

## Домашняя работа 2

- 1** Точка  $A$  лежит вне данной окружности с центром  $O$ . Окружность с диаметром  $OA$  пересекается с данной в точках  $B$  и  $C$ . Докажите, что прямые  $AB$  и  $AC$  — касательные к данной окружности.
- 2** Постройте хорду данной окружности, равную и параллельную заданному отрезку.
- 3**  $CH$  — высота прямоугольного треугольника  $ABC$ , проведенная из вершины прямого угла. Докажите, что сумма радиусов окружностей, вписанных в треугольники  $ACH$ ,  $BCH$  и  $ABC$ , равна  $CH$ .
- 4** Окружность касается стороны  $BC$  треугольника  $ABC$  в точке  $M$ , а продолжений сторон  $AB$  и  $AC$  — в точках  $N$  и  $P$  соответственно. Вписанная в этот треугольник окружность касается стороны  $BC$  в точке  $K$ , а стороны  $AB$  — в точке  $L$ . Докажите, что:  
а) отрезок  $AN$  равен полупериметру треугольника  $ABC$ ;  
б)  $BK = CM$ ;  
в)  $NL = BC$ .
- 5** В острый угол, равный  $60^\circ$ , вписаны две окружности, касающиеся друг друга внешним образом. Радиус меньшей окружности равен  $r$ . Найдите радиус большей окружности.
- 6** Угловые величины дуг, заключенных между двумя хордами, продолжения которых пересекаются вне круга, равны  $\alpha$  и  $\beta$  ( $\alpha > \beta$ ). Под каким углом пересекаются продолжения хорд?
- 7** Треугольник с вершинами в основаниях высот треугольника  $ABC$  называется ортотреугольником треугольника  $ABC$ . Докажите, что высоты остроугольного треугольника  $ABC$  являются биссектрисами его ортотреугольника.
- 8** Две окружности пересекаются в точках  $A$  и  $B$ . Через точку  $B$  проводится прямая, пересекающая окружности в точках  $C$  и  $D$ , а затем через точки  $C$  и  $D$  проводятся касательные к этим окружностям. Докажите, что точки  $A$ ,  $C$ ,  $D$  и точка  $P$  пересечения касательных лежат на одной окружности.
- 9** Решить уравнения:
- 1)  $6x^4 + 7x^3 - 36x^2 - 7x + 6 = 0$       3)  $|x^2 - x - 5| + |x^2 - x - 9| = 10$   
2)  $5\sqrt{12 - x} + |4x - 3| = 5x + |4\sqrt{12 - x} - 3|$       4)  $5 \sin x + 2 \cos x = 0$