

1 Теория

1. Основное логарифмическое тождество:

$$a^{\log_a b} = b$$

2. Переход от логарифмического равенства к показательному:

$$a^{\log_a b} = c \Leftrightarrow a^c = b$$

3. Логарифм $\log_a b$ существует в том случае, если

$$\begin{cases} a > 0, \\ a \neq 1, \\ b > 0 \end{cases}$$

4. Свойства логарифмов:

$$1) \log_a 1 = 0$$

$$2) \log_a a = 1$$

$$3) \log_{10} a = \lg a$$

$$4) \log_e a = \ln a$$

$$5) \log_a(b \cdot c) = \log_a(b) + \log_a(c)$$

$$6) \log_a\left(\frac{b}{c}\right) = \log_a(b) - \log_a(c)$$

$$7) \log_a b^c = c \cdot \log_a b$$

$$8) \log_a^c b = \frac{1}{c} \cdot \log_a b$$

$$9) \log_a b = \frac{1}{\log_b a}$$

2 Практика

1. Вычислите:

$$а) \log_2 4$$

$$б) \log_3 27$$

$$в) \log_5 \frac{1}{5}$$

$$г) \log_{10} 100$$

$$д) \log_2 2^3$$

$$е) \log_5 0,2$$

$$ж) \log_2 \frac{1}{4}$$

$$з) \log_4 1$$

$$и) \log_2 4^3$$

2. Вычислите:

$$а) 2^{\log_2 3}$$

$$б) 2^{\log_2 7 + \log_2 5}$$

$$в) 7^{2 \log_7 3}$$

$$г) (3^{\log_3 7})^2$$

$$д) 10^{3 \log_{10} 5}$$

$$е) (3^2)^{\log_3 7}$$

$$ж) 0,1^{2 \log_{0,1} 10}$$

3. Вычислите:

$$а) \log_{\frac{1}{2}} 2$$

$$б) \log_{\frac{1}{2}} 8^3$$

$$в) \log_3 \left(\frac{1}{9}\right)^3$$

$$г) \log_{\sqrt{2}} 2$$

$$д) \log_{\sqrt{3}} \sqrt{27}$$

$$е) \log_{\sqrt{5}} \sqrt{5^5}$$

4. Вычислите:

а) $4^{\log_2 3}$

в) $8^{\log_2 7}$

д) $(\sqrt{3})^{\log_3 5}$

б) $25^{\log_5 9}$

г) $2^{\log_{\sqrt{2}} 3}$

е) $(\sqrt[3]{5})^{\log_5 2}$

5. Вычислите:

а) $\log_6 2 + \log_6 3$

в) $\log_8 \frac{7}{8} + \log_8 \frac{7}{8}$

д) $\log_5 100 - 2\log_5 2$

б) $\log_{15} 5 + \log_{15} 3$

г) $2\log_6 2 + \log_6 9$

6. Вычислите:

а) $\log_{5^2} 125^2$

б) $\log_4 8^2$

7. Вычислите:

а) $\log_{\frac{1}{4}} 2$

б) $\log_{\frac{1}{16}} 8$

в) $2^{\frac{1}{\log_5 2}}$

г) $10^{\frac{1}{\log_2 10}}$

8. Вычислите:

$$\log_3 27 - \log_{\sqrt{3}} 27 - \log_{\frac{1}{3}} 27 - \log_{\frac{\sqrt{3}}{2}} \left(\frac{64}{27} \right)$$

9. Вычислите:

а) $6^{\log_3 625}$

в) $3^{\log_{\sqrt[3]{9}} 4} + 2^{\frac{1}{\log_1 64}}$

б) $\log_2 3 \cdot \log_3 2 \cdot 7^{2\log_7 3}$

г) $\frac{\log_3 135}{\log_1 53} - \frac{\log_3 5}{\log_4 053}$