1 Lineare homogene Differentialgleichungen zweiter Ordnung

Eine DGL 2. Ordnung hat die folgende allgemeine Struktur:

$$\frac{d^2y}{dx^2} = f(x, y, \frac{dy}{dx}).$$

Der Term $\frac{dy}{dx}$ drückt dabei aus, dass die zweite Ableitung von y in Abhängigkeit zur ersten Ableitung von y stehen kann. Fortan beschränken wir uns auf DGL 2. Ordnung, die folgende Form aufweisen:

$$y'' + p(x)y' + q(x)y = g(x) \tag{1.1}$$

Ist in der Gleichung (1.1) $g(x) = 0$ so sprechen wir von einer lineare homogenen DGL 2. Ordnung[1].

Wie üblich, sind für eindeutige Lösungen Differentialgleichungen n-ter Ordnung n Anfangsbedingungen (Randwertbedingungen) notwendig. Zunächst betrachten wir ein paar fundamentale Sätze aus dem Bereich der Differentialgleichungen.

Satz 1.1. *Sei folgende lineare homogene DGL 2. Ordnung gegeben*

$$y'' + p(x)y' + q(x)y = 0$$

und seien $y_1(x)$ und $y_2(x)$ Lösungen dieser. Dann sind alle Linearkombinationen der Lösungen y_1, y_2:

$$y := c_1y_1 + c_2y_2$$

wobei c_1, c_2 Konstanten sind, ebenfalls Lösungen der DGL.

Beweis. Offensichtlich gilt: $y' = c_1y_1' + c_2y_2'$ und $y'' = c_1y_1'' + c_2y_2''$. Setzt man nun die entsprechenden Ableitungen von y in die DGL 2. Ordnung ein, erhält man:

$$c_1y_1'' + c_2y_2'' + p(x)(c_1y_1' + c_2y_2') + q(x)(c_1y_1 + c_2y_2) = 0.$$

entsprechendes Ausklammern und Umstellen liefert

$$c_1(y_1'' + p(x)y_1' + q(x)y_1) + c_2(y_2'' + p(x)y_2' + q(x)y_2) = 0.$$

Da nun y_1 und y_2 Lösungen der DGL 2. Ordnung sind, folgt die Aussagen des Satzes unmittelbar. □

Satz 1.2. *Sei folgende lineare homogene DGL 2. Ordnung gegeben*

$$y'' + p(x)y' + q(x)y = 0$$

[1] O.B.d.A. ist die DGL $P(x)y'' + Q(x)y' + R(x)y = G(x)$ auf (1.1) überführbar - setze dazu: $p(x) := \frac{Q(x)}{P(x)}, q(x) := \frac{R(x)}{P(x)}, g(x) := \frac{G(x)}{P(x)}$

und seien $y_1(x)$ und $y_2(x)$ zwei linear unabhänige Lösungen[2] *dieser. Dann ist jede Linearkombinationen der Lösungen y_1, y_2:*

$$y := c_1y_1 + c_2y_2$$

wobei c_1, c_2 Konstanten sind, die allgemeine Lösung der DGL, d.h. jeder Lösung der DGL kann in dieser Form ausgedrückt werden.

Abschließend erfolgt ein letzter wichtiger Satz, dessen Bedeutung im Verlauf des Textes deutlich wird; er sei hier der Vollständigkeit halber aufgeführt.

Definition 1.3. *Seien y_1, y_2 linear unabhängige Lösungen der homogenen DGL aus (1.2) (d.h. g(x)=0). Dann weist gemäß der Aussage des vorherigen Satzes die allgemeine Lösung folgende Struktur auf*

$$y = c_1y_1 + c_2y_2.$$

Nimmt man Anfangsbedingungen $y(x_0) = y_0, y'(x_0) = y'_0$ hinzu, so müssen folgende Gleichungen gelten:

$$y_0 = c_1y_1(x_0) + c_2y_2(x_0)$$
$$y'_0 = c_1y'_1(x_0) + c_2y'_2(x_0)$$

Stellt man nun dieses Gleichungsystem nach c_1 bzw. c_2 um, so erhält man folgende Gleichungen

$$c_1 = \frac{y_0y'_2(x_0) - y'_0y_2(x_0)}{y_1(x_0)y'_2(x_0) - y'_1(x_0)y_2(x_0)}$$
$$c_2 = \frac{-y_0y'_1(x_0) - y'_0y_1(x_0)}{y_1(x_0)y'_2(x_0) - y'_1(x_0)y_2(x_0)}$$

Dementsprechend können c_1, c_2 nur dann sinnvoll definiert sein, falls der Nenner von Null verschieden ist. Sei nun $W := \begin{vmatrix} y_1(x_0) & y_2(x_0) \\ y'_1(x_0) & y'_2(x_0) \end{vmatrix} = y_1(x_0)y'_2(x_0) - y'_1(x_0)y_2(x_0)$

Die Determinante W heißt Wronski-Determinante für die Lösungen y_1 und y_2.

Satz 1.4. *Sei folgende lineare homogene DGL 2. Ordnung gegeben*

$$y'' + p(x)y' + q(x)y = 0$$

und seien $y_1(x)$ und $y_2(x)$ zwei Lösungen, deren Wronski-Determinante an der Stelle x_0 ungleich Null ist. Dann ist jede Linearkombinationen der Lösungen y_1, y_2:

$$y := c_1y_1 + c_2y_2$$

wobei c_1, c_2 Konstanten sind, die allgemeine Lösung der DGL, d.h. jeder Lösung der DGL kann in dieser Form ausgedrückt werden.

[2]Zwei Funktionen $f(x), g(x)$ heißen linear abhängig, wenn es zwei Konstanten d_1, d_2 gibt, sodass $d_1f(x) + d_2g(x) = 0$ gilt - unabhängig sonst.

1.1 Einstieg - auszubauen! ohne Relevanz im Moment

Als Motivation vereinfachen wir die DGL aus (1.1) zu folgender DGL:

$$ay'' + by' + cy = 0, \tag{1.2}$$

wobei a,b,c Konstanten sind. Mittels Raten, erhält man eine Lösung der Form

$$y = e^{rx},$$

wobei r noch eine zu bestimmende Konstante ist. Setzt man die Lösung $y = e^{rx}$ in die Gleichung (1.2) ein[3], so gilt:

$$ar^2e^{rx} + bre^{rx} + ce^{rx} = 0.$$

Das anschließende Dividieren durch e^{rx} liefert sodann

$$ar^2 + br + c = 0 \tag{1.3}$$

Die Gleichung (1.3) heißt charakteristische Gleichung für (1.2) und weist gemäß der Eigenschaften Gleichungen 2. Grades höchstens 2 unterschiedliche Nullstellen auf. Dabei können folgende Fälle auftreten

1. Die Nullstellen (NST) r_1, r_2 sind reell und verschieden voneinander
2. Die NST r_1, r_2 sind komplex und verschieden voneinander
3. Die NST sind identischt und reell, i.e. $r_1 = r_2$

1.1.1 1. Fall: reelle und verschiedene NST

Betrachten wir eine allgemein lineare, homogene DGL 2. Ordnung, die die Form aus (1.2) aufweist, d.h.

$$ay'' + by' + cy = 0,$$

mit den Randwertbedingungen

$$y(x_0) = y_0 \quad \text{und} \quad y'(x_0) = y'_0$$

[3] $y' = re^{rx}, y'' = r^2e^{rx}$

2 Anwendung der Ergebnisse auf die lineare homogene DGL 2. Ordnung, die aus Ito's Lemma resultiert

2.1 Black-Scholes Modell

Definition 2.1. *Für eine eindimensionale Brownsche Bewegung W_t mit Drift μ und Volatilität σ sei*

$$X_t := X_0 e^{(\mu - \frac{\sigma^2}{2})t + \sigma W_t}$$

die dazugehörige geometrische Brwonsche Bewegung.

Beschreibe $X(t)$ den Wert eines Portfolios/einer Aktie i.a. eines Geldflusses in Abhängigkeit der Zeit t. Dann lässt sich der Verlauf von $X(t)$ mit Hilfe der stochastischen Differentialgleichung folgendermaßen darstellen[4]:

$$dX(t) = \mu X(t)dt + \sigma X(t)dW(t), \tag{2.1}$$

wobei μ, σ Konstanten sind, die das Wachstum respektive die Standardabweichung von $X(t)$ beschreiben und $W(t)$ wie üblich eine Brownsche Bewegung darstellt. Obige Gleichung lässt sich auch in folgender Integralschreibweise darstellen

$$X(t) = X(0) + \int_0^t \mu X(s)ds + \int_0^t \sigma X(s)dW(s).$$

Satz 2.2. *Seien a_t, b_t zwei stochastische Prozesse und gelte für $(X_t)_{t \geq 0}$*

$$dX_t = a_t dt + b_t dW_t$$

So gilt für eine Funktion $f : \mathbb{R} \times \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}$, die in der ersten Komponente zweimal und in der zweiten Komponente zweimal stetig differenzierbar ist:

$$df = \frac{\partial f}{\partial t}dt + \frac{\partial f}{\partial x}dX_t + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(dX_t)^2$$

Unter Einsetzung des stochastischen Prozesses X_t erhält man nun:

$$df(X,t) = b_t \frac{\partial f(X,t)}{\partial x}dW_t + \left(a_t \frac{\partial f(X,t)}{\partial x} + \frac{\partial f(X,t)}{\partial t} + \frac{1}{2}b_t^2 \frac{\partial^2 f(X,t)}{\partial x^2} \right) dt$$

Betrachten wir nun einen stochastischen Prozess $(X_t)_{t \geq 0}$ der folgende stochastische Differentialgleichung erfüllt:

$$dX_t = \mu X_t dt + \sigma X_t dW_t$$

[4]genaugenommen wird hierbei die Änderung von X modelliert

Dann erhält man unter Verwendung von Itô's Lemma:

$$df(X,t) = \sigma X(t)\frac{\partial f(X,t)}{\partial X}dW + \left(\mu X(t)\frac{\partial f(X,t)}{\partial X} + \frac{\partial f(X,t)}{\partial t} + \frac{1}{2}\sigma^2 X^2(t)\frac{\partial^2 f(X,t)}{\partial X^2}\right)dt$$

Bemerkung 2.3. *Gegeben sei die stets verwendete stochastische Differentialgleichung*

$$dS_t = \mu S_t dt + \sigma S_t dW_t$$

mit den üblichen Notationen. Dann ist die geometrische Brownsche Bewegegung die Lösung obiger stochastischen Differentialgleichung.

Beweis. Sei $f(S_t, t) := log(S_t)$. Gemäß dem Lemma von Itô gilt dann aber:

$$df(S_t, t) = b_t \frac{1}{S_t} dW_t + (0 + a_t \frac{1}{S_t} + \frac{1}{2} b_t^2 (-\frac{1}{S_t^2})dt,$$

wobei $a_t := \mu S_t$ und $b_t := \sigma S_t$. Entsprechendes Einsetzen liefert sodann:

$$df(S_t, t) = \sigma dW_t + (\mu - \frac{1}{2}\sigma^2)dt$$

Die Rücksubstitution ergibt:

$$S_t = S_0 e^{(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2)t + \sigma W_t}$$

mit $S_0 := log(C)$, wobei C eine beliebige Konstante ist.

□

Sei nun r der Zinssatz und I eine gegebene Investitionssumme. Unter der Fragestellung, dass der Return eines Projekts V maximiert werden soll, ergibt sich das Problem des optimalen Investitionszeitpunktes im Folgenden mathematisch formuliert:

$$f(V) := \max \mathbb{E}\{(V(t) - I)e^{-rt}, 0\}$$

Ausgehend von der Bellman equation

$$rfdt = \mathbb{E}(df),$$

die lediglich aussagt, dass sich der erwartete Return einer Investitionsmöglichkeit über ein Zeitintervall $rFdt$ äquivalent zur erwarteten Kapitalwertsteigerungsrate verhält.

Unter Verwendung von Itô's Lemma, lässt sich die Änderung des zu erwartenden Returns wie folgt ausdrücken:

$$df = f'(X)dX + \frac{1}{2}f''(X)(dX)^2,$$

wobei $f' := \frac{df}{dX}$ und $f'' := \frac{d^2f}{dx^2}$. Ersetzt man nun dX durch (2.1), erhält man folgende Gleichung:

$$df = f'(X)\mu X dt + f'(X)\sigma X dW + \frac{1}{2}\left(\mu^2 X^2 dt^2 + 2\mu X^2 dt dW + \sigma^2 X^2 dW^2\right) \tag{2.2}$$

Gemäß den Eigenschaften der quadratischen Variation gilt allerdings:

$$dW dW = dt \tag{2.3}$$
$$dt dW = 0 \tag{2.4}$$
$$dt dt = 0 \tag{2.5}$$

Somit vereinfacht sich (2.2) zu

$$df = f'(X)\mu X dt + f'(X)\sigma X dW + \frac{1}{2}\sigma^2 X^2 f''(X) dt \tag{2.6}$$

Bildet man nun den Erwartungswert $\mathbb{E}$[5] dieser Gleichung und berücksichtigt, dass

$$\mathbb{E}(dW) = 0$$

und die Ausgangsgleichung $\mathbb{E}[df] = rf dt$ so erhält man schließlich nach Division durch dt

$$0 = \frac{1}{2}\sigma^2 X^2 f''(X) + \mu X f'(X) - rf \tag{2.7}$$

Diese Gleichung entspricht nun einer linearen homogenen DGL 2. Ordnung. Unter Verwendung der Lösungsheurismen aus dem vorhergehnden Abschnitt ist ersichtlich, dass die Lösung die Form

$$f(X) = cX^n$$

Denn sei cX^n Lösung der DGL, dann gilt:

$$\frac{1}{2}\sigma^2 X^2 n(n-1)cX^{n-2} + \mu X cnX^{n-1} - rcX^n = 0$$

Division durch X^n liefert

$$\frac{1}{2}\sigma^2(n^2 - n)c + \mu cn - rc = 0$$

Umgestellt:

$$\frac{1}{2}\sigma^2 cn^2 + (\mu c - \frac{1}{2}\sigma^2 c)n - rc = 0$$
$$n^2 + \frac{2\mu - \sigma^2}{\sigma^2}n - \frac{2r}{\sigma^2} = 0$$

Gemäß der allgemeinen Lösungsformel gilt nun

$$n_{1,2} = \frac{\sigma^2 - 2\mu}{2\sigma^2} \pm \sqrt{(\frac{\sigma^2 - 2\mu}{2\sigma^2})^2 + \frac{2r}{\sigma^2}}$$

[5] Erwartungswerte lassen deterministische Größen invariant

$$n_{1,2} = \frac{1}{2} - \frac{\mu}{\sigma^2} \pm \frac{\sqrt{(\sigma^2 - 2\mu)^2 + 8\sigma^2 r}}{2\sigma^2}$$

[6]Man erhält somit die allgemeine Lösungsformel

$$f(X) = c_1 X^{n_1} + c_2 X^{n_2}$$

[6]eine andere Darstellung von $n_{1,2}$ genügt folgender Darstellung (gemäß Ross '94 Appendix):

$$n_{1,2} = \frac{-(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2) \pm \sqrt{(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2)^2 + 2r\sigma^2}}{\sigma^2}$$

3 Die Lösungsansätze von Ross - The Option Approach with Risky Debt

Annahmen:

1. Firma lebt bis zum Fall der Insolvenz und darüber hinaus
2. Firma berücksichtigt sowohl Steuern als auch Dividendenzahlungen
3. Firma verwendet den gesamten cash flow x (EBIT)
4. Vermögenswert A generiert den cash flow x

Der gesamte Vermögenswert A folgt dabei einem lognormalen Prozess, d.h.

$$dA = \mu_A dt + \sigma A dz$$

wobei z die übliche Brownsche Bewegung darstellt. Die Bruttorentabilität von A ist gegeben durch p, d.h. insbesondere:

$$x = pA.$$

Die Zahlungsverpflichtungen b gegenüber den FK-Gegebern sind stetig und nicht callable. Solange die Firma den Zahlungsverpflichtungen nachkommen kann, folgt nun, dass die Stockholder eine Dividende i.H.v.:

$$(1-t)(pA-b)$$

erhalten. Somit ergibt sich unmittelbar: Falls

$$A \geq \frac{b}{p}$$

erhalten die Stockholder eine Dividende[7]. Es sei nun vielmehr festgesetzt, dass sich in Verzug befindende Unternehmungen als insolvent angesehen werden. Darüber hinaus sei die absolute priority rule angenommen, d.h. stockholders verlieren ihre Anteile im Fall des Verzuges: $A = \frac{b}{p} \Rightarrow S = 0$. Dies dient zeitgleich als Randbedingung.

Weitere Annahmen sind, dass im Falle der Insolvenz eine sofortige Rekapitalisierung aus einem Mix zwischen equity und debt stattfindet. Die neuen debt Zahlungen seitens der Firma werden um den Faktor ξ vervielfacht, d.h. für die Firma ergibt sich nach der Rekapitalisierung folgende neue Zahlungsverpflichtung

$$\xi b.$$

Kann die Firma ihren Zahlungsverpflichtungen nachkommen, so ergibt sich die neue folgende Differentialgleichung:

$$(1-t_s)(\frac{1}{2}\sigma^2 A^2 S_{AA} + \mu_S A S_A) - (1-t_d) r S + (1-t_y)(1-t)(pA-b) = 0 \tag{3.1}$$

mit

[7]anderenfalls, d.h. $A < \frac{b}{p}$, ist die Firma rein technisch in Verzug bzw. insolvent

- t_s Steuern aufs Eigenkapital
- t_d Steuern aufs Fremdkapital
- t_y Einkommenssteuern für Dividendenzahlungen
- r Zinssatz, S Eigenkapital, A Vermögenswert der Firma, t Körperschaftssteuer

Ersetzt man nun entsprechend

$$\gamma := \frac{1-t_d}{1-t_s}, \quad \delta := \frac{1-t_y}{1-t_s}$$

so erhält man schließlich nach Division durch $(1-t_s)$

$$\frac{1}{2}\sigma^2 A^2 S_{AA} + \mu_S A S_A - \gamma r S + \delta(1-t)(pA-b) = 0$$

Dies entspricht der folgenden linearen homogenen Differentialgleichung 2. Ordnung(3.2). Im Paper *Capital Structure and the Cost of Capital* gelangt Ross im Appendix: The Stock Solution zu folgender Differentialgleichung:

$$\frac{1}{2}\sigma^2 A^2 S_{AA} + \mu_S A S_A - \gamma r S + \delta(1-t)(pA-b) = 0 \tag{3.2}$$

mit der Randbedingung

$$S(\frac{b}{p}, b) = 0 \tag{3.3}$$

Weise $S(A)$ nun folgende Struktur auf

$$S(A) = f(A) + \alpha A + \kappa \tag{3.4}$$

wobei

$$\alpha := \frac{\delta(1-t)p}{\gamma r - \mu_S}$$

und

$$\kappa := \frac{\delta(1-t)b}{\gamma r}$$

f muss dabei folgende Differentialgleichung erfüllen:

$$\frac{1}{2}\sigma^2 A^2 f_{AA} + \mu_S A f_A - \gamma r f = 0 \tag{3.5}$$

Dies erfolgt ganz einfach, indem man (3.4) in (3.2) einsetzt. Zunächst erhält man aber

$$S_A = f_A + \alpha, \qquad S_{AA} = f_{AA}$$

Somit gilt:

$$\frac{1}{2}\sigma^2 A^2 f_{AA} + \mu_S A(f_A + \alpha) - \gamma r(f + \alpha A - \kappa) + \delta(1-t)(pA - b) = 0 \quad (3.6)$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}\sigma^2 A^2 f_{AA} + \mu_S A f_A - \gamma r f + \mu_s A\alpha - \gamma r\alpha A + \gamma r\kappa + \delta(1-t)(pA - b) = 0 \quad (3.7)$$

Betrachten wir nur den letzten Teil $\mu_S A\alpha - \gamma r\alpha A + \gamma r\kappa + \delta(1-t)(pA-b)$ so gilt unter Verwendung der Substitution für die Variablen α bzw. κ folgende Gleichung

$$\begin{aligned}
\mu_s A\alpha - \gamma r\alpha A + \gamma r\kappa + \delta(1-t)(pA-b) &= 0\\
\alpha A(\mu_S - \gamma r) + \delta(1-t)pA - \delta(1-t)b + \gamma r\kappa &= 0\\
A\frac{\delta(1-t)p}{\gamma r - \mu_S}(\mu_S - \gamma r) + \delta(1-t)pA - \delta(1-t)b + \gamma r\frac{\delta(1-t)b}{\gamma r} &= 0\\
-A\delta(1-t)b + A\delta(1-t)b + \delta(1-t)b - \delta(1-t)b &= 0\\
0 &= 0
\end{aligned}$$

Dass die lineare homogene DGL 2. Ordnung (3.5) die selbige allgemeine Lösungsstruktur aufweist wie auf Seite 6, ist nunmehr klar, d.h.

$$f = c_1 A^{\lambda_1} + c_2 A^{\lambda_2},$$

wobei $\lambda_{1,2}$ die Lösung nach Seite 7 aufweist. Es ist allerdings nur die negative Wurzel, sprich λ_2 relevant, d.h.

$$\lambda_2 = \frac{-(\mu_s - \frac{1}{2}\sigma^2) - \sqrt{(\mu_s - \frac{1}{2}\sigma^2)^2 + 2\gamma r\sigma^2}}{\sigma^2}$$

denn wir folgendes:

Da sich ein Bond asymptotisch einer risikolosen Rente annähert mit einem festen Wert $A \to \infty$, wissen wir, dass sich der Stock dem Wert der Firma mit einem konstanten und sicheren debt payment annähert. Dies impliziert, dass S konvergiert gegen eine affine Funktion vom Vermögenswert A, somit gilt:

$$f \xrightarrow[A\to\infty]{} 0$$

Somit ist nur der Term mit der negativen Wurzel λ_2 relevant, denn $2\mu_s > \sigma^2$. Und es gilt:

$$\lambda_2 = \frac{-(\mu_s - \frac{1}{2}\sigma^2) - \sqrt{(\mu_s - \frac{1}{2}\sigma^2)^2 + 2\gamma r\sigma^2}}{\sigma^2} > 0 \quad (3.8)$$

$$\Leftrightarrow \quad (3.9)$$

$$-\lambda_2 = \frac{(\mu_s - \frac{1}{2}\sigma^2) + \sqrt{(\mu_s - \frac{1}{2}\sigma^2)^2 + 2\gamma r\sigma^2}}{\sigma^2} < 0 \quad (3.10)$$

Demzufolge ist die Lösung von f gegeben durch:

$$f(A) = c_2 A^{-\lambda_2}$$

Unter Rücksubstitution erhält man nun :

$$S(A) = c_2 A^{-\lambda} + \alpha A - \kappa$$

Berücksichtigt man die Randbedingung $S(\frac{b}{p}) = 0$, kann man nun die Konstante c_2 bestimmen:

$$S(\frac{b}{p}) = c_2 \frac{b}{p}^{-\lambda_2} + \alpha \frac{b}{p} - \kappa = 0 \tag{3.11}$$

$$c_2 = (\kappa - \alpha \frac{b}{p} (\frac{b}{p})^{-\lambda_2}) \tag{3.12}$$

$$\kappa - \alpha \frac{b}{p} = \frac{\delta(1-t)b(\gamma r - \mu_s)}{\gamma(\gamma r - \mu_s)} - \frac{b\delta(1-t)\gamma r}{\gamma r(\gamma r - \mu_s)} \tag{3.13}$$

$$= \frac{\delta(1-t)b((\gamma r - \mu_S) - \gamma r)}{\gamma r(\gamma r - \mu_s))} \tag{3.14}$$

$$= \delta(1-t)b(\frac{1}{\gamma r} - \frac{1}{\gamma r - \mu_s}) \tag{3.15}$$

Sommit ist

$$c_2 = (\frac{b}{p})^{-\lambda_2} \delta(1-t)b(\frac{1}{\gamma r} - \frac{1}{\gamma r - \mu_s})$$

Wir erhalten somit unsere abschließende Lösung:

$$S(A) = \theta A^{-\lambda} + \alpha A - \kappa$$

mit

$$\theta := \frac{(\omega b)}{p}^{\lambda} \delta(1-t)b(\frac{1}{\gamma r} - \frac{\omega}{\gamma r - \mu_S})$$

Die Variable ω drückt hierbei aus, an welchem Punkt der Fall der Insolvenz auftritt; ist $\omega = 1$, so ist as die Lösung für den Fall der Insolvenz im Punkt $\frac{b}{p}$. Im allgemeinen tritt der Insolvenz Fall jedoch im Punkt $\frac{\omega b}{p}$ auf.