

**1** Рассмотрите прямоугольный треугольник с острым углом, равным  $x$ , и гипотенузой, равной 1:

- 1) Чему равны катеты такого треугольника?
- 2) Чему будут равны катеты, если гипотенуза будет равна  $c$ ?
- 3) Запишите теорему Пифагора для данного треугольника с гипотенузой, равной 1 (Основное тригонометрическое тождество);
- 4) Убедитесь, что если гипотенуза будет равна  $c$ , то ОТТ (основное тригонометрическое тождество) выполняется;
- 5) Убедитесь, что при любом значении гипотенузы:  $\operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x}$  и  $\operatorname{ctg} x = \frac{\cos x}{\sin x}$ .

**2** Рассмотрите прямоугольный треугольник с углом  $30^\circ$  и гипотенузой равной 1:

- 1) Найдите катеты этого треугольника;
- 2) Вычислите  $\sin$ ,  $\cos$ ,  $\operatorname{tg}$ ,  $\operatorname{ctg}$  углов  $30^\circ$  и  $60^\circ$ ;
- 3) Сделайте то же самое для треугольника с углом  $30^\circ$  и гипотенузой равной 3. Что можно сказать про  $\sin$ ,  $\cos$ ,  $\operatorname{tg}$ ,  $\operatorname{ctg}$  углов  $30^\circ$  и  $60^\circ$ ?

**3** Прodelать те же действия для прямоугольного треугольника с углом  $45^\circ$  и гипотенузой равной 1.

**4** Вычислить значения тангенса и котангенса с теми же самыми аргументами.

**5** Записать все получившиеся значения для  $\sin$ ,  $\cos$ ,  $\operatorname{tg}$ ,  $\operatorname{ctg}$  углов  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  и  $60^\circ$  в таблицу.

**6** *Расширенное понятие синуса и косинуса:*

**$\cos x$**  — абсцисса точки на единичной окружности, соответствующей углу  $x$ .  
 **$\sin x$**  — ордината точки на единичной окружности, соответствующей углу  $x$ .

**7** Вычислить:

$$\sin 90^\circ; \sin 270^\circ; \sin 180^\circ; \cos 0^\circ; \cos 360^\circ; \sin(-90^\circ); \sin 720^\circ; \sin 0^\circ; \cos 900^\circ$$

**8** Выяснить, почему при  $n \in \mathbb{Z}$ :

- |   |   |
|---|---|
| 1) $\sin(x + 360^\circ \cdot n) = \sin x$ ; | 3) $\operatorname{tg}(x + 360^\circ \cdot n) = \operatorname{tg} x$ ;   |
| 2) $\cos(x + 360^\circ \cdot n) = \cos x$ ; | 4) $\operatorname{ctg}(x + 360^\circ \cdot n) = \operatorname{ctg} x$ . |

**9** Доказать геометрическим способом, что:

- |                           |                                |                                |
|---------------------------|--------------------------------|--------------------------------|
| 1) $\sin(-x) = -\sin x$ ; | 3) $\sin(180 - x) = \sin x$ ;  | 5) $\sin(180 + x) = -\sin x$ ; |
| 2) $\cos(-x) = \cos x$ ;  | 4) $\cos(180 - x) = -\cos x$ ; | 6) $\cos(180 + x) = -\cos x$ . |

**1 Формулы с прошлого урока:**

- 1)  $\sin(-x) = -\sin x$ ;                      3)  $\sin(180 - x) = \sin x$ ;                      5)  $\sin(180 + x) = -\sin x$ ;  
2)  $\cos(-x) = \cos x$ ;                      4)  $\cos(180 - x) = -\cos x$ ;                      6)  $\cos(180 + x) = -\cos x$ .

**2 Вычислить:**

- 1)  $\cos 120^\circ$                       3)  $\sin 225^\circ$                       5)  $\cos 225^\circ$                       7)  $\cos 405^\circ$                       9)  $\cos(-510^\circ)$   
2)  $\cos 150^\circ$                       4)  $\sin(-135^\circ)$                       6)  $\operatorname{tg}(-120^\circ)$                       8)  $\sin 540^\circ$                       10)  $\sin(-450^\circ)$

**3 Формулы суммы/разности синуса или косинуса:**

- 1)  $\sin(x + y) = \sin x \cos y + \sin y \cos x$                       3)  $\cos(x + y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$   
2)  $\sin(x - y) = \sin x \cos y - \sin y \cos x$                       4)  $\cos(x - y) = \cos x \cos y + \sin x \sin y$

**4 Упростить с помощью данных формул:**

- 1)  $\sin(90 + x)$                       3)  $\sin(180 + x)$                       5)  $\sin(270 + x)$                       7)  $\sin(360 + x)$   
2)  $\sin(90 - x)$                       4)  $\sin(180 - x)$                       6)  $\sin(270 - x)$                       8)  $\sin(360 - x)$

**5 Упростить с помощью данных формул:**

- 1)  $\cos(90 + x)$                       3)  $\cos(180 + x)$                       5)  $\cos(270 + x)$                       7)  $\cos(360 + x)$   
2)  $\cos(90 - x)$                       4)  $\cos(180 - x)$                       6)  $\cos(270 - x)$                       8)  $\cos(360 - x)$

**6 Вычислить:**

- 1)  $\sin 300^\circ$                       3)  $\operatorname{tg} 330^\circ$                       5)  $\sin 390^\circ$                       7)  $\cos(-780^\circ)$                       9)  $\operatorname{tg}(-225^\circ)$   
2)  $\cos 240^\circ$                       4)  $\cos 120^\circ$                       6)  $\cos 495^\circ$                       8)  $\sin(-300^\circ)$                       10)  $\sin(-1200^\circ)$

**7 Вычислить:**

- 1)  $\frac{16 \cos 35^\circ}{\sin 55^\circ}$ .                      2)  $7 \operatorname{tg} 9^\circ \operatorname{tg} 81^\circ$                       3)  $-4\sqrt{3} \cos(-750^\circ)$                       4)  $\frac{14 \sin 409^\circ}{\sin 49^\circ}$

**8 Вычислить:**

- 1)  $\frac{51 \cos 4^\circ}{\sin 86^\circ} + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sin 60^\circ}{3}$                       2)  $\frac{32 \cos 116^\circ}{\sin 64^\circ} + \frac{25 \cos 29^\circ}{\sin 61^\circ}$

**9** При температуре  $0^\circ$  рельс имеет длину  $l_0 = 12,5$  м. При возрастании температуры происходит тепловое расширение рельса, и его длина, выраженная в метрах, меняется по закону  $l(t^\circ) = l_0(1 + \alpha \cdot t^\circ)$ , где  $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} (^\circ\text{C})^{-1}$  – коэффициент теплового расширения,  $t^\circ$  – температура (в градусах Цельсия). При какой температуре рельс удлинится на 6 мм? Ответ выразите в градусах Цельсия.

**10** Из пункта  $A$  в пункт  $B$  одновременно выехали два автомобиля. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью 24 км/ч, а вторую половину пути – со скоростью, на 16 км/ч больше скорости первого, в результате чего прибыл в пункт  $B$  одновременно с первым автомобилем. Найдите скорость первого автомобиля. Ответ дайте в км/ч.

**1** Вычислить:

- |                      |                                     |                        |                                     |
|----------------------|-------------------------------------|------------------------|-------------------------------------|
| 1) $\cos 90^\circ$   | 4) $\sin 225^\circ$                 | 7) $\cos 540^\circ$    | 10) $\operatorname{tg}(-960^\circ)$ |
| 2) $\sin 90^\circ$   | 5) $\operatorname{tg}(-135^\circ)$  | 8) $\sin 495^\circ$    | 11) $\operatorname{ctg}(750^\circ)$ |
| 3) $\cos(135^\circ)$ | 6) $\operatorname{ctg}(-120^\circ)$ | 9) $\sin(-1125^\circ)$ | 12) $\operatorname{tg} 1620^\circ$  |

**2** Вычислить:

- |   |   |  |
|---|---|--|
| 1) $\frac{3 \operatorname{tg} 163^\circ}{\operatorname{tg} 17^\circ}$ | 3) $2\sqrt{3} \operatorname{tg}(-300^\circ)$                        | 5) $\frac{14 \sin 19^\circ}{\sin 341^\circ}$       |
| 2) $5\sqrt{3} \operatorname{tg}(-300^\circ)$                          | 4) $5 \operatorname{tg} 17^\circ \cdot \operatorname{tg} 107^\circ$ | 6) $\frac{12}{\sin^2 27^\circ + \cos^2 207^\circ}$ |

**3** Вычислить:

- |   |  |
|---|--|
| 1) $\frac{100,5 \cdot \cos 10^\circ}{\sin 80^\circ} + \frac{\sin 45^\circ}{2} \cdot \sqrt{2}$ | 2) $\frac{20 \cos 140^\circ}{\sin 50^\circ} + \frac{10 \cos 3^\circ}{\sin 87^\circ}$ |
|---|--|

**4** По закону Ома для полной цепи сила тока, измеряемая в амперах, равна  $I = \frac{\sigma}{R + r}$ , где  $\sigma$  – ЭДС источника (в вольтах),  $r = 2$  Ом – его внутреннее сопротивление,  $R$  – сопротивление цепи (в омах). При каком наименьшем сопротивлении цепи сила тока будет составлять не более 40% от силы тока короткого замыкания  $I = \frac{\sigma}{r}$ ? (Ответ выразите в омах).

**5** Из пункта  $A$  в пункт  $B$  одновременно выехали два автомобиля. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью 72 км/ч, а вторую половину пути – со скоростью, на 10 км/ч больше скорости первого, в результате чего прибыл в пункт  $B$  одновременно с первым автомобилем. Найдите скорость первого автомобиля. Ответ дайте в км/ч.

**1** Формулы суммы/разности синуса или косинуса:

1)  $\sin(x + y) = \sin x \cos y + \sin y \cos x$

3)  $\cos(x + y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$

2)  $\sin(x - y) = \sin x \cos y - \sin y \cos x$

4)  $\cos(x - y) = \cos x \cos y + \sin x \sin y$

**2** Вычислить через формулы суммы/разности:

$$\sin 150^\circ; \cos 135^\circ; \sin 225^\circ; \cos(-120^\circ); \cos 330^\circ; \operatorname{tg}(-150^\circ); \sin(-225^\circ); \cos 300^\circ; \sin(-315^\circ)$$

**3** Метод приведения аргумента тригонометрических функций:

0) Выносим минус за знак аргумента;

1) "Убираем" полные круги из аргумента (*в будущем не обязательно*);2) Представляем аргумент в виде суммы/разности так, чтобы одно слагаемое было кратно 90, а другое было табличным значением ( $30^\circ$ ;  $45^\circ$ ;  $60^\circ$ );3) Определяем четверть аргумента (*меньшее слагаемое всегда принимаем за острый угол*);

4) Определяем знак функции в этой четверти;

5) Меняем или оставляем название тригонометрической функции ( $0^\circ$ ;  $180^\circ$  — не меняем название функции;  $90^\circ$ ;  $270^\circ$  — меняем название функции на противоположное).**4** Вычислить с помощью метода приведения:

$$\sin 135^\circ; \cos 240^\circ; \sin 390^\circ; \operatorname{tg} 150^\circ; \operatorname{ctg} 220^\circ; \sin(-220^\circ); \operatorname{tg} 840^\circ; \cos(-240^\circ); \sin 315^\circ$$

**Определение 1** Радиан — центральный угол, который опирается на дугу, равную радиусу данной окружности.

**Определение 2** Число  $\pi$  — отношение длины окружности к ее диаметру. Или иначе отношение половины длины окружности к ее радиусу.

Таким образом можно сделать вывод, что в половине окружности радиус укладывается  $\pi$  раз, а значит развернутый угол равен  $\pi$  радиан (т.е.  $\pi$  радиан =  $180^\circ$ ).

1)  $1 \text{ градус} = \frac{\pi}{180} \text{ радиан};$

2)  $1 \text{ радиан} = \frac{180}{\pi} \text{ градусов (по факту всегда вместо } \pi \text{ подставляем } 180^\circ).$

**5** Перевести градусы в радианы:

1)  $90^\circ$

4)  $45^\circ$

7)  $270^\circ$

10)  $330^\circ$

13)  $810^\circ$

2)  $120^\circ$

5)  $30^\circ$

8)  $360^\circ$

11)  $390^\circ$

14)  $210^\circ$

3)  $60^\circ$

6)  $210^\circ$

9)  $225^\circ$

12)  $150^\circ$

15)  $300^\circ$

**6** Перевести радианы в градусы:

1)  $\frac{\pi}{2}$

4)  $\frac{7\pi}{6}$

7)  $\frac{11\pi}{3}$

10)  $\frac{45\pi}{6}$

13)  $\frac{55\pi}{4}$

2)  $\frac{3\pi}{2}$

5)  $\frac{14\pi}{2}$

8)  $\frac{5\pi}{3}$

11)  $\frac{7\pi}{4}$

14)  $\frac{15\pi}{5}$

3)  $\frac{5\pi}{4}$

6)  $\frac{36\pi}{9}$

9)  $\frac{9\pi}{3}$

12)  $\frac{13\pi}{6}$

15)  $\frac{21\pi}{4}$

**7** Вычислить с помощью метода приведения:

$$\cos \frac{5\pi}{4}; \sin \frac{7\pi}{3}; \sin \frac{3\pi}{2}; \sin \left(-\frac{5\pi}{3}\right); \cos \frac{7\pi}{6}; \sin \frac{13\pi}{4}; \sin \left(-\frac{7\pi}{6}\right); \cos \frac{21\pi}{4}; \operatorname{tg} \frac{16\pi}{6}; \operatorname{ctg} \frac{11\pi}{4}$$