

Список задач по классам**5 класс**

- 1** Пароход проходит 150 км по озеру за 6 часов, а 84 км против течения реки – за 4 часа. Найдите скорость течения реки.
- 2** Сплав состоит из 5 частей цинка, 7 частей олова и 9 частей алюминия. Сколько цинка, олова и алюминия содержится в 3 кг 150 г сплава?
- 3** Юноша и девушка измерили одно и то же расстояние в 141 м шагами. Шаг девушки 50 см, а шаг юноши 60 см. Сколько раз их следы совпали?

6 класс

- 1** Докажите, что число $10^{2011} + 2015$ делится на 9.
- 2** В магазине всё для чая продаются 5 разных чашек, 4 разных блюдца и 3 разных ложки. Сколькими способами можно купить комплект из блюда, чашки и ложки?
- 3** Сколько существует чётных пятизначных чисел?
- 4** Одноместная байдарка проплывает дистанцию гребного канала за 28 секунд, а двухместная — за 21 секунду. Обе байдарки стартовали одновременно с противоположных концов канала. Через сколько секунд они встретятся?
- 5** Найти:
- 1) $\frac{12}{19}$ от 76; 2) $2\frac{2}{3}\%$ от 33 3) НОД(50; 75) 4) НОК(48; 72)

7 – 9 класс

- 1** Вычислить:
- 1) $\frac{(3^{15} + 3^{13}) \cdot 2^9}{(3^{14} + 3^{12}) \cdot 1024}$ 3) $\sqrt{7 + 4\sqrt{3}} + \sqrt{7 - 4\sqrt{3}}$
- 2) $\sqrt{\frac{5}{2}} \cdot \left(2\sqrt{\frac{5}{2}} - \sqrt{10} + \sqrt{\frac{125}{2}} \right)$ 4) $\frac{1}{7 + 2\sqrt{6}} + \frac{1}{7 - 2\sqrt{6}}$
- 5) $(\sqrt{13 + 5\sqrt{4,2}} + \sqrt{13 - 5\sqrt{4,2}})^2$
- 2** Упростить выражение:
- $$\left(\frac{4}{a^2 - 4a} - \frac{3a + 32}{a^3 - 64} \right) : \frac{a - 8}{a^3 + 4a^2 + 16a} - \frac{4}{4 - a}$$
- 3** Решить уравнение:
- 1) $x^3 + x^2 + x + 1 = 0$ 4) $|5x^2 - 3| = 2$
- 2) $(x - 5)^2(x - 2) = 2(x - 5)$ 5) $|x^2 - 2x - 3| = 3 - x$
- 3) $x^2 - 3x - 5 - \sqrt{7} = 0$ 6) $|x^2 + 3x| = |9 - x^2| + 2$

4 Решить неравенство или систему неравенств:

1) $(x - 2)(x - 1)^2 \geq 0;$

3) $\frac{x^2 + x - 12}{3x^2 + 5} \leq 0.$

2) $\begin{cases} x^3(4x^2 + 5) > 5x^3, \\ x^2 + 10x - 24 < 0. \end{cases}$

4) $\sqrt{3x^2 + 8x - 3} > \frac{1 + 2x}{3}.$

5 На катетах AC и BC прямоугольного треугольника ABC вне его построены квадраты $ACDE$ и $CBFK$ (вершины обоих квадратов перечислены против часовой стрелки), P – середина KD . Докажите, что $CP \perp AB$.

6 Дана окружность с центром O . На продолжении хорды AB за точку B отложен отрезок BC , равный радиусу. Через точки C и O проведена секущая CD (D – точка пересечения с окружностью, лежащая вне отрезка CO). Докажите, что $\angle AOD = 3\angle ACD$.

7 Постройте график функции:

1) $y = |x + 5| - 2x + 3$

3) $y = \begin{cases} -3x - 1, & x < 0, \\ -1, & 0 \leq x < 2, \\ 2x - 5, & x \geq 2. \end{cases}$

2) $y = |x^2 - 5x + 6|$

8 Парабола проходит через точки $K(0; -5)$, $M(3; 10)$, $P(-3; -2)$. Найдите координаты ее вершины.

9 Первый насос наполняет бак за 20 минут, второй – за 30 минут, а третий – за 1 час. За сколько минут наполнят бак три насоса, работая одновременно?

10 – 11 класс

1 Вычислить:

1) $16^{0,5} + \left(\frac{1}{16}\right)^{-0,75} - \left(\frac{1}{2}\right)^{-2}$

4) $\frac{12(\sin^2 16^\circ - \cos^2 16^\circ)}{\cos 32^\circ}.$

2) $\sqrt[3]{54 \cdot 32} - \sqrt[4]{8 \cdot 162} + \sqrt[3]{42 \frac{7}{8}}$

5) $\sqrt{50} \cos^2 \frac{9\pi}{8} - \sqrt{50} \sin^2 \frac{9\pi}{8}$

3) $\frac{\log_2 12,8 - \log_2 0,8}{5^{\log_{25} 16}}$

6) $\frac{5 \operatorname{tg} 163^\circ}{\operatorname{tg} 17^\circ}$

2 Вычислить:

1) $\sin x$ и $\operatorname{ctg} x$, если $\frac{1}{\cos x} = -\frac{5}{4}$ и $\pi < x < \frac{3\pi}{2}$

2) $\frac{3 \sin x + 4 \cos x}{\cos x - \sin x}$, если $\operatorname{tg} x = -\frac{1}{3}$

3) $\sqrt{(\sin 60^\circ - 2)^2} - \sqrt{(\operatorname{ctg} 30^\circ - 1)^2}$

3 Докажите тождество: $\frac{1 + \frac{1}{\operatorname{tg} x} + \frac{1}{\operatorname{tg}^2 x}}{1 + \frac{1}{\operatorname{ctg} x} + \frac{1}{\operatorname{ctg}^2 x}} = \operatorname{ctg}^2 x$

4 а) Решите уравнение $\log_{\sqrt{5}} \sqrt{x^4 + 2} = \log_5(37x^2 - 4) - 1$

б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-2\frac{2}{3}; \frac{1}{3}\right]$

5 а) Решите уравнение $3^{4\cos x} - 2 \cdot 3^{2\cos x} - 15 = 0$

б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$

6 Решить уравнение:

1) $3 \operatorname{tg}^2 x + 2 \operatorname{tg} x - 1 = 0$

3) $\left(\sqrt{2+\sqrt{3}}\right)^x + \left(\sqrt{2-\sqrt{3}}\right)^x = 4.$

2) $\frac{17^{18-x}}{19} = \frac{19^{18-x}}{17}$

4) $\log_2 \frac{x-2}{x+2} + \log_{1/2} \frac{2x-1}{6x+7} = 0$

7 Найдите область определения функции $f(x) = \sqrt{\frac{1}{2\sqrt{x}-8} - \frac{1}{\sqrt{x}-3}}.$

8 Решить неравенство:

1) $8^x < 6 \cdot 4^{\frac{3-x}{2}} + 2^{x+1}.$

3) $\log_3(1+x) > \log_3 x(1 - \log_x(1-x)).$

2) $\log_x(\log_2(4^x - 6)) \leq 1.$

4) $\frac{\log_2(3 \cdot 2^{x-1} - 1)}{x} \geq 1.$

Импровизация

1 Вычислить:

1) $\sqrt{818^2 - 240^2}$

3) $\frac{\log_{\sqrt{7}} 14 - \frac{1}{3} \log_{\sqrt{7}} 56}{\log_{\sqrt{6}} 30 - \frac{1}{2} \log_{\sqrt{6}} 150}$

2) $\frac{23}{\sin^2 56^\circ + 1 + \sin^2 146^\circ}$

4) $\sqrt[3]{\sqrt[4]{\frac{1}{4096}}} - \sqrt[4]{\sqrt[3]{4096}}$

2 Построить график функции: $y = x^2 - 5|x| + 6$

3 Найдите координаты точки пересечения двух перпендикулярных прямых, если известно, что первая прямая задана уравнением $y = -\frac{2}{3}x - 1.5$, а вторая проходит через точку $(6; -1)$.

4 Решить неравенство:

$$\log_{2x}(x^2 - 5x + 6) < 1.$$

5 Прямая, проходящая через общую точку A двух окружностей, пересекает вторично эти окружности в точках B и C соответственно. Расстояние между проекциями центров окружностей на эту прямую равно 12. Найдите BC , если известно, что точка A лежит на отрезке BC .