{21}}{11 + \sqrt{21}}$

2) $\sqrt{9 + 4\sqrt{5}} \cdot \sqrt{9 - 4\sqrt{5}}$

7 Упростить выражение:

$$\left(\frac{2}{2+m} - \frac{m}{m-2} - \frac{4}{4-m^2} \right) : \left(\frac{2}{2+m} + \frac{4}{m^2-4} + \frac{m}{2-m} \right)$$

8 Решить неравенство:

1) $(x - 1)(x + 5) \geq 0$

3) $(3x^2 - 8x + 4)(5x^2 - 8x - 4) \leq 0$

2) $x^2 - 6x + 5 \geq 0$