

ĐÁP ÁN

Môn thi: **TIN HỌC**

Ngày thi thứ nhất: 19 tháng 10 năm 2020

Thời gian làm bài: 180 phút

Bài 1. Tổng các ước (5 điểm)

- Với một số nguyên d , có thể xác định xem d có phải là ước của ít nhất một số thuộc đoạn $[a, b]$ hay không trong $O(1)$: Nếu $a/d < b/d$ thì d là ước của ít nhất 1 số trong đoạn $[a, b]$.
- Chia làm 2 TH:
 - Các ước $\leq 10^6$: Duyệt tất cả các số $\leq 10^6$, với mỗi số kiểm tra xem nó có là ước của đoạn $[a, b]$ hay không, nếu có cộng nó vào biến kết quả.
 - Các ước $> 10^6$: Một số $d > 10^6$ là ước của số x thuộc đoạn $[a, b]$ thì $x/d < 1000$ (vì $b \leq 10^9$). Duyệt tất cả các giá trị v của x/d (từ 1 tới 1000), với mỗi giá trị v ta biết được khoảng giá trị $[L, R]$ của d mà $x/d = v$. Sort các khoảng $[L, R]$ lại rồi đếm phần hợp của chúng.

Bài 2. Tam giác nhọn (5 điểm)

Sắp xếp các bộ que tính theo độ dài tăng dần. Kiểm tra que tính có tạo thành một tam giác nhọn không bằng công thức: $a_i + a_j > a_k$ ($1 \leq i \leq j \leq k \leq N$)

- Sub1:** for ba vòng để kiểm tra, nếu có một bộ a, b, c thỏa mãn: bộ a có x que, bộ b có y que, bộ c có z que, vậy sẽ có $x \times y \times z$ tam giác có thể tạo ra.
- Sub2:** for hai vòng cho hai cạnh a và b ; cạnh c tìm bằng chặt nhị phân hoặc kỹ thuật leo. Tính tích $x \times y \times (z_1 + z_2 + \dots)$; có thể tính tổng z bằng mảng cộng dồn.

Bài 3. Nén số (5 điểm)

- Sub 1:** duyệt từng số từ L đến R
- Sub 2:** xây dựng mảng quy hoạch động như sau:
 - $dp[i][j]$ là tích lớn nhất của số X có độ dài là i với j là một trong 4 trường hợp sau:
 - $j = 0$ tương đương với X giống L và R từ chữ số từ 1 đến chữ số thứ i ($X == L[1:i] == R[1:i]$)
 - $j = 1$ tương đương với $X > L[1:i]$ và $X == R[1:i]$
 - $j = 2$ tương đương với $X == L[1:i]$ và $X < R[1:i]$
 - $j = 3$ tương đương với $X > L[0:i]$ và $X < R[0][i]$
 - Kết quả sẽ là $\max(dp[n][0:3])$
- Sub 3:** ta thấy rằng với $L, R < 10^{100}$ thì mảng quy hoạch động sẽ bị quá giới hạn của long long nên ta sử dụng số lớn để tính toán
- Sub 4:** nhận thấy rằng $a \times b = 10^{\log(a) + \log(b)}$ nên thay vì quy hoạch động trên tích các chữ số, ta quy hoạch động trên tổng logarit của các chữ số.

Bài 4. Trạm tiếp sóng (5 điểm)

Yêu cầu đề bài tương đương với việc tìm cây khung cực tiểu.

Giữa hai trạm BTS i và j , thay vì thêm cạnh có trọng số $\min(|x_i - x_j|, |y_i - y_j|)$, ta có thể thêm hai cạnh với trọng số lần lượt là $|x_i - x_j|$ và $|y_i - y_j|$.

Với ba thị trấn i, j, k bất kỳ có $x_i < x_j < x_k$, ta nhận xét rằng cạnh (i, k) với chi phí $x_k - x_i$ sẽ không bao giờ xuất hiện trong cây khung cực tiểu, vì việc sử dụng hai cạnh (i, j) và (j, k) với tổng trọng số $(x_j - x_i) + (x_k - x_j) = x_k - x_i$ sẽ có lợi hơn.

Do đó ta có thể tìm tập các cạnh cần xét (bao gồm $2 * (N - 1)$ cạnh) bằng cách:

- Sắp xếp các trạm theo tọa độ x tăng dần. Trong danh sách đã sắp xếp, với từng cặp trạm BTS kề nhau, ta thêm cạnh giữa hai trạm BTS này vào tập cạnh cần xét.
- Sắp xếp các trạm theo tọa độ y tăng dần. Trong danh sách đã sắp xếp, ta thêm cạnh giữa hai trạm BTS này vào tập cạnh cần xét.

Sau đó, ta tìm cây khung cực tiểu của tập cạnh này (bằng thuật toán Prim, Kruskal hoặc Boruvka).

Độ phức tạp: $O(N \log N)$

----- Hết -----