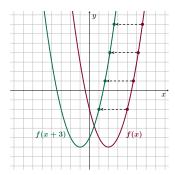
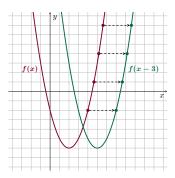
Преобразования графиков функций

1. Смещение графика функции по горизонтали [y=f(x+c)]

Если к аргументу функции y = f(x) прибавить число c, то график функции y = f(x) сместится по горизонтали.

- а) **Если** c>0, то график f(x) сместится **влево** на c:
- б) **Если** c < 0, то график f(x) сместится вправо на |c|:

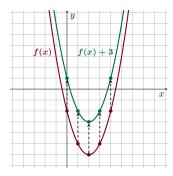


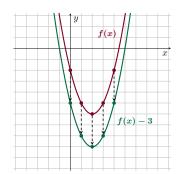


2. Смещение графика функции по вертикали [y = f(x) + c]

Если к функции y = f(x) прибавить число c, то график функции y = f(x) сместится по вертикали.

- а) Если c>0, то график f(x) сместится **вверх** на c:
- б) Если c<0, то график f(x) сместится **вниз** на |c|:



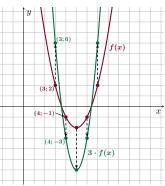


3. Растяжение или сжатие графика по вертикали $[y = c \cdot f(x)]$

Если всю функцию y = f(x) умножить на число c, то график функции y = f(x) может растянуться, сжаться или отразиться относительно оси X в зависимости от значения c. Рассмотрим каждый случай отдельно. Сразу обратим внимание, что точки, которые называют нули функции (точки, у которых y = 0), в любом

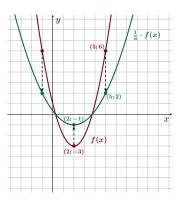
случае не меняют своего положения. ${\hbox{a)}} \ \ {\hbox{\bf Ecли}} \ c>1, \ {\hbox{\bf то}} \ {\hbox{\bf график функции растянется от оси X}.$

Игрековые координаты всех точек графика изменятся в c раз. Это означает, что точки графика, у которых y>0, сместятся в c раз вверх, а точки с отрицательными значениями по игреку сместятся в c раз вниз.



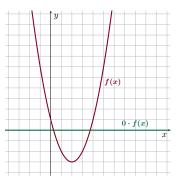
б) **Если** 0 < c < 1, то график функции сожмется к оси X.

В этом случае точки графика, у которых y>0, сместятся в $\frac{1}{c}$ раза вниз, а те, у которых y<0, сместятся в $\frac{1}{c}$ раза вверх.



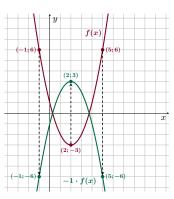
в) **Если** c=0, то уравнение функции **превратится в уравнение** y=0.

Очевидно, что при умножении всего выражения f(x) на 0 в результате получим 0 и уравнение функции будет $y=0\cdot f(x)=0$, то есть y=0. Вспомним, что график функции вида y=a, где a — число, это прямая линия, параллельная оси X и пересекающая ось Y в значении a. В нашем случае получим прямую, проходящую по оси X.



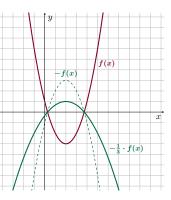
г) **Если** c=-1, то график функции **отразится относительно оси** X.

В этом случае игрековые координаты всех точек графика функции изменятся на противоположные.



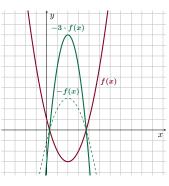
д) **Если** -1 < c < 0, то график функции **отразится относительно оси** X и **сожмется к оси** X в $\frac{1}{|c|}$ раз.

Такое преобразование удобно делать в два приема: сначала отражаем график относительно оси X график, а потом сжимаем к оси X.



е) **Если** c < -1, то график функции **отразится относительно оси** X и **растянется от оси** X в |c| раз.

Это преобразование делаем также в два приема: сначала отражаем график относительно оси X график, а потом растягиваем от оси X.



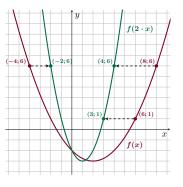
4. Растяжение от или сжатие к оси $Y \ [y = f(c \cdot x)]$

Если аргумент функции y=f(x) умножить на число c, то график функции y=f(x) может растянуться, сжаться или отразиться относительно оси Y в зависимости от значения c. Также как и в предыдущем пункте рассмотрим каждый случай отдельно.

В этом случае стоит отметить, что точка пересечения графика с осю Y не меняет своего положения.

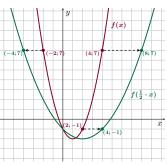
а) **Если** c>1, то график функции **сожмется к оси** Y.

Иксовые координаты всех точек графика изменятся в c раз. То есть точки графика, у которых x>0, сместятся в c раз влево, а точки, у которых x<0, сместятся в c раз вправо.



б) Если 0 < c < 1, то график функции растянется от оси Y.

Точки графика, у которых x>0, сместятся в $\frac{1}{c}$ раза влево, а точки, у которых x<0, сместятся в $\frac{1}{c}$ раз вправо.

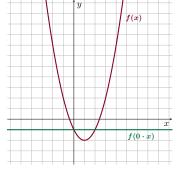


в) **Если** c = 0, то график функции **превратится в уравнение** y = a, где a -точка, в которой график пересекает ось Y.

Рассмотрим пример, представленный на рисунке справа. График функции f(x) задан выражением $f(x)=x^2-2x-1$. Умножим аргумент функции на 0:

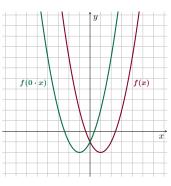
$$f(0 \cdot x) = (0 \cdot x)^2 - 2(0 \cdot x) - 1 = 0^2 - 2 \cdot 0 - 1 = 0 - 0 - 1 = -1$$

То есть $f(0 \cdot x) = -1$. Графиком такой функции является прямая линия, параллельная оси X, пересекающая ось Y в точке -1.



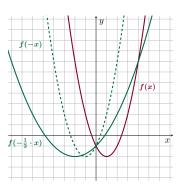
г) **Если** c=-1, то график функции **отразится относительно оси** Y.

В этом случае иксовые координаты всех точек графика функции изменятся на противоположные.



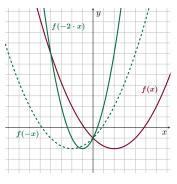
д) **Если** -1 < c < 0, то график функции **отразится относительно оси** Y и **растянется от оси** Y в $\frac{1}{|c|}$ раз.

Это преобразование делаем также в два приема: сначала отражаем график относительно оси Y, а потом растягиваем от оси Y.



e) **Если** c<-1, то график функции **отразится относительно оси** Y и **сожмется к оси** Y в |c| раз.

Это преобразование делаем снова в два приема: сначала отражаем график относительно оси Y, а потом сжимаем к оси Y.



5. Отражение части графика относительно оси $X \ [y = |f(x)|]$

Если всю функцию y = f(x) взять по модулю, то часть графика функции y = f(x), которая расположена ниже оси X, отразится относительно оси X.

Исходный график y = f(x)

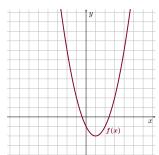
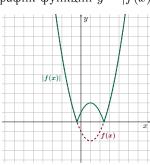


График функции y = |f(x)|



6. Отражение части графика относительно оси $Y\left[y=f(|x|)
ight]$

Если аргумент функции y = f(x) взять по модулю, то часть графика функции y = f(x), которая расположена левее оси Y, сотрется, а правая часть отразится относительно оси Y.

Исходный график y = f(x)

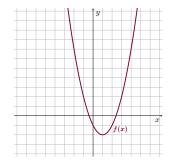


График функции y = f(|x|)

