

Занятие №6

1. Найдите все значение параметра a , при которых система уравнений

$$\begin{cases} y = (a+2)x^2 + 2ax + a - 2, \\ y^2 = x^2. \end{cases}$$

имеет ровно четыре различных решения.

2. Основание пирамиды $SABC$ — равносторонний треугольник ABC . Боковое ребро SA перпендикулярно плоскости основания, точки M и N — середины ребер BC и AB соответственно, причем $SN = AM$

а) Докажите, что угол между прямыми AM и SN равен 60°

б) Найдите расстояние между этими прямыми, если $BC = 6$

3. Найдите все значение параметра a , при которых корни уравнения

$$3a^{2x} - 16^x + 2 \cdot (4a)^x = 0$$

принадлежат отрезку $[-2; -1]$.

4. Найдите все значение параметра a , при которых уравнение

$$5x + \frac{18}{\sqrt{x^2 + 36}} = a\sqrt{x^2 + 36}$$

имеет хотя бы один корень.

5. На диагонали параллелограмма взяли точку, отличную от ее середины. Из нее на все стороны параллелограмма (или их продолжения) опустили перпендикуляры.

1) Докажите, что четырехугольник, образованный основаниями этих перпендикуляров, является трапецией.

2) Найдите площадь полученной трапеции, если площадь параллелограмма равна 16, а один из его углов равен 60°

6. В правильной четырехугольной трапеции $SABCD$ на ребрах CD и SC отмечены точки N и K соответственно, причем $DN : NC = SK : KC = 1 : 4$. Плоскость α содержит прямую KN и параллельна BC .

1) Докажите, что плоскость α параллельна прямой SA .

2) Найдите, в каком отношении плоскость α делит объем пирамиды.