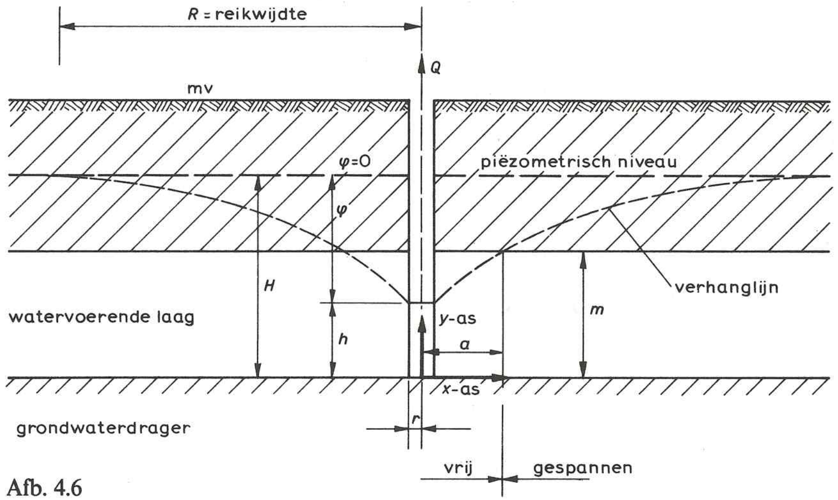
4.9 OVERGANG VAN GESPANNEN NAAR VRIJE GRONDWATERSPIEGEL

Voor het geval dat het gespannen grondwater wordt afgepompt tot beneden de onderkant van de ondoorlatende laag (afb. 4.6) hebben we te doen met een gecombineerde toevoer. Het gedeelte over de afstand *a* heeft een vrije grondwaterspiegel, terwijl daar buiten het grondwater gespannen blijft.



Afb. 4.6

In het punt waar de vrije verhanglijn overgaat in de gespannen verhanglijn, gelden beide formules.

Uitgaande van de formule van Dupuit, heeft TESSENDORFF voor dit geval de volgende afleiding gegeven.
Uit continuïteitsoverwegingen is de naar een bron stromende hoeveelheid water in ieder cilindervlak gelijk. In de verticaal waar de vrije en gespannen grondwaterspiegel in elkaar overgaan, stroomt dus hetzelfde debiet naar de bron.

Q voldoet derhalve op een afstand a uit de bron aan twee vergelijkingen:

- Q_1 voor de vrije waterspiegel met randvoorwaarden $y = m$, $x = a$ en $y = h, x = r$, zodat:

$$Q_1 = \frac{\pi k(m^2 - h^2)}{\ln a - \ln r} \tag{4.22}$$

- De randvoorwaarden voor Q_2 met gespannen grondwaterspiegel zijn $y = H, x = R$ en $y = m, x = a$, zodat:

$$Q_2 = \frac{2\pi km(H - m)}{\ln R - \ln a} \tag{4.23}$$

Aangezien $Q_1 = Q_2$, kan de waarde a worden berekend uit de gelijkstelling $Q_1 = Q_2$, zodat:

$$\frac{m^2 - h^2}{\ln a - \ln r} = \frac{2m(H - m)}{\ln R - \ln a}$$

of

$$\frac{\ln R - \ln a}{\ln a - \ln r} = \frac{2m(H - m)}{m^2 - h^2}$$

waaruit voor $\ln a$ volgt:

$$\ln a = \frac{(m^2 - h^2)\ln R + 2m(H - m)\ln r}{2m(H - m) + m^2 - h^2}$$

Substitueren we deze waarde in de formule voor Q_2 en stellen we $Q_2 = Q$, dan ontstaat daaruit:

$$Q = \frac{\pi k[2m(H - m) + m^2 - h^2]}{\ln R - \ln r}$$

$$= \frac{\pi k(2mH - m^2 - h^2)}{\ln R - \ln r}$$

Door aan de teller $+H^2 - H^2$ toe te voegen volgt daaruit:

$$Q = \frac{\pi k(2mH - m^2 + H^2 - H^2 - h^2)}{\ln R - \ln r}$$

$$= \frac{\pi k[H^2 - h^2 - (H - m)^2]}{\ln R - \ln r}$$

waaruit volgt

$$Q = \frac{\pi k(H^2 - h^2)}{\ln R - \ln r} - \frac{\pi k(H - m)^2}{\ln R - \ln r} \tag{4.24}$$

De gecombineerde afvoer is derhalve gelijk aan de hoeveelheid bij een vrije waterspiegel na aftrek van de volgende term:

$$\frac{\pi k(H - m)^2}{\ln R - \ln r}$$