

Список задач по классам

5 класс

1. Пароход проходит 150 км по озеру за 6 часов, а 84 км против течения реки – за 4 часа. Найдите скорость течения реки.
2. Сплав состоит из 5 частей цинка, 7 частей олова и 9 частей алюминия. Сколько цинка, олова и алюминия содержится в 3 кг 150 г сплава?
3. Юноша и девушка измерили одно и то же расстояние в 141 м шагами. Шаг девушки 50 см, а шаг юноши 60 см. Сколько раз их следы совпали?
4. Одноместная байдарка проплывает дистанцию гребного канала за 28 секунд, а двухместная – за 21 секунду. Обе байдарки стартовали одновременно с противоположных концов канала. Через сколько секунд они встретятся?

6 класс

1. Докажите, что число $10^{2011} + 2015$ делится на 9.
2. В магазине всё для чая продаются 5 разных чашек, 4 разных блюдца и 3 разных ложки. Сколькими способами можно купить комплект из блюдца, чашки и ложки?
3. А) Сколько существует чётных пятизначных чисел? Б) Сколько существует нечётных четырёхзначных чисел?
4. Найти $2\frac{2}{3}\%$ от 33

7-9 класс

1. Упростить выражение:

$$\sqrt{\frac{5}{2}} \cdot \left(2\sqrt{\frac{5}{2}} - \sqrt{10} + \sqrt{\frac{125}{2}} \right)$$

2. Вычислить:

$$\frac{1}{7 + 2\sqrt{6}} + \frac{1}{7 - 2\sqrt{6}}$$

3. Упростить выражение:

$$(\sqrt{13 + 5\sqrt{4,2}} + \sqrt{13 - 5\sqrt{4,2}})^2$$

4. Вычислить:

$$\frac{(3^{15} + 3^{13}) \cdot 2^9}{(3^{14} + 3^{12}) \cdot 1024}$$

5. Решить уравнение:

$$x^3 + x^2 + x + 1 = 0$$

6. Решить уравнение:

$$(x - 5)^2(x - 2) = 2(x - 5)$$

7. Решить уравнение:

$$|5x^2 - 3| = 2$$

8. Решить уравнение:

$$\left(\frac{x^2 + 24}{4x^2 - 20x + 25} + \frac{8}{5 - 2x} \right) : \left(\frac{1}{4x^2 - 20x + 25} - \frac{2}{2x^2 + x - 15} + \frac{1}{(x + 3)^2} \right) = 4.$$

9. Решить уравнение:

$$\left(\frac{1}{2}x + \frac{5}{8} - \frac{15}{88 + 32x} \right)^2 = 1.$$

10. Решить уравнение:

$$|x^2 - 2x - 3| = 3 - x.$$

11. Решить неравенство:

$$(x - 2)(x - 1)^2 \geq 0;$$

12. Решить систему неравенств:

$$\begin{cases} x^3(4x^2 + 5) > 5x^3, \\ x^2 + 10x - 24 < 0. \end{cases}$$

13. Решить неравенство:

$$\frac{x^2 + x - 12}{3x^2 + 5} \leq 0.$$

14. Решить неравенство:

$$\sqrt{3x^2 + 8x - 3} > \frac{1 + 2x}{3}.$$

10-11 класс

1. Вычислить:

$$16^{0,5} + \left(\frac{1}{16}\right)^{-0,75} - \left(\frac{1}{2}\right)^{-2}$$

2. Вычислить:

$$\sqrt[3]{54 \cdot 32} - \sqrt[4]{8 \cdot 162} + \sqrt[3]{42\frac{7}{8}}$$

3. Вычислить:

$$\log_3 72 - \log_3 8$$

4. Вычислить:

$$\frac{\log_{\sqrt{7}} 14 - \frac{1}{3} \log_{\sqrt{7}} 56}{\log_{\sqrt{6}} 30 - \frac{1}{2} \log_{\sqrt{6}} 150}$$

5. Вычислить:

$$\frac{12(\sin^2 16^\circ - \cos^2 16^\circ)}{\cos 32^\circ}.$$

6. Докажите тождество:

$$\frac{1 + \frac{1}{\operatorname{tg} x} + \frac{1}{\operatorname{tg}^2 x}}{1 + \frac{1}{\operatorname{ctg} x} + \frac{1}{\operatorname{ctg}^2 x}} = \operatorname{ctg}^2 x$$

7. Вычислить:

$$\sin x, \operatorname{ctg} x, \quad \text{если } \frac{1}{\cos x} = -\frac{5}{4} \text{ и } \pi < x < \frac{3\pi}{2}$$

8. Упростить и найти значение выражения:

$$\frac{3 \sin x + 4 \cos x}{\cos x - \sin x}, \quad \text{если } \operatorname{tg} x = -\frac{1}{3}$$

9. Вычислить:

$$\sqrt{50} \cos^2 \frac{9\pi}{8} - \sqrt{50} \sin^2 \frac{9\pi}{8}$$

10. Вычислить:

$$\frac{5 \operatorname{tg} 163^\circ}{\operatorname{tg} 17^\circ}$$

11. Упростить выражение:

$$\frac{23}{\sin^2 56^\circ + 1 + \sin^2 146^\circ}$$

12. Вычислить:

$$\sqrt{(\operatorname{tg} 60^\circ - 2)^2} - \sqrt{(\operatorname{ctg} 30^\circ - 2)^2}$$

13. Решить уравнение:

$$3 \operatorname{tg}^2 x + 2 \operatorname{tg} x - 1 = 0$$

14. Решить уравнение:

$$\frac{17^{18-x}}{19} = \frac{19^{18-x}}{17}$$

15. а) Решите уравнение $\sin x \cdot (2 \sin x - 1) + \sqrt{3} \sin x + \sin \frac{4\pi}{3} = 0$

б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{\pi}{2}; \pi\right)$

16. а) Решите уравнение $\log_{\sqrt{5}} \sqrt{x^4 + 2} = \log_5(37x^2 - 4) - 1$

б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-2\frac{2}{3}; \frac{1}{3}\right]$

17. а) Решите уравнение $3^{4 \cos x} - 2 \cdot 3^{2 \cos x} - 15 = 0$

б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$

18. а) Решите уравнение $\frac{|\cos x|}{\cos x} - 2 = 2 \sin x$

б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $[-1; 7]$

19. Решить уравнение:

$$\left(\sqrt{2 + \sqrt{3}}\right)^x + \left(\sqrt{2 - \sqrt{3}}\right)^x = 4.$$

20. Решить уравнение:

$$\log_2 \frac{x-2}{x+2} + \log_{\frac{1}{2}} \frac{2x-1}{6x+7} = 0.$$

21. Решить неравенство:

$$8^x < 6 \cdot 4^{\frac{3-x}{2}} + 2^{x+1}.$$

22. Решить неравенство:

$$\log_x (\log_2(4^x - 6)) \leq 1.$$

23. Решить неравенство:

$$\log_3(1+x) > \log_3 x(1 - \log_x(1-x)).$$