

Kompleksni brojevi

Imaginarna jedinica i : $i = \sqrt{-1}$

Opći oblik kompleksnog broja: $z = a + b \cdot i$

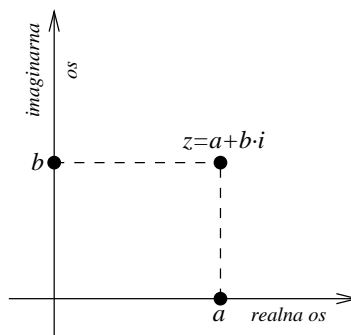
Konjugirano kompleksni broj broju $z = a + bi$:

$$\bar{z} = a - bi$$

Realni i imaginarni dio kompleksnog broja:

$$\operatorname{Re}(a + b \cdot i) = a$$

$$\operatorname{Im}(a + b \cdot i) = b$$



slika: geometrijski prikaz kompleksnog broja

Jednakost kompleksnih brojeva:

$$a + b \cdot i = c + d \cdot i \text{ ako je } a = c \text{ i } b = d$$

Računske operacije s kompleksnim brojevima

Zbrajanje i oduzimanje kompleksnih brojeva: $(a + bi) \pm (c + di) = (a \pm c) + (b \pm d) \cdot i$

Množenje kompleksnih brojeva: $(a + bi) \cdot (c + di) = (a \cdot c - b \cdot d) + (a \cdot d + b \cdot c) \cdot i$

Dijeljenje kompleksnih brojeva: $\frac{a + bi}{c + di} = \frac{ac + bd}{c^2 + d^2} + \frac{cb - ad}{c^2 + d^2} \cdot i$

Potencije imaginarne jedinice: $i^{4n} = 1$ $i^{4n+1} = i$ $i^{4n+2} = -1$ $i^{4n+3} = -i$

Trigonometrijski oblik kompleksnog broja

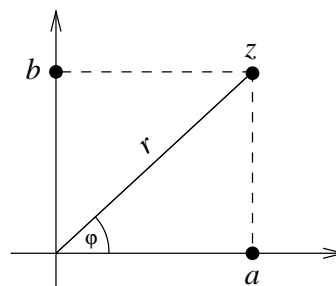
Trigonometrijski oblik broja $z = a + bi$:

$$z = r \cdot (\cos \varphi + i \cdot \sin \varphi)$$

r ... modul broja z : $r = \sqrt{a^2 + b^2}$

φ ... argument broja z : $\operatorname{tg} \varphi = \frac{b}{a}$

Neka je $z_k = r_k \cdot (\cos \varphi_k + i \cdot \sin \varphi_k)$ za $k = 1, 2$



Množenje kompleksnih brojeva: $z_1 \cdot z_2 = r_1 r_2 \cdot [\cos(\varphi_1 + \varphi_2) + i \cdot \sin(\varphi_1 + \varphi_2)]$

Dijeljenje kompleksnih brojeva: $\frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1}{r_2} \cdot [\cos(\varphi_1 - \varphi_2) + i \cdot \sin(\varphi_1 - \varphi_2)]$

Potenciranje kompleksnog broja $z = r \cdot (\cos \varphi + i \cdot \sin \varphi)$

$$z^n = r^n \cdot [\cos n\varphi + i \cdot \sin n\varphi]$$

Korjenovanje kompleksnog broja $z = r \cdot (\cos \varphi + i \cdot \sin \varphi)$

$$\sqrt[n]{z} = \sqrt[n]{r} \cdot \left(\cos \frac{\varphi + 2k\pi}{n} + i \cdot \sin \frac{\varphi + 2k\pi}{n} \right) \quad k = 0, 1, 2 \dots n-1$$