### 问题一的建模与求解

### 思路:

基于光伏电站的地理位置信息,结合太阳辐照计算理论可发功率,研究其长周期(季节性变化)和短周期(日内波动)特性。根据实际功率与理论可发功率的偏差,分析光伏电站发电功率特性。

#### 分析

- 1. 搜集数据集,拿到光伏电站地理信息数据(经纬度、海拔)和实际发电功率;
- 2. 通过地理信息数据计算太阳辐照理论可发功率,利用太阳辐射机理建立太阳辐射模型 (SRM),估算出水平面上总辐射值,再由斜面辐照度转换方法计算出光伏组件所接收的斜面辐射值,从而计算可发功率。
- 3. 针对理论和实际发电功率,计算长周期(季节性变化)和短周期(日内波动)特性,使用滑动平均和周期分解等方法提取周期变化。
- 4. 分析实际功率和理论功率的偏差,分析出现偏差的原因。

### 解答:

为了研究光伏电站的发电周期特性及实际功率与理论功率之间的偏差,我们基于电站的地理位置信息,采用太阳辐照建模方法与 Sandia PV Array Performance Model(SAPM)模型,估算太阳能电池组件在不同时间下的理论可发电功率,并与实际观测数据进行对比分析,提取其长周期与短周期特性。

## 一、数据准备与地理参数

首先收集了光伏电站的如下基础信息:

- 1. 经纬度:用于计算太阳天文位置:
- 2. 安装倾角与方位角:决定组件接收的太阳辐射角度;
- 3. 装机容量(STC): 作为理论输出的基准;
- 4. 模块与逆变器参数:选自 Sandia 或 CEC 模块库;
- 5. 历史实际功率数据:用于验证理论建模准确性。

# 二、理论发电功率建模流程

我们采用 SAPM 模型, 完整建模流程如下:

根据地理位置和时间戳,计算太阳的高度角 $\theta_{e}(t)$  (elevation) 与天顶角(zenith)

 $\theta_z(t) = 90^{\circ} - \theta_e(t)$ 

采用 Ineichen 模型计算理想无云条件下的 GHI、DNI、DHI:

获取更多数学建模相关资料关注【公众号:数模加油站】 2025年电工杯数学建模交流群:2150593325

$$GHI(t) = DNI(t) \cdot cos(\theta_z(t)) + DHI(t)$$

将水平面辐照转换为面板倾角下的单位面积辐照值:

$$G_{POA}(t) = G_b(t) + G_d(t) + G_r(t)$$

三部分定义如下:

1. 直接辐射部分:

$$Gb(t) = DNI(t) \cdot cos(\theta_i(t))$$

其中  $\theta_i(t)$  为光线与面板法线之间的夹角(入射角)

2. 散射辐射部分(简化假设等向分布):

$$G_d(t) = DNI(t) + (\frac{1 + cos(\beta)}{2})$$

3. 地面反射辐射:

$$G_d(t) = \rho \cdot GHI(t) + (\frac{1 - \cos(\beta)}{2})$$

其中  $\rho$  为地面反射率 (通常取 0.2),  $\beta$  为组件倾角 (度)

采用一阶温度修正的线性模型估算理论发电功率(近似):

$$P_{\text{theory}}(t) = G_{POA}(t) \cdot \eta \cdot P_{\text{STC}} \cdot \left[ 1 + \gamma \cdot (T_{\text{cell}}(t) - 25) \right]$$

其中 $G_{POA}(t)$ 为倾斜面单位面积辐照,单位  $W/m^2$ ; $\eta$ 为组件标称效率(如 0.14); $P_{STC}$ 为装机容量(kW); $\eta$ 为温度功率系数(负值,典型值为 -0.004~-0.005/°C)

## 三、实际计算

以位于 Gandikotta, Andhra, 纬度 14.8149269° N, 经度 78.2862866° E 的变电站为例, 实际数据从 2020 年 5 月 15 日 0 点到 2020 年 6 月 17 日 23: 45 分, 15 分钟为时间分辨率, 模型存在多个逆变器, 进行求和, 得到下图

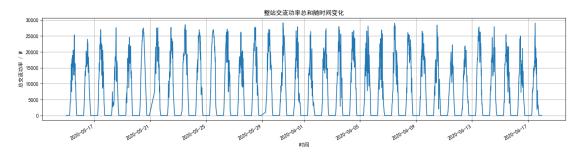


图 1 实际发电功率

通过计算数据集的天气和位置数据,理论计算对应的发电功率:

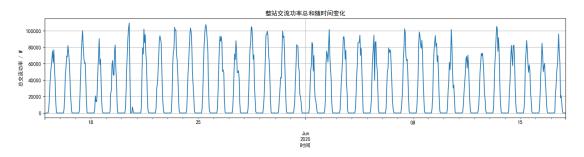
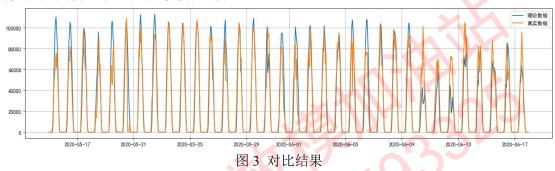


图 2 理论计算发电功率

将时间戳对齐,放置在一起进行比较:



# 四、周期性分析与偏差指标

滑动平均(提取趋势)

$$\overline{P}(t) = \frac{1}{M} \sum_{i=t-M+1}^{t} P(i)$$

其中 M 为滑动窗口长度 (如 96 表示 1 天的 15 分钟数据)

### STL 分解结构 (用于周期性分解)

$$P(t) = T(t) + S(t) + R(t)$$

- T(t): 趋势项 (seasonal cycle)

- *S*(*t*): 周期项(日内、周内)

- *R*(*t*): 残差项(不规则扰动)

#### 绝对偏差

$$E_{\text{abs}}(t) = |P_{\text{actual}}(t) - P_{\text{theory}}(t)|$$

相对误差 (避免单位影响)

$$E_{\text{rel}}(t) = \frac{|P_{\text{actual}}(t) - P_{\text{theory}}(t)|}{P_{\text{theory}}(t) + \epsilon}$$

其中  $\epsilon$  为小常数,避免除零(典型值 1e-3)

#### 性能比 (Performance Ratio)

$$PR(t) = \frac{P_{\text{actual}}(t)}{G_{POA}(t) \cdot P_{\text{STC}}}$$

用于衡量实际输出与理论极限的比值,是光伏系统效率的重要评估指标。

## 六、性能可视化

首先通过皮尔逊相关系数计算相关性,设有两个序列  $X = \{x_1, x_2, ..., x_n\}$ ,

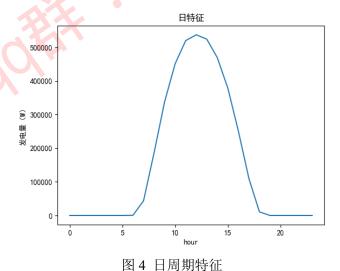
 $Y = \{y_1, y_2, ..., y_n\}$ , 皮尔逊相关系数 r 定义如下:

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \overline{x})(y_i - \overline{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \overline{x})^2} \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^{n} (y_i - \overline{y})^2}}$$

其中:  $\overline{x}$  为 X 的均值, $\overline{y}$  为 Y 的均值,计算得到实际发电功率曲线和理论计算发电功率曲线的相关系数为 0.9283,线性强相关。

绝对误差 MAE= 6901.0877,相对误差 MAPE 由于存在大量的 0(夜晚不发电,会失真),性能比  $pr \approx 1$ 。

如下图所示,从六点左右太阳上山到十八点左右太阳落山,都稳定发电,且在正午时达到峰值。



而长期特征存在明显的季节变化

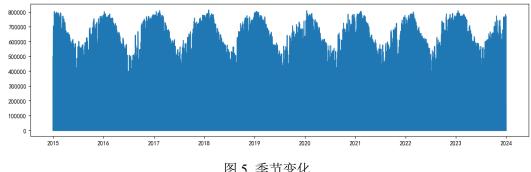


图 5 季节变化

比较特殊的是,选择的印度该地区属于热带干旱/半干旱区,夏季(6-9 月)是西南季风 雨季,高温多云,频繁雷阵雨,冬季(11-2月)是旱季,天气晴朗、辐照稳定、温度适中; 年平均温度高,太阳高度角年内变化小。最高月发电量常出现在3月、2月,夏季6-8月 反而是低谷(不是因为没有太阳,而是因为云和热),这是热带亚干旱地区的常见模式。

按月进行积累,的确是春冬季发电量多于夏季

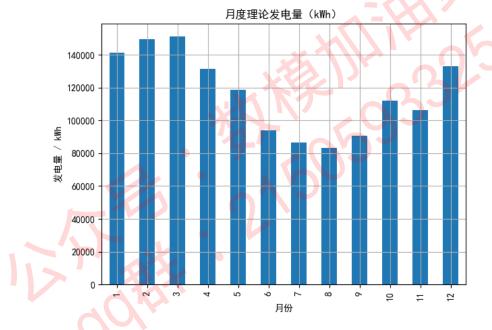
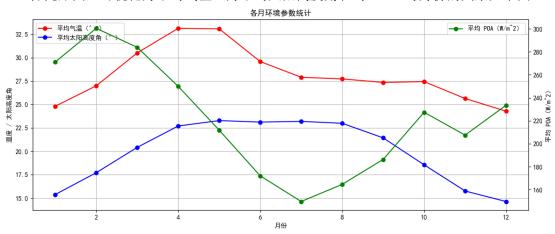


图 6 月度发电量积累

探究原因,可视化月平均气温、月平均太阳高度角和均 POA 与月份的关系如下图:



可以看到,1-3月辐照更强,但是温度最高的月份在四月和五月,可能是由于六月是雨季。

发电功率受多重影响,主要是辐照强度,其次是温度和高度角,温度过高反而会影响发电模组效率从而导致功率下降。



获取更多数学建模相关资料关注【公众号:数模加油站】 2025年电工杯数学建模交流群:2150593325