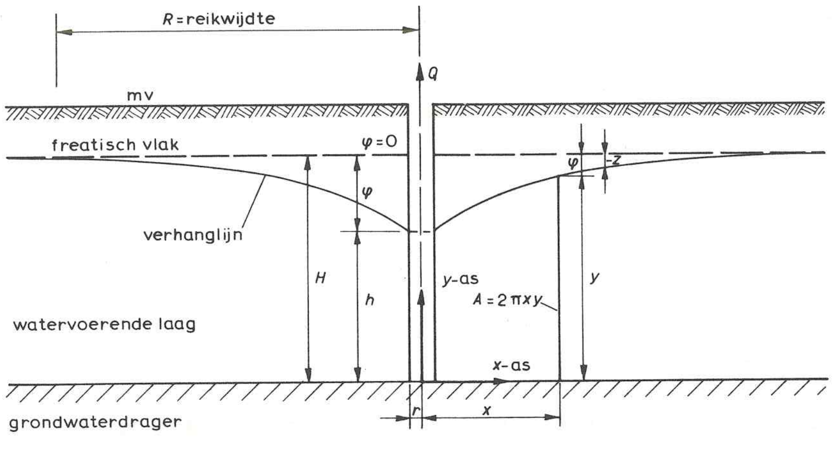

Afb. 4.1

De potentiaal op een afstand x, gemeten ten opzichte van een met het oorspronkelijke freatisch vlak samenvallend vergelijkingsvlak is φ, zodat $\varphi = y - H = z$ (z is negatief bij verlaging en positief bij stijging van het grondwater).
Uit $\varphi = y - H$ volgt:

$$\frac{d\varphi}{dx} = \frac{dy}{dx}$$

Voor iedere cilindrische doorsnede geldt volgens de continuïteitsvoorwaarde:

$$Q = vA$$

waarin

$$A = 2\pi xy$$

$$v = k\frac{d\varphi}{dx} \tag{4.1}$$

zodat

$$Q = 2\pi kxy\frac{d\varphi}{dx} = 2\pi kxy\frac{dy}{dx}$$

$$y\,dy = \frac{Q}{2\pi k}\frac{1}{x}dx$$

Door integratie van deze vergelijking resulteert dit in:

$$\tfrac{1}{2}y^2 = \frac{Q}{2\pi k}\ln x + C \tag{4.1}$$

De integratieconstante C volgt uit de randvoorwaarden.
Voor $y = H$ en $x = R$ geldt:

$$H^2 = \frac{Q}{\pi k}\ln R + C$$

$$C = H^2 - \frac{Q}{\pi k}\ln R$$

Na substitutie van C in vergelijking (4.1) ontstaat dan:

$$H^2 - y^2 = \frac{Q}{\pi k}(\ln R - \ln x)$$

Voor $y = h$ en $x = r$ berekenen we:

$$H^2 - h^2 = \frac{Q}{\pi k}(\ln R - \ln r) \tag{4.2}$$

of algemeen

$$y_1^2 - y_2^2 = \frac{Q}{\pi k}(\ln x_1 - \ln x_2) \tag{4.2a}$$

waarbij x_1 en x_2 de afstanden zijn voor de bijbehorende waterstanden y_1 en y_2.

De vergelijking voor de watertoevoer naar een volkomen bron in een bodem met een vrije waterspiegel en een stationaire stroming luidt dus:

$$Q = \frac{\pi k(H^2 - h^2)}{\ln R - \ln r} \tag{4.3}$$

Q is negatief bij wateronttrekking.
In deze vorm geschreven staat de gegeven vergelijking bekend als de *formule van Dupuit*.