

2η Εργαστηριακή Άσκηση

Ελαχιστοποίηση με χρήση παραγώγων

Στην εργασία αυτή θα ασχοληθούμε με το πρόβλημα ελαχιστοποίησης μιας δοσμένης συνάρτησης πολλών μεταβλητών $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ χωρίς περιορισμούς. Οι αλγόριθμοι που θα χρησιμοποιήσουμε βασίζονται στην ιδέα της επαναληπτικής καθόδου, βάσει της οποίας ξεκινάμε από κάποιο σημείο $x_0 \in \mathbb{R}^n$ και παράγουμε διαδοχικά τα διανύσματα x_1, x_2, \dots έτσι ώστε $f(x_{k+1}) < f(x_k)$, $k = 1, 2, 3, \dots$. Οι αλγόριθμοι αναζήτησης που θα μελετήσουμε είναι:

- Μέθοδος Μέγιστης Καθόδου (Steepest Descent)
- Μέθοδος Newton
- Μέθοδος Levenberg-Marquardt

Η αντικειμενική συνάρτηση που θα μελετήσουμε είναι η:

$$f(x, y) = x^5 e^{-x^2 - y^2}.$$

Θέμα 1 Σχεδιάστε την f για να πάρετε μια γενική εικόνα της μορφής της.

Θέμα 2 Ελαχιστοποιήστε την f με την μέθοδο Μέγιστης Καθόδου, χρησιμοποιώντας ως αρχικά σημεία (x_0, y_0) τα **i)** $(0,0)$, **ii)** $(-1,1)$, και **iii)** $(1,-1)$. Το βήμα γ_k θα επιλεγεί: **α)** σταθερό (της επιλογής σας), **β)** τέτοιο ώστε να ελαχιστοποιεί την $f(x_k + \gamma_k d_k)$, και **γ)** βάσει του κανόνα Armijo. Σχολιάστε τις διαφορές στα αποτελέσματα, σε περίπτωση που προκαλούνται, λόγω της επιλογής του σημείου έναρξης (x_0, y_0) του αλγορίθμου, καθώς επίσης και λόγω της επιλογής του βήματος γ_k . **Οδηγούμαστε πάντα σε σωστό αποτέλεσμα; Αν όχι τι πιστεύετε ότι φταίει;**

Θέμα 3 Επαναλάβετε τα ερωτήματα του Θέματος 2 χρησιμοποιώντας την μέθοδο **Newton**.

Θέμα 4 Επαναλάβετε τα ερωτήματα του Θέματος 2 χρησιμοποιώντας την μέθοδο **Levenberg-Marquardt**.

-Να παραδώσετε όλους του κώδικες των προγραμμάτων που γράψατε (m-files) και μία αναφορά (pdf) στην οποία θα καταγράψετε όλες τις παρατηρήσεις σας (σύγκλιση και σύγκριση των μεθόδων, αριθμός επαναλήψεων, γραφική παράσταση της σύγκλισης της αντικειμενικής συνάρτησης ως προς k).

-Σχολιάστε τυχόν αποκλίσεις από τις επιθυμητές τιμές λόγω εγκλωβισμού του αλγορίθμου σε κάποιο τοπικό ακρότατο (ελάχιστο ή μέγιστο). Παρατηρήστε την εξάρτηση του αποτελέσματος από την τιμή εκκίνησης (x_0, y_0) του αλγορίθμου, καθώς επίσης και από την επιλογή του βήματος γ_k .

- Να ανεβάσετε στο elearning που να περιέχει όλα τα αρχεία σας (κώδικες του Matlab, αναφορά σε pdf), με ονομασία `Lastname_Firstname_AEM_lab02`.

Νοέμβριος 2022