

# Derivacije

## Osnovna pravila deriviranja:

- derivacija konstante:  $c' = 0$
- derivacija umnoška konstante i funkcije:  $(c \cdot f)' = c \cdot f'$
- derivacija zbroja i razlike:  $(f \pm g)' = f' \pm g'$
- derivacija umnoška:  $(f \cdot g)' = f' \cdot g + f \cdot g'$   $(f \cdot g \cdot h)' = f'gh + fg'h + fgh'$
- derivacija kvocijenta:  $\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f' \cdot g - f \cdot g'}{g^2}$

## Derivacije elemetarnih funkcija:

$x' = 1$ $\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$ $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$	$(x^n)' = n \cdot x^{n-1}$ $\left(\frac{1}{x^n}\right)' = -\frac{n}{x^{n+1}}$ $(\sqrt[n]{x})' = \frac{1}{n \cdot \sqrt[n]{x^{n-1}}}$
$(e^x)' = e^x$ $(\ln x)' = \frac{1}{x}$	$(a^x)' = a^x \cdot \ln a$ $(\log_a x)' = \frac{1}{x \cdot \ln a}$
$(\sin x)' = \cos x$ $(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$ $(\sin^{-1} x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ $(\operatorname{tg}^{-1} x)' = \frac{1}{1+x^2}$	$(\cos x)' = -\sin x$ $(\operatorname{cg} x)' = \frac{1}{\sin^2 x}$ $(\cos^{-1} x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ $(\operatorname{ctg}^{-1} x)' = -\frac{1}{1+x^2}$
$(\sinh x)' = \cosh x$ $(\operatorname{tgh} x)' = \frac{1}{\cosh^2 x}$ $(\sinh^{-1} x)' = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$ $(\cosh^{-1} x)' = \frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$	$(\cosh x)' = \sinh x$ $(\operatorname{ctgh} x)' = -\frac{1}{\sinh^2 x}$ $(\operatorname{tgh}^{-1} x)' = \frac{1}{1-x^2}$ $(\operatorname{ctgh}^{-1} x)' = -\frac{1}{x^2-1}$

# Integrali

## Opća pravila integriranja:

- ako je  $\int f(x)dx = F(x) + c$  tada je  $F' = f$
- $\int c \cdot f(x)dx = c \cdot \int f(x)dx$
- $\int dx = x + c$
- integral zbroja i razlike:  $\int [f(x) \pm g(x)]dx = \int f(x)dx \pm \int g(x)dx$
- pravilo supstitucije: ako je  $x = \varphi(t)$ , tada je:  $\int f(x)dx = \int f[\varphi(t)] \cdot \varphi'(t)dt$
- parcijalna integracija:  $\int (f \cdot g') = f \cdot g - \int (f' \cdot g)$

## Tablica osnovnih integrala (kod svakog integrala s desne strane jednakosti treba dodati konstantu $c$ )

$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} \quad (n \neq -1)$	$\int \frac{dx}{x} = \ln  x $
$\int e^x dx = e^x$	$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a}$
$\int \sin x \, dx = -\cos x$	$\int \cos x \, dx = \sin x$
$\int \operatorname{tg} x \, dx = -\ln  \cos x $	$\int \operatorname{ctg} x \, dx = \ln  \sin x $
$\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \operatorname{tg} x$	$\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\operatorname{ctg} x$
$\int \sinh x \, dx = \cosh x$	$\int \cosh x \, dx = \sinh x$
$\int \operatorname{tgh} x \, dx = \ln  \cosh x $	$\int \operatorname{ctgh} x \, dx = \ln  \sinh x $
$\int \frac{dx}{\cosh^2 x} = \operatorname{tgh} x$	$\int \frac{dx}{\sinh^2 x} = -\operatorname{ctgh} x$
$\int \frac{dx}{a^2 + x^2} = \frac{1}{a} \cdot \operatorname{tg}^{-1} \frac{x}{a}$	$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \sin^{-1} \frac{x}{a}$
$\int \frac{dx}{a^2 - x^2} = \frac{1}{a} \cdot \operatorname{tgh}^{-1} \frac{x}{a}$	$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 + x^2}} = \sinh^{-1} \frac{x}{a}$
$\int \frac{dx}{x^2 - a^2} = -\frac{1}{a} \cdot \operatorname{ctgh}^{-1} \frac{x}{a}$	$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 - a^2}} = \cosh^{-1} \frac{x}{a}$

## Određeni integral:

- ako je  $F' = f$  onda:  $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$